



Politechnika
Wrocławska

Politechniki Wrocławska
Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego

(Zał. 5a do procedury Pr 08)



SPECJALNOŚĆ: Konstrukcje Budowlane (KBU)

MAGISTERSKA

PRACA DYPLOMOWA

TYTUŁ: Analiza ram stalowo-ciężnowych w przekryciach dużych rozpiętości

Autor: Florian Marzec

Opiekun: dr inż. Piotr Kozioł

Recenzent: dr hab. inż. Dariusz Czepiżak, prof. uczelni

Rok akademicki: 2025/26

Spis treści

1. Część studialna:	5
1.1. Klasyfikacja rozwiązań konstrukcyjnych stalowo-ciężnowych przekryć dużych rozpiętości i przegląd rozwiązań konstrukcyjnych	7
1.1.1 Systemy o otwartym przepływie sił (układy zewnętrznie kotwione)	7
1.1.2 Systemy z zamkniętym przepływem sił (samorównoważące się)	12
1.2 Klasyfikacja i rodzaje ciężen	18
1.3 Sposoby kotwienia w konstrukcjach stalowych	23
1.3.1 Rodzaje zakotwień	24
1.4 Metody wprowadzania sił naciągu i sprężania ciężen	29
1.5 Wymiarowanie konstrukcji ciężnowych	31
1.5.1 Nośność ciężna	31
Wyznaczanie charakterystycznej siły zrywającej	33
1.5.2 Wymiarowanie elementów wyposażenia: Siodła i zaciski	34
1.5.3 Użytkowość konstrukcji ciężnowej	38
1.6 Mechanika pracy konstrukcji stalowo- ciężnowych	41
1.6.1 Teoria mechaniki ciężna	41
1.6.2 Metody obliczania konstrukcji ciężnowych	42
1.6.3 Analiza statyczna i poszukiwanie formy układów stalowo - ciężnowych	45
1.7 Form – finding geometrii optymalnej dla konstrukcji CAS	49
1.7.1 Deterministyczne parametry fizyczne: dobór sztywności i naciągu wstępnego	51
1.7.2 Zintegrowane środowisko obliczeniowe i asynchroniczna pętla informacyjna	53
1.7.3 Architektura i przebieg asynchronicznej pętli optymalizacyjnej	53
1.7.4 Analogia mechanizmu adaptacyjnego do Metody Relaksacji Dynamicznej	60
1.7.5 Analiza wyników i ocena efektywności optymalizacji topologicznej	61
1.7.6 Podsumowanie działania algorytmu oraz kierunki dalszego rozwoju	65
1.8 Analiza wrażliwości ustroju na oddziaływania asymetryczne i rola tężników w redystrybucji sił wewnętrznych	66
1.8.1 Ograniczenia geometrii bezmomentowej	66
1.8.2 Implementacja tężników krzyżowych	68
1.8.3 Wnioski cząstkowe	70
1.8.4 Wpływ sztywności osiowej tężników na pracę ustroju – wyznaczenie przekroju optymalnego	71
2 Część projektowa: Analiza konstrukcji na podstawie istniejącego obiektu, Berlin Hauptbahnhof, Niemcy	76
2.1 Założenia architektoniczne	76

2.2	Dobór przekrojów i właściwości materiałowe	77
2.2.1	Założenia dotyczące ciągu głównego	77
2.2.2	Założenia konstrukcyjne przekroju dźwigara głównego.....	80
2.2.3	Wstępny dobór dewiatorów	81
2.2.4	Wstępny dobór systemu stężeń	82
2.3	Zebranie obciążeń	83
2.3.1	Obciążenie stałe.....	83
2.3.2	Obciążenie śniegiem	85
2.3.3	Wstępne sprężenie.....	89
2.3.4	Kombinatoryka (wg EN 1990).....	89
2.4	Obliczenia statyczno-wytrzymałościowe wybranych elementów konstrukcyjnych.....	90
2.4.1	Założenia do globalnej analizy statyczno-wytrzymałościowej ustroju.....	90
2.4.2	Iteracyjna optymalizacja trajektorii ciągu	90
2.4.3	Globalna weryfikacja Stanu Granicznego Użytkowalności (SGU) w fazie eksploatacji	92
2.4.4	Wymiarowanie profilu rygla wg PN-EN 1993-1-1	93
2.4.5	Wymiarowanie ciągu głównego (PN-EN 1993-1-11)	95
2.4.6	Wymiarowanie stężeń.....	97
2.4.7	Wymiarowanie dewiatorów.....	97
3	Wnioski końcowe i perspektywy rozwoju	100
4	Literatura:.....	102

Streszczenie

Przedmiotem niniejszej pracy magisterskiej jest wielokryterialna analiza statyczno-wytrzymałościowa oraz optymalizacja numeryczna stalowo-ciężnowego zadaszania halowego o dużej rozpiętości. W części studialnej zaproponowano autorską klasyfikację i kategoryzację analizowanych ustrojów. Pozwoliło to na usystematyzowanie wiedzy i precyzyjne przeniesienie punktu ciężkości z klasycznych układów typu *Beam String Structure* (BSS) na specyficzne, zaawansowane systemy CAS (*Cable Arch Structure*), które stały się głównym obiektem dalszych analiz. Jako bezpośredni punkt odniesienia oraz architektoniczno-konstrukcyjną inspirację przyjęto strukturę zadaszania peronów dworca Lehrter Bahnhof w Berlinie.

W części projektowej, przy użyciu środowiska projektowania parametrycznego (Rhino/Grasshopper), zaimplementowano algorytm poszukiwania kształtu (*Form-Finding*), bazujący na metodzie relaksacji dynamicznej. Pozwoliło to na optymalne ukształtowanie wstępnej geometrii łukowej rygla dachowego w ścisłej korelacji z przebiegiem linii ciśnień od obciążeń stałych, co zminimalizowało w nim momenty gnące i sprowadziło dominujący stan naprężeń do czystego ściskania.

Zasadniczą analizę strukturalną układu CAS zrealizowano w środowisku oprogramowania Dlubal RFEM 6. Ze względu na obecność wiotkich elementów rozciąganych, obliczenia statyczne ramy głównej przeprowadzono na drodze analizy geometrycznie nieliniowej III rzędu (teoria dużych przemieszczeń). W celu oceny zachowania ustroju, klasyczną weryfikację stateczności dźwigara rozszerzono o Liniową Analizę Wyboczeniową (LBA) oraz zaawansowaną analizę deplanacji przekroju (7. stopień swobody). Pozwoliło to na precyzyjne odtworzenie rzeczywistej, przestrzennej pracy skrętno-giętej analizowanego łuku.

Uzyskane wyniki posłużyły do przeprowadzenia wstępnego wymiarowania elementów konstrukcyjnych, które traktowane jest jako faza przedwstępna i podbudowa pod właściwą, pełną procedurę projektową. Wyizolowane wykresy interakcji sił wewnętrznych oraz analiza sił w ciągnie głównym pozwoliły na ocenę rezerw przekroju i wskazanie obszarów do dalszych analiz. Sformułowane wnioski końcowe stanowią krytyczne podsumowanie tego wstępnego etapu wymiarowania i definiują wytyczne dla docelowych metod wymiarowania systemów CAS. Praca dowodzi, że integracja parametrycznego *Form-Finding* z nieliniowymi procedurami MES stanowi wysoce efektywne narzędzie we wstępnej fazie koncepcyjno-projektowej nowoczesnych konstrukcji wielkoprzestrzennych.

Słowa kluczowe: konstrukcje stalowo-ciężnowe, Cable Arch Structure (CAS), klasyfikacja konstrukcji stalowo-ciężnowych, Form-Finding, relaksacja dynamiczna, Lehrter Bahnhof Berlin, RFEM 6, konstrukcje hybrydowe.

Abstract

The subject of this master's thesis is a multi-criteria static and strength analysis, alongside the numerical optimization of a large-span steel-cable roof structure. In the theoretical part, an original classification and categorization of the analyzed structures was proposed. This allowed for the systematization of knowledge and a precise shift of focus from classic Beam String Structure (BSS) systems to specific, advanced CAS (Cable Arch Structure) systems, which became the main object of further analysis. The roof structure of the Lehrter Bahnhof platforms in Berlin was adopted as a direct reference and architectural-structural inspiration.

In the design part, using a parametric design environment (Rhino/Grasshopper), a Form-Finding algorithm based on the dynamic relaxation method was implemented. This allowed for the optimal shaping of the initial arch geometry of the roof girder in strict correlation with the thrust line from dead loads, which minimized bending moments and reduced the dominant stress state to pure compression.

The main structural analysis of the CAS system was carried out in the Dlubal RFEM 6 software environment. Due to the presence of highly flexible tensile elements, the static calculations of the main frame were performed using third-order geometrically nonlinear analysis (large deformation theory). For a comprehensive evaluation of the structure's behavior, the classic verification of the girder's stability was extended with Linear Buckling Analysis (LBA) and advanced cross-section warping analysis (7th degree of freedom). This allowed for a precise reproduction of the actual spatial flexural-torsional behavior of the analyzed arch.

The obtained results were used to conduct a preliminary design of the structural elements, which is treated as a preliminary phase and foundation for the actual, full design procedure. The isolated internal force interaction diagrams and the analysis of forces in the main cable allowed for the evaluation of cross-sectional reserves and the indication of areas for further analysis. The formulated final conclusions constitute a critical summary of this preliminary design stage and define guidelines for the target design methods of CAS systems. The thesis proves that the integration of parametric Form-Finding with nonlinear FEM procedures constitutes a highly effective tool in the preliminary conceptual-design phase of modern large-span structures.

Keywords: steel-cable structures, Cable Arch Structure (CAS), classification of steel-cable structures, Form-Finding, dynamic relaxation, Lehrter Bahnhof Berlin, RFEM 6, hybrid structures.

1. Część studialna:

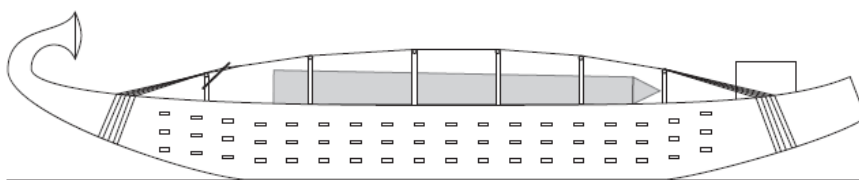
„Realizacja idei przestrzeni bezkolumnowej (ang. non-column space) w sposób racjonalny i estetyczny stanowi jedno z fundamentalnych wyzwań inżynierii lądowej, wyznaczając kierunki jej rozwoju na przestrzeni wieków. Historia struktur wielko-rozpiętościowych to kronika nieustannych optymalizacji, w których dążenie do minimalizacji masy własnej przy jednoczesnym zwiększaniu rozpiętości doprowadziło do wykształcenia się zaawansowanych systemów przestrzennych.

Współczesne procesy projektowe, wspierane przez wyrafinowane metody analizy numerycznej, kształtowane są przez synergię trzech kluczowych aspektów. Pierwszym i nadrzędnym jest funkcjonalność, rozumiana jako zapewnienie bezpieczeństwa i niezawodności strukturalnej. Aspektem nierozzerwalnie z nią sprzężonym jest ekonomia, która jako stymulator rozwoju technologicznego wymusza poszukiwanie rozwiązań materiałowo optymalnych. Trzecim czynnikiem, o rosnącym znaczeniu w nowoczesnej architekturze, jest estetyka konstrukcji. Wykracza ona poza czystą dekoracyjność, stając się nośnikiem wartości emocjonalnych i dowodem inżynierskiej precyzji, gdzie monumentalność formy idzie w parze z jej wizualną lekkością.

Zbieżność tych trzech postulatów – funkcjonalności, ekonomii i estetyki – znalazła swoje najpełniejsze odzwierciedlenie właśnie w ewolucji ustrojów ciągnowo stalowych. Rozdzielenie w nich funkcji nośnych na masywniejsze elementy ściskane oraz wiotkie ciągną rozciągane otworzyło drogę do kształtowania układów o niespotykanej dotąd lekkości i rozpiętości. Aby w pełni zrozumieć inżynierski potencjał tych rozwiązań, należy przyjrzeć się bliżej specyfice ich pracy, poczynając od koncepcji tensegrity, aż po hybrydowe systemy ram stężonych w odniesieniu do przekryć dużych rozpiętości.

Rozwój zaawansowanych systemów ciągnowych oraz idei sprężania (ang. *prestressing*), choć w ujęciu analitycznym stanowi domenę nowoczesnej inżynierii lądowej, ma swoje ugruntowanie w głębokiej starożytności. Intuicyjne zrozumienie mechaniki działania sił wewnętrznych, w szczególności celowego wprowadzania naprężeń w celu poprawy nośności i zachowania pożądanego kształtu obiektu, towarzyszyło ludzkości na długo przed sformułowaniem pierwszych matematycznych teorii sprężystości. Zjawisko to polega na wytworzeniu w ustroju odpowiedniego, samo równoważącego się układu sił, który wzmacnia i stabilizuje go przed działaniem obciążeń zewnętrznych.

Spektakularnym i jednym z najwcześniejszych udokumentowanych historycznie przykładów zaawansowanego wykorzystania elementów wiotkich do celowego sprężenia ustroju poddanego zginaniu są starożytne obiekty szkatulnicze. Pierwsze zastosowania zasady napinania membrany na sztywny, drewniany szkielet nośny można zaobserwować już w pradawnych łodziach poszywanych skórą, datowanych na co najmniej 10 000 lat wstecz. Jednakże prawdziwym świadectwem niezwykle inżynierskiej intuicji w operowaniu ciągnami są płaskorzeźby ze starożytnego Egiptu z około 2700 r. p.n.e., przedstawiające statki i barki rzeczne ze specjalnie wprowadzonym systemem sprężającym. Starożytni szkatulnicy, w celu zapobieżenia zjawisku przełamывania się (wyginania grzbietowego) długich kadłubów statków pod wpływem ciężaru ładunku i nierównomiernego wyporu wody, stosowali innowacyjny system splecionych lin rozpiętych nad pokładem, pomiędzy rufą a dziobem statku. Poprzez dodatkowe skręcanie tych lin wprowadzano w nich potężną siłę naciągu, która działała jak klasyczne wstępne sprężenie, utrzymując pokład w poziomie i zapobiegając destrukcji



Rysunek 1 Barka Hatszepsut, ok. 1470 r. p.n.e. [22]

zginanego kadłuba. Apogeum tej technologii stanowiła potężna barka królowej Hatszepsut z około 1470 r. p.n.e. [22], zdolna do rzeczno-transportu dwóch obelisków, z których każdy ważył około 375 ton, na dystansie 213 kilometrów z kamieniołomów w Asuanie do świątyni w Karnaku. System ten w swojej mechanicznej istocie stanowił pierwowzór współczesnych sprężanych dźwigarów.

Droga od starożytnego szutnictwa do nowoczesnych przekryć dachowych wymagała jednak fundamentalnej zmiany skali oraz ewolucji materiałowej. Zastosowanie stali o wysokiej wytrzymałości oraz ewolucja produktów hutniczych pozwoliła inżynierom na kreowanie coraz bardziej zaawansowanych i wyrafinowanych rozwiązań konstrukcyjnych tworzących potężne układy przestrzenne. Współczesne dążenie do minimalizacji ciężaru własnego dachów, przy jednoczesnym przekrywaniu coraz większych rozpiętości bez podpór pośrednich, sprawiło, że idea pojedynczej liny ewoluowała w skomplikowane, układy nośne. Wraz z tą architektoniczno-konstrukcyjną rewolucją pojawiła się konieczność ścisłego usystematyzowania tych różnorodnych rozwiązań.

W konsekwencji, z inżynierskiego i naukowego punktu widzenia, współczesne systemy wielkopowierzchniowe oraz mostowe, opierające się na konstrukcji ciągnowo-stalowej, klasyfikuje się na podstawie sposobu przenoszenia sił wewnętrznych, kształtowania sztywności globalnej układu oraz topologii elementów ściskanych i rozciąganych.

W klasyfikacji ogólnej zdefiniowanej przez dr inż. Andrzeja Kasprzaka [1] rozróżnia się dwie fundamentalne grupy:

- czyste konstrukcje ciągnowe oraz
- hybrydowe konstrukcje ciągnowe (ang. *hybrid string structures* – HSS).

Z uwagi na fakt praktyczności technologicznej w formowaniu konstrukcji przekryć dachowych układy czysto tensegrity nie są używane. Rezygnuje się z występowania mechanizmów nieskończonych wprowadzając do układu dodatkowe ciągną stężające lub sztywne elementy pomostu, ram czy też pierścieni. Taki zabieg drastycznie zwiększa globalną sztywność obiektu a zarazem jest optymalnym wykorzystaniem przestrzeni kreowanym przez formę samego obiektu.

Konstrukcje ciągnowe ze względu na swą wiotkość niejako wymuszają formę konstrukcji ze względu na optymalną trajektorię sił wewnętrznych. Dlatego są też często nazywane strukturami formo-aktywnymi. Stanowią one klasę adaptacyjnych układów mechanicznych, w których rola kształtu i formy geometrycznej jest fundamentalna dla procesu bezpiecznego przenoszenia oraz redystrybucji obciążeń zewnętrznych.

1.1. Klasyfikacja rozwiązań konstrukcyjnych stalowo-ciężnowych przekryć dużych rozpiętości i przegląd rozwiązań konstrukcyjnych

Odrzucając ortodoksyjne układy wiotkie na rzecz usztywnionych rozwiązań przestrzennych, kluczowym kryterium klasyfikacji współczesnych zadaszeń staje się topologia przepływu sił wewnętrznych – a dokładniej sposób, w jaki ustrój przejmie potężne siły ściskające generowane przez naciąg ciężarów. Na tej podstawie wyodrębnić można dwie główne kategorie praktycznych systemów inżynierskich:

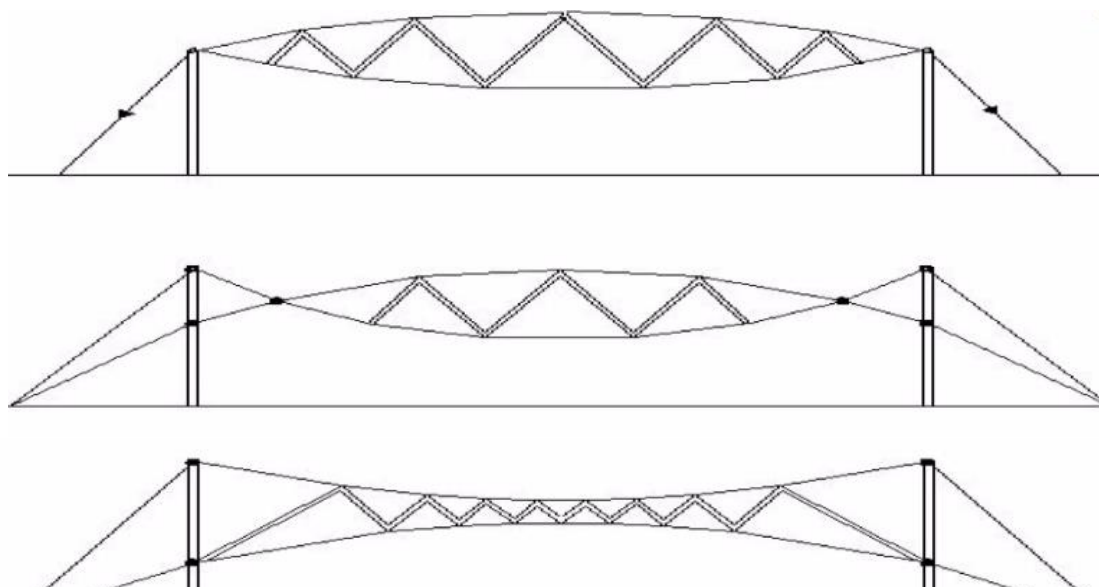
1.1.1 Systemy o otwartym przepływie sił (układy zewnętrznie kotwione)

Są to ustroje, w których ściskanie z elementów niosących jest wyprowadzane na zewnątrz konstrukcji. Systemy te nie posiadają zdolności do samodzielnego, wewnętrznego zrównoważenia sił poziomych, przez co bezwzględnie wymagają zastosowania masywnych elementów oporowych. W ramach tej grupy wyróżnia się:

Dźwigary ciężarowe

Jest to najbardziej elementarna forma układów nośnych typu ciężarowego. Mechanika kratownicy ciężarowej polega na stworzeniu opozycyjnego układu geometrycznego: główny elementy nośne (pas górny i dolny z liny) jest stabilizowany i napinany przez przeciwny układ ciężarów usztywniających. Obie warstwy wiotkich ciężarów są wzajemnie rozparte przez wprowadzony między nie układ pionowych lub ukośnych elementów ściskanych (zastrzałów, słupków).

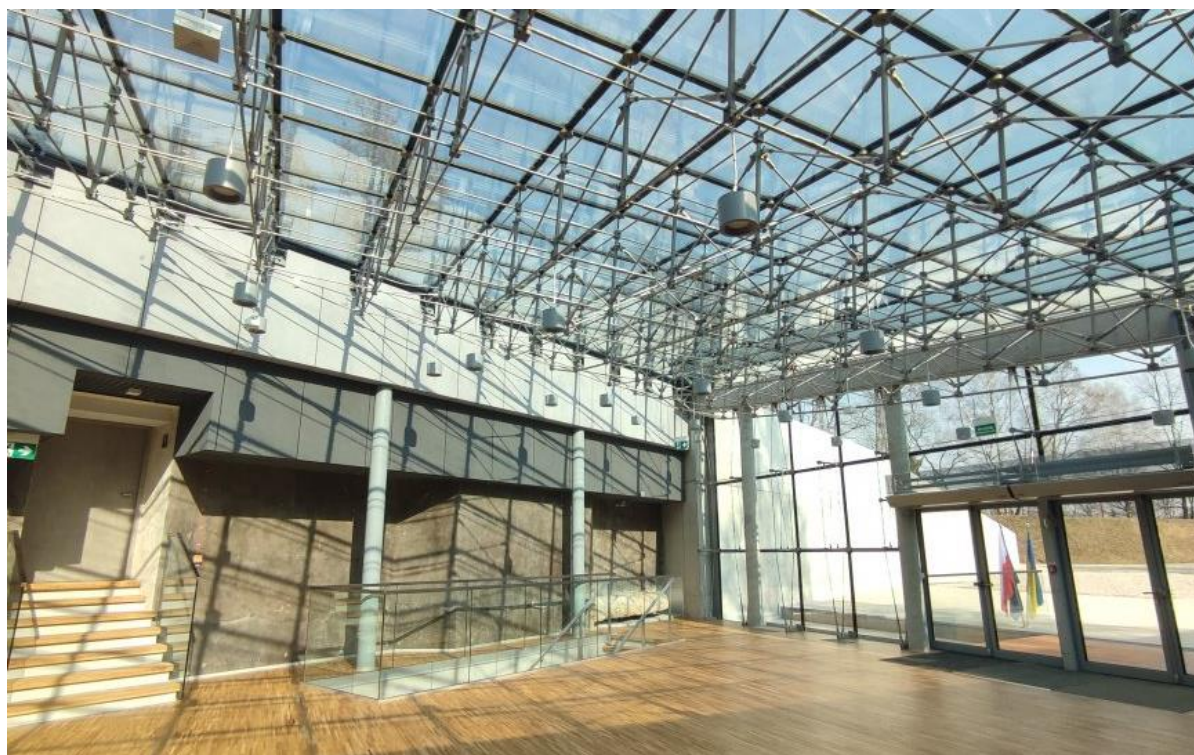
Kluczowym aspektem zjawisk zachodzących w kratownicach ciężarowych jest celowo wywołany stan samonapężenia. Ponieważ stalowe liny i kable nie wykazują żadnej sztywności na ściskanie, ustrój taki zyskałby postać mechanizmu. W przypadku zwiócenia któregośkolwiek z pasów pod wpływem np. gwałtownego ssania wiatru. Aby temu zapobiec, podczas wznoszenia w układ wprowadza się potężne siły naciągu. Gwarantuje to, że przy dowolnej ekstremalnej kombinacji obciążeń, we wszystkich ciężarach zawsze pozostanie rezerwa siły rozciągającej, a separujące je stalowe słupki pozostaną bezustannie ściskane. Ma to jednak swoją zasadniczą wadę w postaci równie ogromnych sił poziomych na podporach. Skutkuje to stosowaniem odciągów, symultanicznie kreowania skomplikowanych fundamentów.



Rysunek 2 Przykłady płaskich dźwigarów linowo-prętowych [25]

Mimo tych wyzwań projektowych i realizacyjnych, kratownice cięgnowe oferują bezprecedensowe walory architektoniczne, co z kolei jest ich zasadniczą zaletą. Redukcja elementów nośnych wyłącznie do smukłych, stalowych lin i punktowych prętów ściskanych pozwala na osiągnięcie maksymalnej transparentności i wizualnej dematerializacji konstrukcji. Z tego powodu układy te stały się powszechnym rozwiązaniem dla reprezentacyjnych przekryć i fasad ze szkła konstrukcyjnego, gdzie priorytetem jest doświetlenie wnętrza oraz zacieranie granic między budynkiem a otoczeniem.

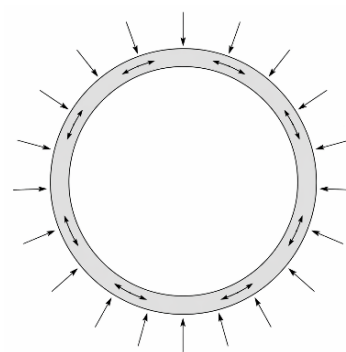
Znakomitym, współczesnym przykładem wykorzystującym te atuty jest zadaszenie oraz fasada Muzeum i Centrum Ruchu Harcerskiego w Krakowie [20]. Zastosowano tam zaawansowaną szklaną konstrukcję cięgową, która nadaje zgeometryzowanej bryle budynku niezwykłą lekkość. Świadome operowanie celowym sprzężeniem ustroju umożliwiło w tym obiekcie rezygnację z dominujących, ciężkich profili stalowych czy aluminiowych na rzecz filigranowej "pajęczyny" cięgien. Taki samo równoważący się ruszt cięgowy idealnie współpracuje z wielkopowierzchniowymi taflami szkła, tworząc wysoce estetyczną, niemal niewidoczną strukturę, która jednocześnie spełnia najwyższe standardy bezpieczeństwa i nośności.



Rysunek 3 Szklany dach Muzeum i Centrum Ruchu Harcerskiego w Krakowie [20]

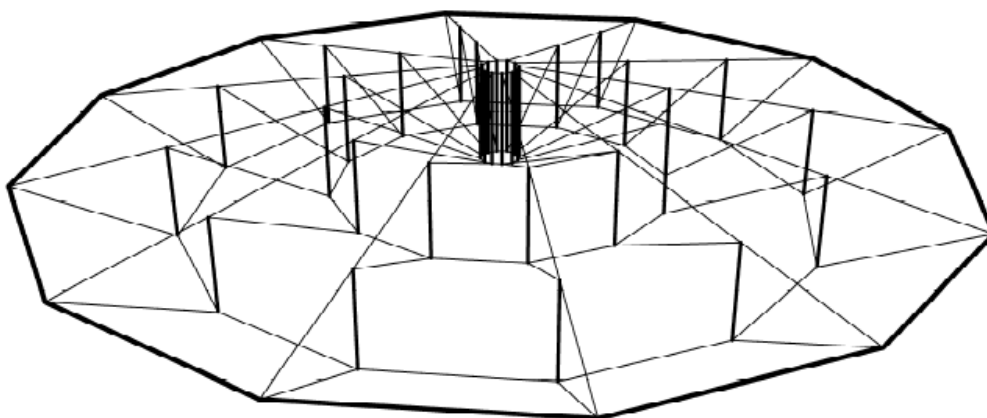
Układy pierścieniowe (dachy typu kopuły ciągnowe)

Są to konstrukcje o rozbudowanej formie klasycznego dźwigara kratowego, które zawdzięczają swój kształt statyce. Siły rozciągające z wiotkiej siatki dachowej przejmowane są przez masywny obwodowy pierścień ściskany (ring). Dźwigar o trajektorii okręgu obciążony równomiernie po obwodzie siłą ściskającą z kierunku wektora w stronę środka daje równomierny rozkład siły osiowej, stąd układy pierścieniowe przybierają swoją formę. Głównym elementem nośnym w tym rozwiązaniu są rozmieszczone promieniowo dźwigary, uformowane z par napiętych cięgien. Stabilność geometryczną i odpowiednią współpracę pasów zapewniają pionowe słupki (zastrzały), pracujące na ściskanie, które rozpierają cięgna. Wewnętrzne końce dźwigarów integrowane są w pierścieniach centralnych, natomiast na obwodzie następuje ich kotwienie w sztywnym pierścieniu zewnętrznym, przejmującym siły rozporowe. Kluczowym aspektem funkcjonowania tego systemu jest wprowadzenie sił sprężenia, które gwarantuje, że cięgna pozostają stale rozciągane, a zastrzały ściskane. Rozwiązanie to zdominowało architekturę wielkich przekryć stadionowych, skłaniając jednocześnie twórców na całym świecie do niezależnego rozwijania tej idei i tworzenia unikalnych konstrukcji.



Rysunek 4 Schemat statyczny okręgu

Jednym z najbardziej znanych i najstarszych rozwiązań tego typu konstrukcji jest kopuła Geigera. Składa się ona z obwodowych pierścieni ciągnowych tworzących poziomy, na których wsparte są zastrzały tworzące skratowanie z górnym cięgnem ukośnym (rys. 3). Przykładem jest dach Olimpijskiej Hali Gimnastycznej w Seulu z 1986 roku autorstwa samego Davida Geigera, o rozpiętości 120 m.



Rysunek 5 Schemat kopuły Geigera

Również w Polsce doczekaliśmy się pioniera konstrukcji ciągnowych, który był jednym z autorów założeń konstrukcyjnych Hali Widowiskowo-Sportowej Spodku w Katowicach. Stanowiła ona jeden z najbardziej innowacyjnych obiektów w historii polskiej inżynierii lądowej. Budowę rozpoczęto w 1964 roku, a jej realizacja trwała pięć lat. Zasadnicza przestrzeń bezkolumnowa o całkowitej rozpiętości równej 126 m została przykryta ustrojem klasyfikowanym jako konstrukcja o cechach tensegrity. Zasadniczą różnicą, a zarazem autorską innowacją w stosunku do klasycznych ustrojów Geigera, było zastosowanie w Spodku zarówno dolnych, jak i górnych promienistych cięgien wiodących. Zadaszenie uformowano ze 120 promieniście rozchodzących się dźwigarów linowo-prętowych, z których każdy posiada

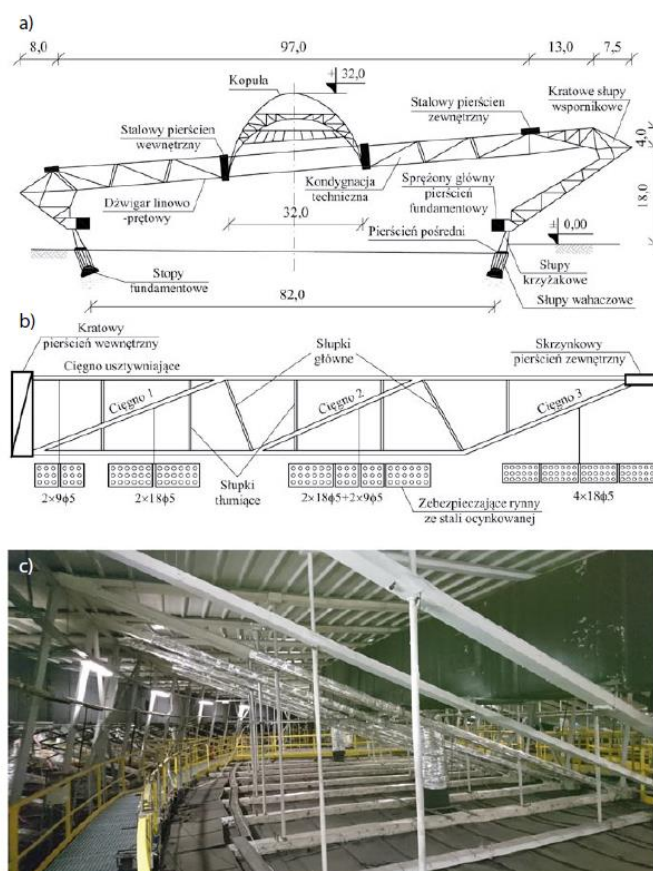
rozpiętość 36,0 m. W osi centralnej obiektu wszystkie dźwigary zbiegają się na wewnętrznym, stalowym pierścieniu kratowym, który stanowi również oparcie dla centralnej kopuły doświetlającej wnętrze.

Dźwigar linowo-prętowy wykreowano w postaci płaskiej kratownicy. Górny pas, dolny pas oraz wszystkie krzyżulce wykonano w całości z układów wiotkich lin, podczas gdy geometrię kratownicy stabilizują pionowe, stalowe słupki główne i słupki tłumiące, przejmujące wygenerowane od sprężenia siły ściskające. Należy podkreślić dwutorową funkcję tych dźwigarów: pas górny stanowi właściwą ramę dla pokrycia dachowego, natomiast rozciągany pas dolny formuje konstrukcję stropu podwieszonego, na którym zlokalizowano obszerną kondygnację techniczną obciążoną urządzeniami wentylacyjnymi, mechanicznymi i elektrycznymi.

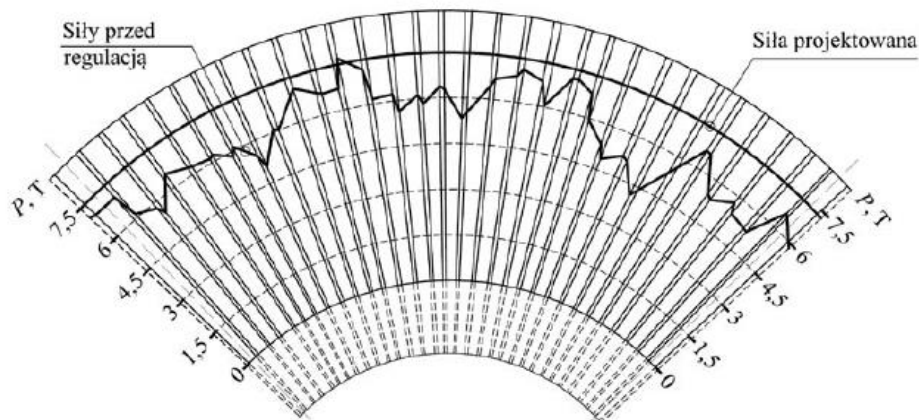
Każdy z dźwigarów został skomponowany z 12 wiązek nośnych, do wyprodukowania których wykorzystano łącznie 180 pojedynczych drutów stalowych o średnicy $\Phi 5$ mm na jeden dźwigar. Kable nośne zostały zróżnicowane przekrojowo w zależności od natężenia sił. Ze względów węzłowych liny z 18 drutów rozwidlono na końcach, tak by w każdym pojedynczym zakotwieniu spięto punktowo po 9 drutów, co dało łącznie aż 20 zakotwień na każdym boku dźwigara.

Technologię łącz sprężających (zakotwień biernych zlokalizowanych na wewnętrznym pierścieniu oraz czynnych, pozwalających na aktywne wprowadzanie naciągu z poziomu pierścienia zewnętrznego) zaprojektował dedykowany zespół Instytutu Materiałów i Konstrukcji Budowlanych Politechniki Krakowskiej.

Z punktu widzenia budowlanego sam proces wprowadzenia do konstrukcji rygorystycznego stanu miał charakter wieloetapowy i obciążony był ryzykiem wystąpienia niepożądanych ugięć. Jeszcze przed zespoleniem, na placu prefabrykacji wszystkie ciągi linowe poddano tzw. przeciąganiu, obciążając je przez 10 minut naprężeniami o wielkości 950 MPa w celu wyeliminowania luzów i optymalizacji parametrycznej drutów. Kiedy cały układ stalowy znalazł się na szczycie konstrukcji, proces iniekcji siły inicjowano od lin usztywniających $9\Phi 5$ mm aż do wartości 7,5 tony, a następnie symultanicznie naprężano ciągi główne. Sprężanie przebiegało synchronicznie na dźwigarach oddalonych od siebie o 120 stopni, następnie zakładano resztę dźwigarów, sukcesywnie naprężając każdy z nich. Wymagało to nieustannej korekty sił, ponieważ siły we wbudowanych linach ulegały redystrybucji chociażby po usunięciu zewnętrznych podpór montażowych.



Rysunek 6 Schemat konstrukcji hali (a), budowa dźwigara linowo-prętowego (b), widok dźwigarów w kondygnacji technicznej (c) [2]

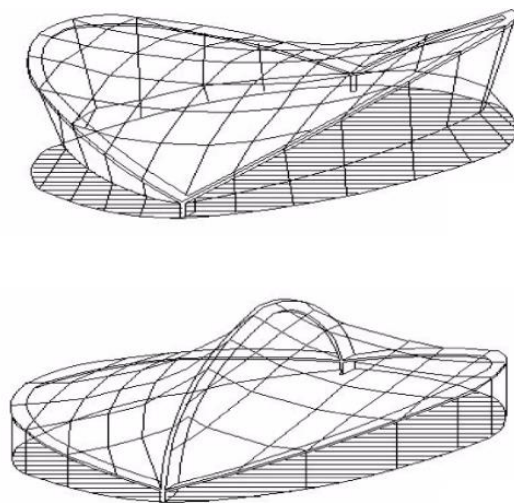


Rysunek 7 Wyniki pomiaru sił w wiązkach $9 \Phi 5$ mm wciągach usztywniających po zmontowaniu wszystkich 120 dźwigarów, przed regulacją siły [2]

Prawidłowość nowatorskiej bryły i ekstremalnego zbalansowania cięgien uwiarygodniono tuż przed oddaniem budynku, przeprowadzając widowiskowy i drastyczny test wytrzymałościowy: 4000 żołnierzy synchronicznie obciążyło konstrukcję uderzeniami i podskokami, imitując ekstremalnie niekorzystne obciążenie dynamiczne wielotysięcznym tłumem.

Układy siatkowe

Kolejnym charakterystycznym typem są powierzchniowe siatki cięgnowe. Zgodnie z zasadą formy podążającej za siłą, ustroje te klasyfikowane są jako systemy kształtowo-aktywne. Ich ostateczny kształt nie jest wynikiem arbitralnej decyzji architektonicznej, lecz rezultatem rygorystycznego procesu poszukiwania formy równowagi (tzw. form-finding). Warto zauważyć, że z punktu widzenia mechaniki, przestrzenne siatki cięgnowe stanowią dyskretny odpowiednik ciągłych przekryć membranowych. Oba te systemy wymagają nadania im krzywizny antyklastycznej (siodłowej) oraz wprowadzenia celowego sprężenia wstępnego, co pozwala im na przenoszenie obciążeń zewnętrznych wyłącznie poprzez czysty stan błonowy, bez generowania momentów gnących. Nie sposób pominąć obiektu, który zdefiniował nowożytną erę wielkopowierzchniowych konstrukcji wiszących. Jest nim ukończona w 1952 roku J.S. Dorton Arena (pierwotnie znana jako State Fair Arena lub Paraboleum) w Raleigh, w stanie Karolina Północna [21]. Obiekt ten, będący wizjonerskim dziełem polskiego architekta Macieja Nowickiego oraz wybitnego amerykańskiego inżyniera Freda N. Severuda, stanowi na kartach historii inżynierii lądowej pierwszą na świecie realizację wielkorozpiętościowego dachu opartego na siatce cięgnowej uformowanej w kształcie hiperboloidy parabolicznej (tzw. powłoki siodłowej).



Rysunek 8 Typy konstrukcji siatkowych

Z punktu widzenia mechaniki budowli, ustrój nośny Dorton Arena reprezentuje klasyczny, zewnętrznie kotwiony system siatkowy. Podstawę układu przestrzennego stanowią dwa potężne, żelbetowe łuki paraboliczne, które przecinają się w rzucie poziomym i są pochylone

względem płaszczyzny pionowej. Łuki te pełnią funkcję sztywnych elementów brzegowych pracujących na ściskanie. Pomiędzy nimi rozpięto ortogonalną siatkę stalowych cięgien – głównych elementów niosących (sagging cables) oraz stabilizujących (hogging cables).



Rysunek 9 Widok z lotu ptaka Dorton Areny w Raleigh [21]

Kluczowym osiągnięciem statycznym tego układu było zastosowanie naturalnego, wzajemnego sprzężenia elementów sprzecznych fizycznie: wiotkich lin poddanych wyłącznie rozciąganiu oraz masywnych łuków żelbetowych będących w stanie czystego ściskania. Krzywizna siodłowa dachu umożliwiła wprowadzenie odpowiedniego wstępnego sprzężenia siatek, które nie tylko uodporniło wiotkie przekrycie na efekty ssania wiatru i zjawiska flutteru, ale także nadało systemowi wymaganą sztywność kinematyczną.

Zgodnie z systematyką ustrojów o otwartym przepływie sił, potężne reakcje poziome od rozpięających się łuków oraz naciągu lin nie mogły zostać zrównoważone wewnątrz samego układu zadania. W związku z tym, łuki musiały zostać zakotwione w ziemi za pomocą masywnych, podziemnych bloków fundamentowych (skrzyń), które przenoszą naprężenia bezpośrednio na grunt, zwalniając tym samym lekkie, zewnętrzne ściany osłonowe z jakichkolwiek funkcji nośnych.

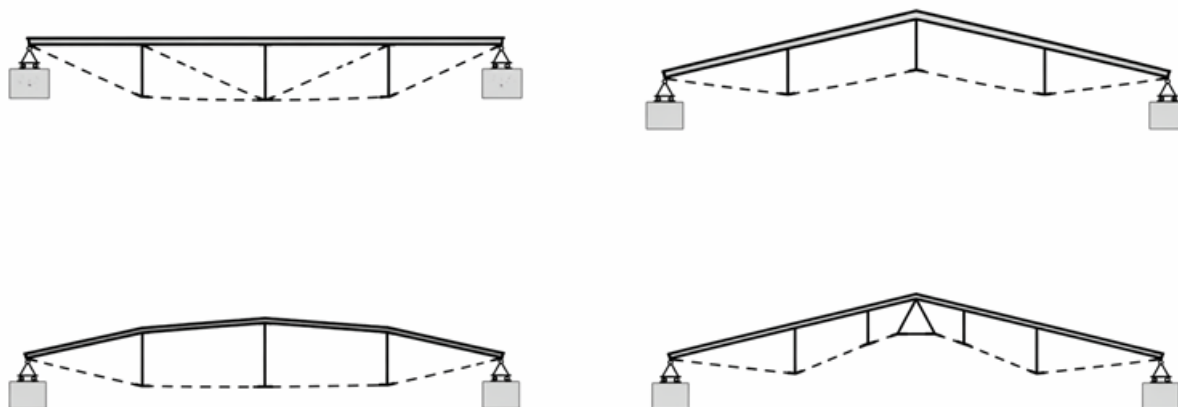
Dorton Arena stała się przełomowym osiągnięciem, udowadniającym, że stalowe cięgno może stać się samodzielnym, pierwszoplanowym elementem kształtującym przestrzeń architektoniczną. Sukces tego systemu statycznego otworzył drogę do późniejszych, spektakularnych realizacji na całym świecie (w tym obiektów Kenzo Tange czy Eero Saarinen), stając się bezpośrednią inspiracją dla ewolucji konstrukcji cięgowych w stronę coraz bardziej wyrafinowanych i samo równoważących się układów przestrzennych.

1.1.2 Systemy z zamkniętym przepływem sił (samorównoważące się)

To zbiór konstrukcji definiujących rdzeń hybrydowych struktur cięgowych (HSS). W tych układach ściskanie w ustroju ciągłym jest realizowane wewnątrz systemu, działając równolegle (współosiowo) do wektora głównych sił rozciągających cięgna. Stworzenie takiego zamkniętego obiegu sił drastycznie redukuje reakcje poziome przekazywane na podpory (np. ściany lub słupy hali). Do najważniejszych reprezentantów tej grupy należą:

Dźwigary podprężone (Beam String Structures – BSS)

Dźwigary BSS klasyfikowane w europejskiej literaturze przedmiotu oraz tradycji inżynierskiej pod pojęciem dźwigarów podprężonych (ang. Cable-supported beams, niem. unterspannte Träger). należą do najbardziej elementarnej, a zarazem fundamentalnej klasy w hierarchii struktur hybrydowych. Koncepcja ta została usystematyzowana i spopularyzowana przez japońskiego profesora Masao Saitoh [3], który zdefiniował BSS jako synergetyczne połączenie sztywnego elementu belki oraz wiotkiego cięgna umieszczonego w pasie dolnym.



Rysunek 10 Przykładowe schematy konstrukcji podprężonych - BSS

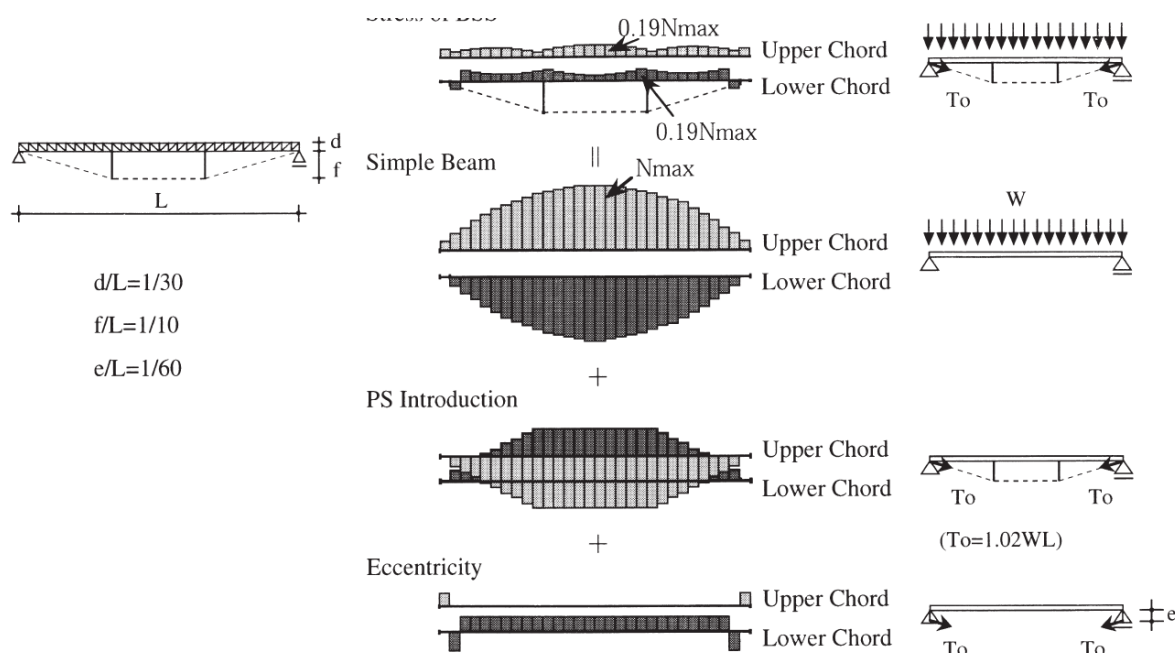
Istota BSS polega na wprowadzeniu celowego samo naprężenia, które diametralnie zmienia rozkład sił w układzie. Prosta lub lekko wygięta belka górna przejmuje ściskanie oraz lokalne momenty gnące, podczas gdy cięgno uciąglone pod nią przejmuje globalne rozciąganie. Dzięki zastosowaniu słupków rozporowych zwanych dewiatorami, cięgno zyskuje odpowiedni wysięg, co pozwala na wygenerowanie sił zwrotnych odciążających belkę główną.

Skutkiem jest drastyczna redukcja ciężaru własnego na skutek zwiększenia sztywności (nawet o 30-50% względem tradycyjnych kratownic). Przez wstępną regulację naciągu możliwa jest kontrola ugięć, a sama konstrukcja przez swoją charakterystyczną budowę w przeciwieństwie do systemów o otwartym przepływie sił eliminuje znaczące reakcje poziome na podporach.

Kluczowym uzasadnieniem efektywności systemów BSS jest analiza całkowitej energii odkształcenia sprężystego układu (U). W klasycznej belce energia gromadzona jest głównie poprzez zginanie, co przy dużych rozpiętościach wymusza stosowanie masywnych przekrojów o wysokim momencie bezwładności (I). System hybrydowy wymusza transfer energii z komponentu gnącego na komponent osiowy. Ponieważ sztywność osiowa (EA) elementów stalowych jest wielokrotnie wyższa niż ich sztywność giętą (EI), ustrój staje się znacznie optymalny pod względem wykorzystania nośności. Zgodnie z twierdzeniem Castigliano, mniejsza energia odkształcenia przy danym obciążeniu bezpośrednio przekłada się na mniejsze przemieszczenia układu. Zależność tę opisuje równanie energii:

$$U = \int_L \frac{M(x)^2}{2EI} dx + \int_L \frac{N(x)^2}{2EA} dx$$

W dźwigarach BSS, dzięki wprowadzeniu celowego sprężenia wstępnego, uzyskuje się tzw. efekt aktywny. Siła naciągu ciągna generuje w belce ujemne momenty gnące oraz ugięcie odwrotne, co pozwala na niemal całkowitą rekompensatę obciążeń stałych. Prowadzi to do wyrównania naprężeń od zginania oraz skutecznej redukcji odkształceń końcowych.



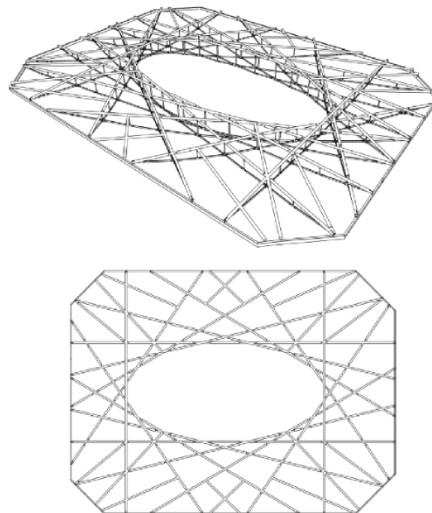
Rysunek 10 Wpływ podprężenia kratownicy ciągną na ostateczną siłę osiową w dolnym i górnym pasie [23].

Istotną zaletą BSS w kontekście stateczności jest rola dewiatorów. Działają one jako sprężyste podpory punktowe, które drastycznie redukują długość wyboczeniową pasa górnego w płaszczyźnie dźwigara. Jednocześnie należy zaznaczyć, że w typowych rozwiązaniach dachowych charakterystyczne wykorzystanie poszycia przekrycia (np. blachy trapezowej, płyt warstwowych czy stężeń połaciowych) w dużym stopniu zabezpiecza belkę przed wyboczeniem z płaszczyzny. W związku z tym oddzielenie masywnej strefy ściskanej od filigranowej strefy rozciąganej pozwala na uzyskanie wysoce estetycznych, transparentnych przekryć, idealnie współgrających z nowoczesną architekturą szkła.

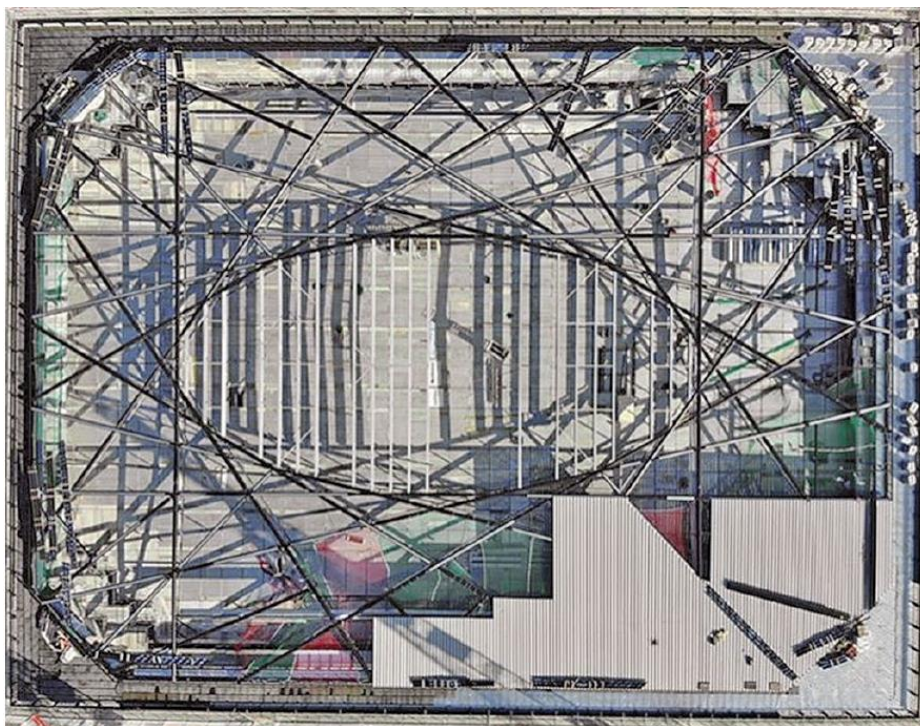
Mimo licznych zalet, konstrukcje BSS charakteryzują się istotnymi słabościami, z których najważniejszą jest wrażliwość na obciążenia niesymetryczne (np. nierównomierne zaleganie worków śnieżnych) oraz ssanie wiatru. Ustrój ten jest z natury silnie unifunkularny – jego geometria optymalnie odpowiada jednemu, dominującemu stanowi obciążeń (zazwyczaj ciężarowi własnemu). W przypadku pojawienia się asymetrii obciążenia, górna belka zostaje narażona na gwałtowny wzrost lokalnych momentów gnących, a ciągną po stronie odciążonej może ulec dekompresji. Utrata naciągu w ciągnie oznacza natychmiastową utratę sztywności geometrycznej całego węzła, co zmusza zginaną belkę do samodzielnego przeniesienia wszystkich obciążeń. Aby przeciwdziałać tym zjawiskom, projektanci często muszą modyfikować czysty układ BSS, wprowadzając dodatkowe ciągną krzyżowe lub usztywniając węzły dewiatorów, co przekształca ustrój w bardziej złożone kratownice ciągnowe.

Doskonałym przykładem ewolucji od prostego, płaskiego dźwigara do złożonej formy przestrzennej jest zadanie BCF Arena we Fryburgu (Szwajcaria) [28]. Przekrycie tego obiektu, obejmujące rozpiętość 105 x 80 metrów, stanowi zaawansowaną aplikację systemów. Zamiast klasycznego, równoległego ułożenia elementów nośnych, zastosowano tu konstrukcję złożoną z 16 podprężonych dźwigarów stalowych.

Kluczowym aspektem tej konstrukcji jest sposób, w jaki elementy krzyżują się ze sobą, tworząc zintegrowany, gwiaździsty układ przestrzenny. Rozwiązanie to nie było podyktowane wyłącznie estetyką – siatka dźwigarów i cięgien została zaprojektowana tak, aby ściśle podążać za trajektoriami naprężeń głównych. Dzięki temu zoptymalizowano obieg sił, co pozwoliło na efektywną dystrybucję obciążeń. Zmiana ta wpłynęła również na zwiększenie bezpieczeństwa całego obiektu. O ile pojedynczy dźwigar BSS charakteryzuje się niską redundancją (tj. wysoką wrażliwością na awarię pojedynczego elementu nośnego), pracując w ujęciu niezawodnościowym jako układ szeregowy, o tyle zintegrowanie belek w globalną strukturę przestrzenną nadało jej właściwości znacznie bezpieczniejszego układu równoległego. Rozwiązanie to stanowi triumf inżynierskiego racjonalizmu



Rysunek 11 Schemat przekrycia dachowego BCF Areny we Fryburgu



Rysunek 12 Zdjęcie konstrukcji przekrycia BCF Areny we Fryburgu [28]

Łuki podprężone (Cable Arch Structures – CAS) oraz układy o rozwiniętej topologii

Rozwinięciem prostych dźwigarów BSS są konstrukcje o zakrzywionej geometrii, klasyfikowane szerzej jako łuki podprężone (ang. *Cable Arch Structures* – CAS). W zaawansowanych realizacjach tego typu ogólna forma ustroju jest wprost dyktowana pierwotnymi założeniami architektonicznymi, jednak jego ostateczny, zoptymalizowany kształt zależy bezpośrednio od statyki i przepływu sił wewnętrznych.

Główna zasada mechaniki tych struktur opiera się na analogii do ramy, w której naciąg cięgna pełni rolę siły aktywnie równoważącej momenty gnące wywołane obciążeniami zewnętrznymi w elemencie sztywnym. W konsekwencji, przestrzenna trajektoria cięgna nie jest przypadkowa – jej trasowanie jest ściśle kształtowane przez obwiednię momentów gnących. Cięgno meandruje względem włókien rozciąganych: oddala się od niego na dewiatorach tam, gdzie układ wymaga większej siły do skompensowania ekstremalnych momentów, a zbliża się do osi tam, gdzie moment gnący maleje.

Takie podejście pozwala na projektowanie konstrukcji o złożonych schematach statycznych i silnie zindywidualizowanych, często organicznych kształtach. W układach tych estetyka staje się bezpośrednią manifestacją zoptymalizowanego obiegu sił.

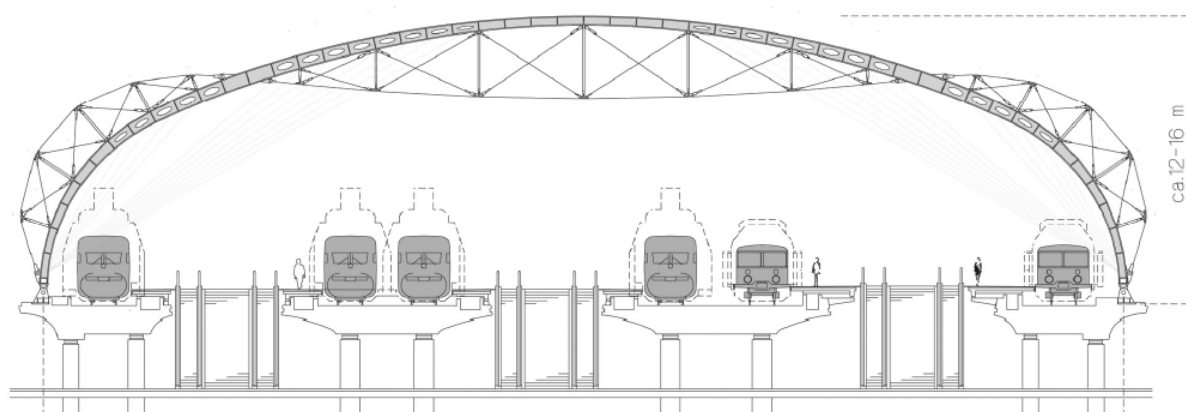
Doskonałym przykładem takiej koherencji formy i statyki jest zadaszenie dawnego Terminala Międzynarodowego Waterloo w Londynie (proj. Nicholas Grimshaw, konstr. Anthony Hunt). Ze względu na rygorystyczne ograniczenia przestrzenne peronów, zaprojektowano asymetryczne, trójprzegubowe łuki o zmiennej geometrii. Trasa cięgien w tym układzie została poprowadzona dokładnie po obwiedni momentów gnących dla dominujących przypadków obciążeń. Pozwoliło to na wykształtowanie konstrukcji o transparentnej i estetycznej formie, jednocześnie spełniając wszelkie wymogi bezpieczeństwa.



Rysunek 13 Widok na przekrycie Terminala Waterloo w Londynie.

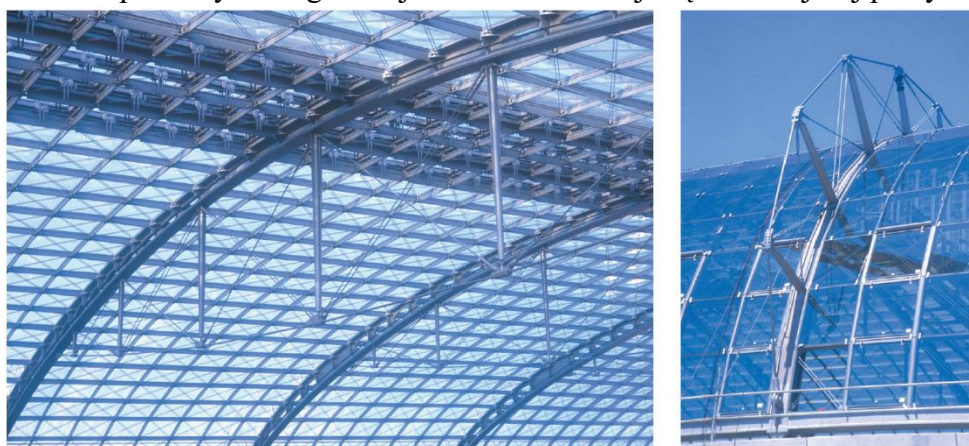
Wraz ze wzrostem złożoności topologicznej ustroju, potęguje się również wrażliwość na dystrybucję sił. Wprowadzenie zaawansowanej statycznej niewyznaczalności oznacza, że zmiana siły w ciągu natychmiast wpływa na redystrybucję naprężeń w całej strukturze. Wymaga to niezwykle precyzyjnego tzw. strojenia naciągu, opierającego się na numerycznym wyznaczeniu odpowiedniej sekwencji sprężania w fazie montażu.

Sztandarową realizacją, która wykorzystuje mechanikę układów podprężonych w ekstremalnie skomplikowanej formie przestrzennej, jest przekrycie Dworca Głównego w Berlinie (Berlin Hauptbahnhof / Lehrter Bahnhof), zaprojektowane przez biuro Schlaich Bergermann Partner (SBP).



Rysunek 14 Schemat głównej ramy nośnej przekrycia Dworca Głównego w Berlinie [5]

Główna hala peronowa to gigantyczne, szklane sklepienie, którego konstrukcję nośną tworzy powtarzalny system delikatnych, stalowych łuków zintegrowanych z podłużnymi kratownicami ciągnowymi. Konstrukcja ta stanowi perfekcyjną syntezę wizji architektonicznej z rygorystyczną mechaniką budowli i technologią. Kluczowym zabiegiem inżynierskim było tu wykorzystanie znacznej masy własnej szklanego przekrycia. Jego ciężar skutecznie neutralizuje oddziaływania od ssania wiatru, dzięki czemu w obwiedni sił wewnętrznych nie dochodzi do odwrócenia znaku momentów gnących (odrywania konstrukcji). Taki, a nie inny układ naprężeń w pełni uzasadnia zastosowanie jednostronnej trajektorii ciągną, zoptymalizowanej ściśle pod kątem kompensacji dominującego ciężaru własnego. Jednocześnie filigranowość wypracowanego układu nośnego tworzy fascynujący paradoks – konstrukcja, mimo swojej monumentalnej skali i znacznej rzeczywistej masy, przekonuje obserwatora o swojej niezwyklej lekkości i transparentności. Stanowi to idealny balans pomiędzy estetyką a twardą logiką przepływu sił. Ze względu na swój unikalny charakter, obiekt ten zostanie poddany szczegółowej analizie w dalszej części niniejszej pracy.



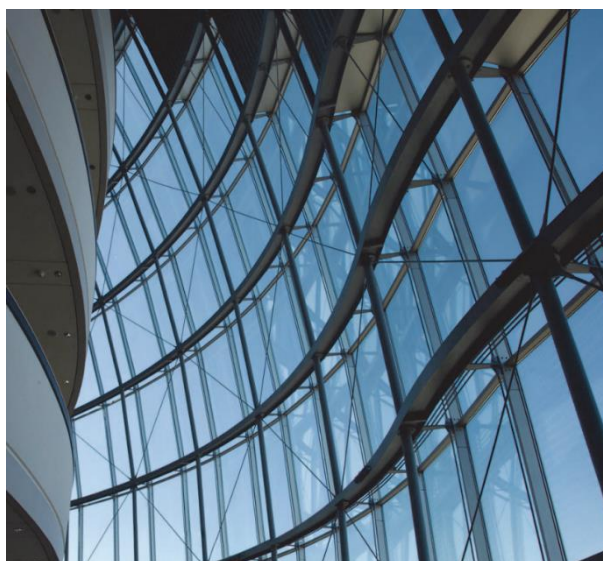
Rysunek 15 dźwigar dachowy: widok z wnętrza i na zewnątrz [5]

1.2 Klasyfikacja i rodzaje cięgien

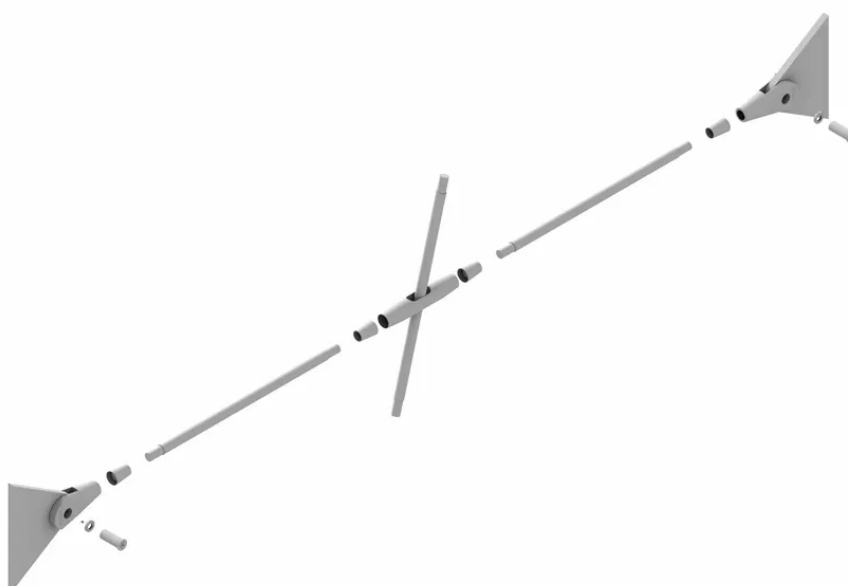
Podstawowym dokumentem normatywnym regulującym zasady stosowania elementów wiotkich w budownictwie stalowym jest norma PN-EN 1993-1-11 [4]. Definiuje ona ciągnio jako element konstrukcyjny przenoszący wyłącznie siły osiowe rozciągające, którego sztywność giętą w globalnej analizie statycznej jest zazwyczaj pomijana. Według wytycznych Eurokodu 3, elementy rozciągane klasyfikuje się w trzech głównych grupach (A, B i C), w zależności od ich budowy wewnętrznej i charakterystyki pracy:

- **Grupa A: Pręty i systemy prętowe:**

Elementy wykonane z litych prętów stalowych najczęściej o przekroju okrągłym, gwintowane na końcach, wykonane ze stali o podwyższonej lub wysokiej wytrzymałości. Najczęściej są to wyroby gorącowałcowane ze stali nisko stopowej, wysokostopowej, lub nierdzewnej (np. granica plastyczności od 355 do ponad 500 MPa, a w systemach sprężających nawet powyżej 1000 MPa). W literaturze przedmiotu systemy te często traktuje się jako "sztywne ciągnia". Chociaż lokalnie posiadają one pewną sztywność giętą, w skali makro wieloprzestrzennych zadaszeń pracują jak klasyczne elementy wiotkie. Zaletą prętów jest łatwość zabezpieczenia antykorozyjnego z uwagi na gładką powierzchnię zewnętrzną o prostej, regularnej geometrii i przekroju koła, oraz mniejsza odkształcalność (brak zjawiska osiadania splotu). Popularnym przykładem komercyjnym są tu systemy typu Macalloy, a także Umix Pfeifer.



Rysunek 17 Przykład wykorzystania cięgien prętowych



Rysunek 16 Przykład obrazkowy systemu UMIX firmy Pfeifer

Łatwość montażu i stosunkowo niski koszt tego rozwiązania powoduje że systemy te wykorzystuje się bardzo często w powtarzalnych i prostych elementach konstrukcyjnych. Najczęściej spotyka się rozwiązania w postaci nagwintowanych



Rysunek 18 rozwiązanie węzła w konstrukcji drewnianej z zastosowanymi cięgnami pretowymi

końcówek cięgien i dostosowanych do tego końcówek zaciskowych z uchwytami widełkowymi. Regulacja cięgna odbywa się przy użyciu klucza dynamometrycznego. Jeżeli chodzi o rozmiary i nośności, grupa ta charakteryzuje się pełnym wachlarzem od pretów o średnicy 8mm, po 120mm kolosy z nośnością 7290kN. Rozwiązanie to stosuje się zatem nie tylko do elementów stężających ale również w podwieszeniach mostów, kładek dla pieszych. Jedynym mankamentem i różnicą w stosunku do pozostałych grup jest ograniczenie w kształtowaniu trajektorii tych cięgien, co w przypadku zadaszeń dużych rozpiętości ma szczególne znaczenie w konstruowaniu węzłów łączących dewiatory z elementami wyłącznie rozciąganymi.

- Grupa B: **Liny spiralne i splotki.**

Stanowi ona bezdyskusyjnie najliczniejszą i najbardziej zróżnicowaną rodzinę cięgien stosowanych w architekturze wielkopowierzchniowej. Ich popularność wynika z doskonałego balansu między wysoką nośnością, elastycznością montażową a przewidywalnością pracy statycznej. W odróżnieniu od litych pretów, liny te powstają w procesie wielowarstwowego, spiralnego skręcania drutów wokół rdzenia, co nadaje im charakterystyczną teksturę i specyficzne właściwości mechaniczne.

Liny spiralne otwarte– Są to cięgna zbudowane wyłącznie z drutów o przekroju okrągłym. Ich struktura przypomina naturalny splot, co zapewnia im dużą giętkość, ułatwiającą transport poprzez nawinięcie na bębny.

Ze względu na geometrię okrągłych drutów, wewnątrz liny pozostają wolne przestrzenie (puste kanały), które stanowią krytyczny punkt z perspektywy trwałości.

Bez dodatkowych zabiegów, kanały te mogą stać się drogami penetracji wilgoci i korozji wewnętrznej. Są używane bardzo rzadko w środowisku zewnętrznym dlatego zakres ich stosowania jest dosyć ograniczony. Produkowane są liny otwarte od 6 do ok. 135mm.

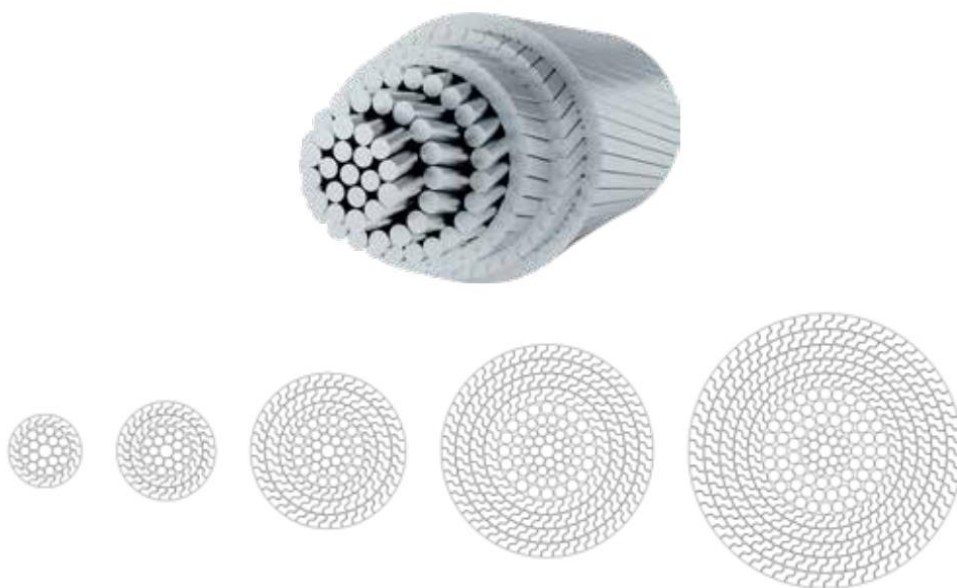


Rysunek 19 Przykład sposobu transportu cięgna ze splotu



Rysunek 20 Przykład lin spiralnych otwartych [źródło: materiały informacyjne firmy Fatzer]

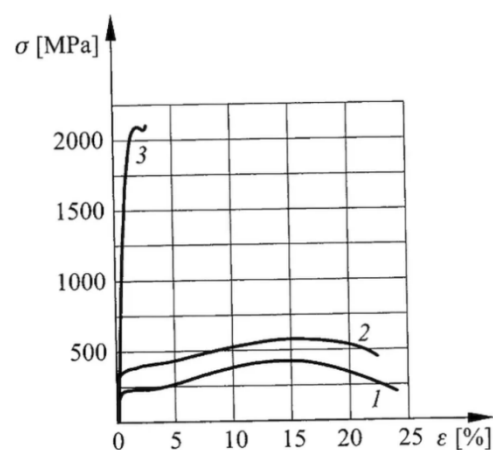
Liny spiralne zamknięte są odpowiedzią na potrzebę minimalizowania skutków korozji umożliwiając szczelne zamknięcie wewnętrznej części cięgna na środowisko zewnętrzne. O ile rdzeń pozostaje spiralą okrągłych drutów, o tyle ostatnie warstwy zewnętrzne (zazwyczaj dwie lub trzy) wykonane są z drutów profilowanych w kształcie liter „Z” lub „S”. Druty te zazębiają się ze sobą, tworząc szczelną, niemal idealnie gładką powierzchnię. Jest ona pożądana w architekturze eksponowanej np. w poręczach mostowych, gdyż nie kumuluje brudu i pozwala na łatwe malowanie systemowe. Dzięki eliminacji pustych przestrzeni, lina zamknięta ma znacznie większy przekrój czynny stali niż lina otwarta tej samej średnicy. Skutkuje to wyższą nośnością w stosunku do średnicy. Powszechnie produkowane rozmiary splotów zamkniętych zaczynają się od 20mm i nośności około 400kN do aż 180mm i nośności 31 000kN. Zazębione druty tworzą barierę mechaniczną co umożliwia wprowadzenie dodatkowego zabezpieczenia antykorozyjnego. Wnętrze liny często wypełniane jest specjalnymi masami bitumicznymi lub cynkowymi, co w połączeniu z powłoką stopu cynku i aluminium lub samego cynku na każdym pojedynczym drucie, zapewnia trwałość mierzoną w dziesięcioleciach.



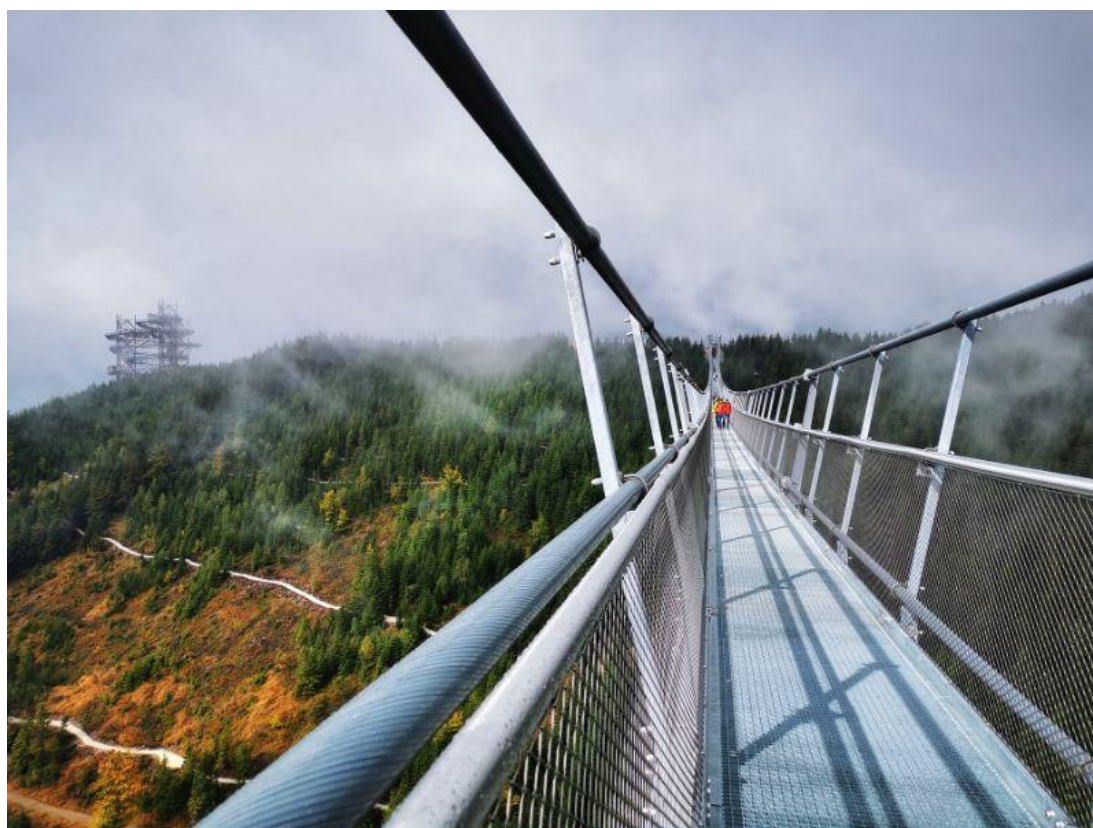
Rysunek 21 Przykład lin spiralnych zamkniętych [źródło: materiały informacyjne firmy Fatzer]

Kluczowym aspektem technologicznym i materiałowym tej grupy jest wymóg uwzględnienia przez projektanta zjawisk, które nie występują w tradycyjnej stali profilowej. W linach moduł sprężystości (E) nie jest stałą materiałową, lecz zależy od stopnia „zaciśnięcia” się splotu. Dlatego liny przed montażem poddawane są procesowi wstępnego przeciągania, który eliminuje nadmierną relaksację cięgien, pozostawiając jedynie wydłużenie sprężyste. Przeciąganie może odbywać się jednokrotnie lub cyklicznie. Najczęściej wykonywane jest w fazie produkcji w warsztacie, rzadziej na budowie chyba że technologia na to nie pozwala.

Druty używane do produkcji lin spiralnych charakteryzują się ekstremalnie wysokimi parametrami wytrzymałościowymi, osiągając charakterystyczną wytrzymałość na rozciąganie na poziomie 1570 MPa lub nawet 1770 MPa. Są one produkowane ze stali wysokowęglowej przeznaczonej do procesu ciągnięcia na zimno. Liny Grupy B to rozwiązanie hybrydowe – łączą surową siłę stali wysokowytrzymałościowej z technologią uszczelniania i sprężania. Wybór między liną otwartą a zamkniętą jest zazwyczaj kompromisem między budżetem a wymaganiami co do sztywności i odporności korozyjnej obiektu.



Rysunek 22 Charakterystyka wytrzymałościowa różnych stali: 1 – stal S235, 2- stal S355, 3- stal na druty lin



Rysunek 23 Kładka wisząca „SKY BRIDGE 721” w Dolinie Morawy; rozpiętość 721 metrów

- **Grupa C: Wiązki drutów lub splotów równoległych**

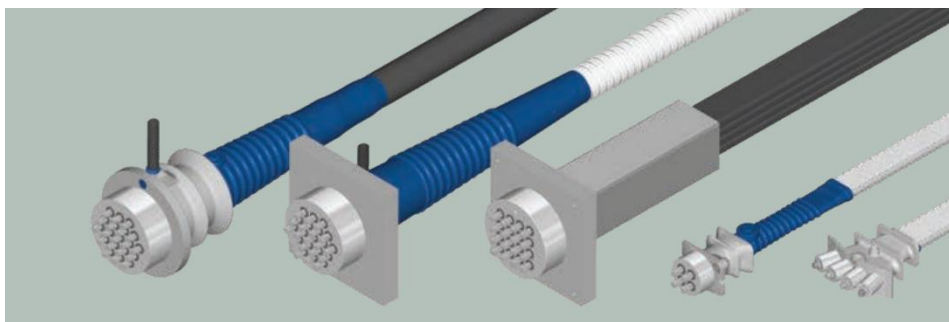
Jest to grupa, która reprezentuje najbardziej zaawansowane systemy ciągnowe, dedykowane do przenoszenia ekstremalnych obciążeń w konstrukcjach o największych rozpiętościach. W przeciwieństwie do lin spiralnych, ustrój ten składa się z dużej liczby niezależnych, ułożonych idealnie równolegle drutów o wysokiej wytrzymałości (zazwyczaj o średnicy od 5 do 7 mm) lub siedmiodrutowych splotów, które umieszczane są we wspólnej osłonie ochronnej. Rozwiązanie to stanowi inżynierską odpowiedź na potrzebę uzyskania maksymalnej sztywności osiowej przy jednoczesnej redukcji negatywnych efektów geometrycznych charakterystycznych dla lin skręcanych.

Kluczowym atutem tej grupy, wyróżniającym ją na tle pozostałych, jest posiadanie wysokiego i bardziej stałego modułu sprężystości podłużnej, zbliżonego do teoretycznego modułu sprężystości litej stali ($E \approx 195$ GPa). Wynika to bezpośrednio z faktu, że druty ułożone równolegle nie podlegają zjawisku „zaciskania się” splotu pod wpływem siły rozciągającej. W linach spiralnych (Grupa B) obciążenie powoduje najpierw geometryczne zbliżenie się drutów do rdzenia, co objawia się jako nieliniowe wydłużenie konstrukcyjne. W Grupie C ten etap jest całkowicie wyeliminowany, dzięki czemu ustrój pracuje liniowo i przewidywalnie od pierwszej fazy obciążenia, co ma krytyczne znaczenie dla stabilności geometrii potężnych obiektów mostowych czy dachów stadionowych. Stanowi to znaczną optymalizację kosztową wynikającą z pominięcia etapu przeciągania lin w fazie produkcji.



Rysunek 24 Przekrój przez dziewiętnastosplotowy kabel Freyssinet [źródło: materiały informacyjne firmy Freyssinet]

Pod względem technologicznym, wiązki te są chronione przez wielopoziomowe systemy barierowe. Najczęściej stosuje się wysokiej gęstości rury polietylenowe (PEHD), które nie tylko zabezpieczają stal przed korozją chemiczną i promieniami UV, ale również mogą być barwione w celach estetycznych lub wyposażone w specjalne przetłoczenia redukujące drgania wywołane wiatrem (tzw. zjawisko deszczu i wiatru). Wnętrze osłony wypełniane jest parafiną techniczną, smarem antykorozyjnym lub – w starszych rozwiązaniach – zaczynem cementowym, tworząc szczelne kontinuum ochronne. Na końcach tych potężnych elementów stosuje się zakotwienia klinowe lub systemy z główkami spęczanymi (np. typu BBR), które pozwalają na kotwienie setek pojedynczych drutów w jednej głowicy. Kiedyś systemy te również adaptowano do konstrukcji stalowych jednak z uwagi na ewolucję technologii kable ze splotów drutowych, praktycznie nie są stosowane w konstrukcjach stricte stalowych. Działają natomiast jako zakotwienia w fundamentach lub betonowych elementach konstrukcji.



Rysunek 25 System Cona do zakotwień splotów drutowych firmy BB

1.3 Sposoby kotwienia w konstrukcjach stalowych

Nadrzędną wytyczną normy PN-EN 1993-1-11 w zakresie kształtowania węzłów jest wymóg, aby połączenie cięgna z konstrukcją główną gwarantowało bezpieczne przeniesienie pełnej siły niszczącej element rozciągany, nie dopuszczając do przedwczesnego uszkodzenia samego zakotwienia. W praktyce inżynierskiej oznacza to realizację zasady hierarchii zniszczenia, w której nośność obliczeniowa głowic, sworzni oraz blach węzłowych musi być zawsze wyższa niż graniczna wytrzymałość cięgna na jego swobodnej długości. Takie podejście zapewnia, że w sytuacjach ekstremalnego przeciążenia, ustrój zachowa się w sposób przewidywalny, a ewentualna awaria zasygnalizowana zostanie plastycznym wydłużeniem splotu, a nie gwałtownym i kruchym zniszczeniem samego węzła.

Wybór optymalnej metody kotwienia jest procesem ściśle uzależnionym od budowy wewnętrznej cięgna oraz jego przynależności do określonej grupy materiałowej. Inne wymagania technologiczne stawiane są bowiem systemom prętowym, a inne zaawansowanym linom spiralnym czy wiązkom splotów równoległych. Niezależnie od wybranego systemu, kluczowym wyzwaniem pozostaje zminimalizowanie lokalnych naprężeń zginających, które powstają w newralgicznym punkcie wejścia wiotkiego elementu do sztywnego korpusu zakotwienia. Ponieważ cięgna są niezwykle wrażliwe na zginanie połączone z jednoczesnym dociskiem drutów zewnętrznych, norma narzuca stosowanie rozwiązań uwalniających węzeł od momentów gnących. Najczęściej realizuje się to poprzez stosowanie połączeń przegubowych, takich jak systemy widelcowe z precyzyjnie pasowanymi sworzniami, które pozwalają na swobodny obrót głowicy.

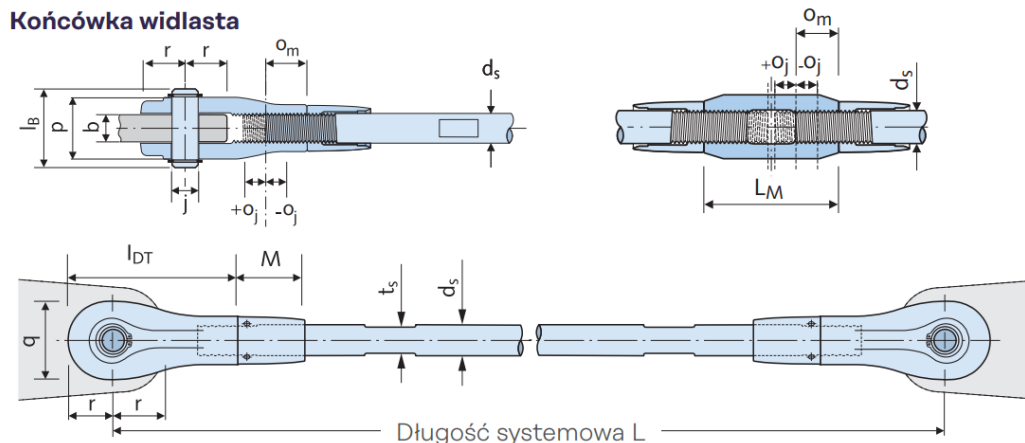
Istotnym aspektem obliczeniowym poruszonym przez Eurokod jest również efektywność samego połączenia. Każda ingerencja w strukturę liny – czy to poprzez rozplatanie drutów w głowicach zalewanych, czy też poprzez silne obciskanie tulei na zimno – może prowadzić do lokalnego osłabienia stali. Z tego względu przy wymiarowaniu Stanów Granicznych Nośności inżynier musi uwzględnić współczynniki utraty nośności w zakotwieniu, o ile nie stosuje się certyfikowanych systemów, dla których pełna sprawność węzła została potwierdzona empirycznie w testach niszczących.

Dopełnieniem inżynierskiej analizy połączeń jest dbałość o ich trwałość korozyjną. Punkt styku cięgna z głowicą jest miejscem szczególnie narażonym na degradację ze względu na mikroruchy drutów oraz ryzyko gromadzenia się wilgoci. W związku z tym, współczesne systemy kotwiące muszą być wyposażone w zintegrowane bariery ochronne, obejmujące zarówno uszczelnienia mechaniczne, jak i odpowiednie masy wypełniające, co gwarantuje zachowanie projektowanych parametrów bezpieczeństwa w całym cyklu życia obiektu. Tak sformułowane ramy projektowe pozwalają na tworzenie struktur, które pomimo swojej filigranowości spełniają najbardziej rygorystyczne kryteria niezawodności konstrukcyjnej.

1.3.1 Rodzaje zakotwień

- **połączenia gwintowane (Grupa A)**

Dla cięgien prętowych Grupa A podstawowym rozwiązaniem są połączenia gwintowane. Zakończenia prętów wkręca się w stalowe widelce zwane złączami widlastymi, które następnie łączy się z blachą węzłową za pomocą precyzyjnie pasowanych sworzni. Jest to połączenie przegubowe, które uwalnia pręt od momentów zginających wywołanych obrotem węzła. Rozwiązania te są dostępne na rynku jako gotowe systemy. Regulację naciągu kontroluje się za pomocą dokręcania na gwintach w otworach montażowych widelców. Dodatkowym zabezpieczeniem przeciwko samoistnemu poluzowaniu się na skutek cyklicznych obciążeń ciągną jest nakrętka kontrująca. W przypadku dłuższych prętów stosuje się mufy pośrednie działające dokładnie jak śruba rzymska.



Rysunek 26 Przykład systemu cięgien prętowych Halfen firmy Detan

Same blachy węzłowe należy projektować indywidualnie zgodnie ze statyką oraz założeniami technicznymi. Producenci jednak często udostępniają gotowe tabele sprawdzające sugerujące minimalne odległości krawędziowe dla sworzni czy też dedykowane grubości.



Rysunek 27 Przykład połączenia węzłowego na widelec z zaokrągloną blachą węzłową

W nowoczesnym budownictwie stalowym przejście od wiotkiego elementu rozciąganego do sztywnego węzła konstrukcyjnego jest jednym z najbardziej krytycznych etapów projektowych. Zadaniem zakotwienia jest nie tylko przeniesienie ogromnych sił osiowych, ale również zapewnienie trwałości połączenia w zmiennych warunkach eksploatacyjnych. Najbardziej zaawansowane rozwiązania technologiczne dotyczą cięgien Grupy B i C, czyli lin spiralnych oraz wiązek splotów równoległych.

- **głowice stożkowe zalewane (Grupa B)**

Podstawową metodą kotwienia lin spiralnych o dużych średnicach i jednocześnie najpowszechniejszą jest stosowanie głowic stożkowych zalewanych. Proces ten polega na wprowadzeniu liny do stalowej tulei o wydrążonym, zbieżnym wnętrzu. Końcówka cięgna zostaje rozpleciona na poszczególne druty, tworząc strukturę przypominającą miotłę lub pędzel, która wypełnia objętość tulei. Kluczowym etapem jest wypełnienie tej przestrzeni płynnym stopem metali (np. cynku z aluminium) lub – w przypadku tzw. zalewania na zimno – nowoczesnymi kompozycjami na bazie żywic poliestrowych z twardym wypełniaczem mineralnym (np. krzemionkowym lub korundowym). Twarde kruszywo zatopione w żywicy znacząco zwiększa wytrzymałość kompozytu na ściskanie oraz potęguje siły tarcia na styku ze stalowymi drutami i ścianką tulei, warunkując bezpieczne przeniesienie obciążeń. Po zastygnięciu materiału wypełniającego tworzy się monolit o kształcie stożka. Pod wpływem siły rozciągającej stożek ten próbuje wysunąć się z tulei, co powoduje jego docisk do wewnętrznych ścianek matrycy. Mechanizm ten generuje potężne siły tarcia i klinowania, które pozwalają na bezpieczne przeniesienie siły równej pełnej wytrzymałości liny na zerwanie. Jest to rozwiązanie uznawane za najbezpieczniejsze i najtrwalsze, stosowane powszechnie w głównychciągach nośnych stadionów i mostów.



Rysunek 28 Zalewanie tulei kompozytem na bazie żywicy epoksydowej



Rysunek 29 kontrast różnorodności wielkości stosowanych widelców [Źródło: Materiały firmy Pfeifer]

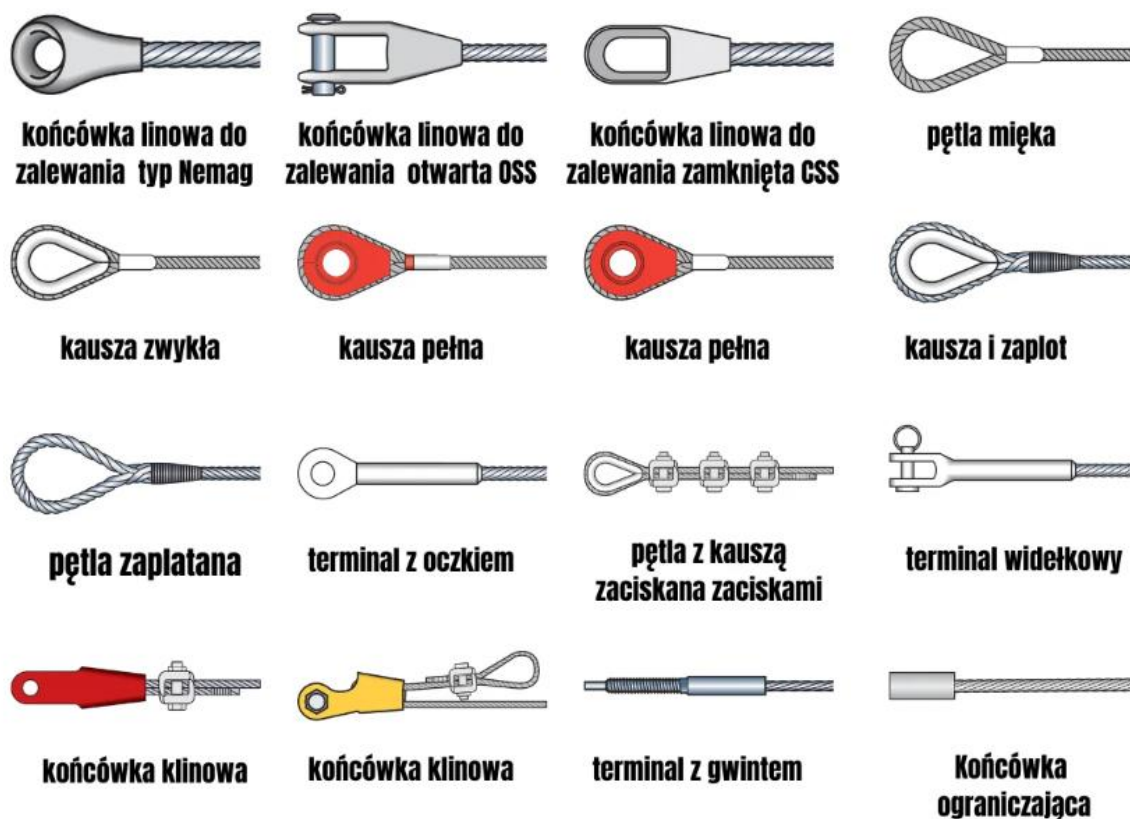
- **Zakończenia walcowane i cierne (grupa B)**

W przypadku konstrukcji o nieco mniejszej skali lub cięgien stabilizujących, popularnym systemem są tuleje zaprasowywane lub walcowane na zimno. Technologia ta opiera się na plastycznym odkształceniu stalowej rurki nasuniętej na koniec liny. Za pomocą specjalistycznych pras hydraulicznych materiał tulei zostaje „wciśnięty” w nierówności splotu liny. Połączenie to opiera się na czystym tarciu i wzajemnym zazębieniu stali, co pozwala na uzyskanie bardzo smukłych, estetycznych zakończeń o stałej średnicy, ułatwiających montaż w ciasnych przestrzeniach węzłowych. Mniejsze zastosowanie w budownictwie ze względu na ograniczoną możliwość wykonstruowania połączenia stalowego mają zakończenia pętlowe zaciskane nasadką aluminiową. Ze względu na niski koszt oraz łatwość wyprodukowania często spotyka się je przy urządzeniach i pojazdach, np. zawiesia wciągarki.



Rysunek 30 Przykład metody kucia na zimno [Źródło: Materiały firmy Pfeifer]

Przeniesienie siły z głowicy cięgna na konstrukcję stalową odbywa się zazwyczaj poprzez złącza widlaste lub systemy sworzniowe, które łączą się z blachą węzłową poprzez precyzyjnie pasowany sworzeń tak jak w przypadku cięgien prętowych. Innym rozwiązaniem, często spotykanym jest kotwienie poprzez otwory w masywnych blachach czołowych lub wspornikach. W tym przypadku głowica cięgna jest gwintowana, co pozwala na jej bezpośrednie osadzenie w otworze i zabezpieczenie za pomocą nakrętek oporowych o wysokiej wytrzymałości. System ten umożliwia bardzo precyzyjną regulację geometrii, jednak wymaga stosowania podkładek kulistych pod nakrętkami, aby zniwelować ewentualne niedokładności kątowe i uniknąć mimośrodowego obciążenia cięgna powodującego niekorzystne momenty zginające.



Rysunek 31 Rodzaje zakończeń splotów linowych [Źródło: Materiały firmy CERTEX]

• Połączenia siodłowe (Grupa B)

W zaawansowanych układach hybrydowych, takich jak dźwigary podprężone (BSS) czy łuki sprężone ciągnami (ASS), kluczowym wyzwaniem konstrukcyjnym jest transfer sił w punktach załamania trajektorii lin. Elementami odpowiedzialnymi za tę funkcję są dewiatory, zwane również zastrzałami lub słupkami rozporowymi, które kończą się specjalnie wyprofilowanymi siodłami. Zgodnie z wytycznymi normy PN-EN 1993-1-11, projektowanie tych stref wymaga rygorystycznego podejścia do geometrii oraz mechaniki styku, aby uniknąć lokalnego uszkodzenia struktury drutów w ciągnię.

Zasada działania siodła opiera się na wygenerowaniu siły parcia promieniowego, która wynika ze zmiany kierunku naciągniętej liny. Norma Eurokodu 3-1-11 nakłada na projektanta obowiązek zapewnienia minimalnego promienia krzywizny siodła, który zazwyczaj zależy od średnicy cięgna oraz rodzaju drutów (otwarte/zamknięte). Zbyt mały promień mógłby doprowadzić do powstania nadmiernych naprężeń zginających w pojedynczych drutach zewnętrznych oraz do ich zmiażdżenia na skutek docisku do stalowej rynny dewiatora. W celu ochrony cięgna, koryta siodła są precyzyjnie obrabiane, a ich krawędzie fazowane, co minimalizuje ryzyko powstawania karbów mechanicznych. W systemach wysokiej klasy często stosuje się również przekładki z metali miękkich (np. miedzi lub aluminium) lub elastomerów, które pełnią rolę warstwy poślizgowej i wyrównującej naciski punktowe.

W wielu konstrukcjach lina nie spoczywa w siodle swobodnie, lecz jest do niego trwale przymocowana za pomocą specjalistycznych zacisków. Mechanika



Rysunek 32 Poślizg dewiatora na ciągnię

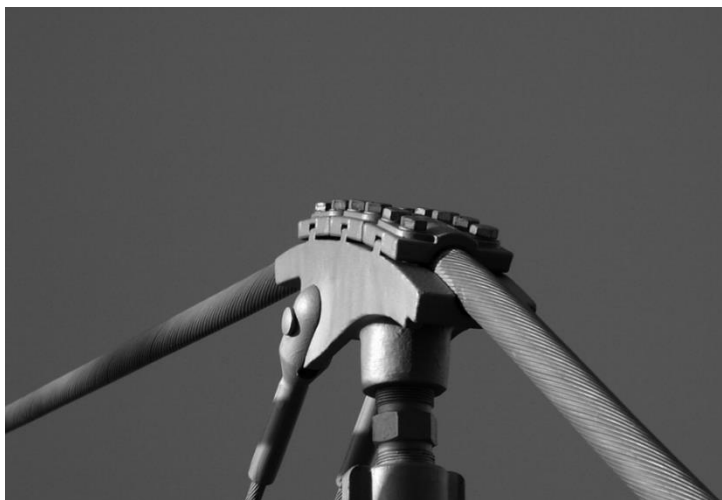
takiego zakotwienia opiera się na sile ciernej wywołanej kontrolowanym dociskiem śrubowym blach dociskowych. Zastosowanie połączeń zaciskowych jest niezbędne w układach narażonych na niesymetryczne obciążenia lub drgania, gdzie istnieje ryzyko poślizgu liny względem dewiatora. Poślizg taki mógłby doprowadzić do gwałtownej zmiany geometrii dachu i utraty stabilności całego systemu. Zacisk pełni zatem rolę „punktu stałego”, który wymusza współpracę dewiatora z ciągnem.



Rysunek 33 Przykłady wykorzystania siodeł zaciskowych w konstrukcjach stalowo ciągnowych [24]

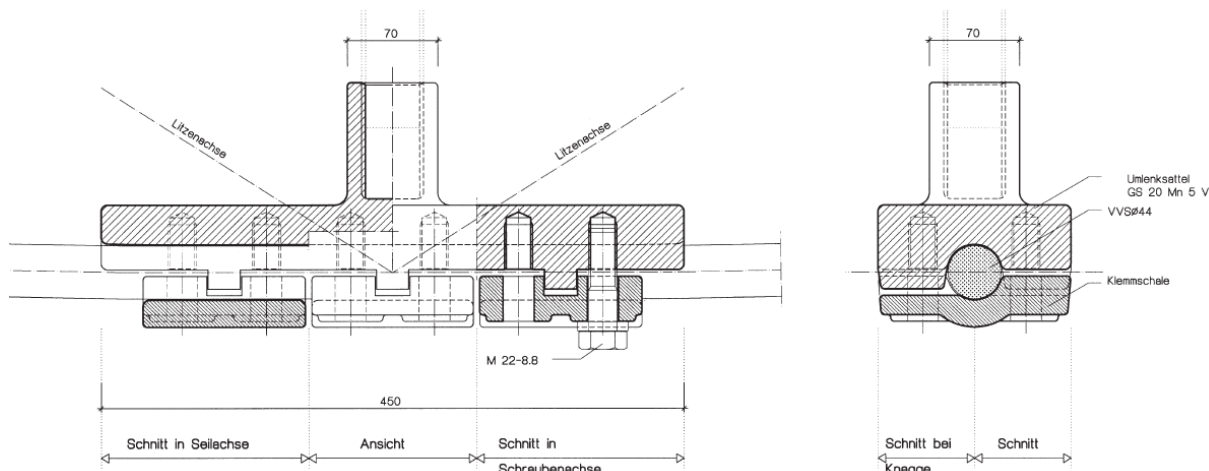
Wyjątkowym przykładem wdrożenia skomplikowanej technologii dewiatorów zaciskowych jest konstrukcja przekrycia peronów dworca głównego w Berlinie. Projektanci z biura Schlaich Bergermann Partner stanęli przed wyzwaniem stworzenia lekkiego dachu, w którym ciąga stabilizujące łuki przebiegają w sposób nieliniowy, odzwierciedlając kształt wykresu momentów gnących. Wymagało to zastosowania licznych punktów podparcia (dewiatorów), w których lina musiała być trwale unieruchomiona.

Ze względu na bezprecedensową skalę obiektu i dynamiczny charakter obciążeń, tradycyjne wzory analityczne uznano za niewystarczające. Połączenia zaciskowe poddano zatem zaawansowanym badaniom eksperymentalnym. Kluczowym celem testów było wyznaczenie rzeczywistego współczynnika tarcia między liną spiralnie zamkniętą a stalowym siodełkiem w obecności systemowych powłok antykorozyjnych. Badania te wykazały, że klasyczne ujęcie tarcia stali o stal ulega znacznej redukcji pod wpływem mikro-ruchów splotu i obecności cyklicznych obciążeń powodujących dodatkowe kompensowanie się splotu linowego w miejscu zacisku. W rezultacie, dla projektu berlińskiego opracowano unikalną geometrię zacisków z wielopunktowym systemem dokręcania, który gwarantował stabilność połączenia



Rysunek 34 Połączenie zakrzywionego cięgna z dewiatorem w konstrukcji przekrycia dworca w Berlinie [5]

bez ryzyka lokalnego zmiażdżenia profilowanych drutów zewnętrznych liny. Zrozumienie tych zjawisk jest konieczne, aby móc poprawnie zdefiniować „trwałą siłę sprężającą śrubę”, która stanowi jedyny miarodajny parametr gwarantujący ostateczne bezpieczeństwo połączenia przed katastrofalnym zerwaniem.



Rysunek 35 Siodło mocujące cięgno [5]

1.4 Metody wprowadzania sił naciągu i sprężania cięgien

Współczesne struktury hybrydowe, takie jak dźwigary podprężone, nie mogłyby funkcjonować bez precyzyjnie wywołanego stanu samonapężenia. Proces sprężania ma na celu nadanie wiotkim elementom wymaganej sztywności oraz wymuszenie korzystnego rozkładu sił w sztywnych częściach ustroju.

Naciąg hydrauliczny i sterowanie siłownikami

W przypadku dużych projektów inżynierskich standardem jest sprężanie hydrauliczne.

Wykorzystuje się do tego celu siłowniki przelotowe, które nasuwa się na końcówki zakotwień gwintowanych. Siłownik zapiera się o konstrukcję stalową i ściąga cięgno na zadaną odległość, mierzoną z milimetrową dokładnością. Kluczowym parametrem nie jest tu jednak samo wydłużenie, lecz ciśnienie w układzie hydraulicznym, które pozwala na bezpośredni odczyt siły naciągu. Po uzyskaniu docelowej wartości, pozycja cięgna jest blokowana nakrętką, a siłownik zdejmuje się z węzła.



Rysunek 36 Hydrauliczne sprężanie cięgna ze ściągiem gwintowym jako zabezpieczenie- Dworzec w Berlinie

Dużo bardziej trywialnym rozwiązaniem choć wykorzystywanym w konstrukcjach o mniejszych gabarytach z powodu relatywnie niskiej efektywności, są zakotwienia z regulacją śrubową. Dwa gwintowane trzpienie nasadza się na głowicę z otworami, gdzie następnie za pomocą nakrętek wprowadza się naciąg. Zaletą tego rozwiązania jest brak ingerencji momentu skręcającego na cięgno, co minimalizuje prawdopodobieństwo jego uszkodzenia w trakcie montażu. Istotnie należy kontrolować równomierne nakręcanie obu trzpieni by nie wywołać ewentualnego skrętu cięgna z uwagi na wprowadzony mimośród.

PV	Conical Socket with Internal Thread Type 800 Zakończenie stożkowe z gwintem wewnętrznym Typ 800 Cylindrical Socket with Internal Thread Type 801 Zakończenie cylindryczne z gwintem wewnętrznym Typ 801 Closed Bridge Socket Type 803 Zakończenie o zwiększonej regulacji z blachą oczkową Typ 803
PV	Open Bridge Socket Type 804 Zakończenie o zwiększonej regulacji ze sworzniem Typ 804 Cyl. Socket with Internal and External Thread Type 810 Zakończenie cylindryczne z gwintem wewnętrznym i zewnętrznym Typ 810 Cylindrical Socket Type 811 Zakończenie cylindryczne bez gwintów Typ 811
PV	Cylindrical Socket with External Thread Type 812 Zakończenie cylindryczne z gwintem zewnętrznym Typ 812 Spherical Nut / Spherical Disc Type 813 / 814 Sferyczna nakrętka / Sferyczna podkładka Typ 813 / 814

Rysunek 37 Typowe złącza gwintowe do zabezpieczenia naciągu hydraulicznego oraz złącza skrajne o zwiększonej regulacji
[Źródło: Materiały firmy Pfeifer]

W zaawansowanych realizacjach, jak np. przy budowie dachu Kraków Areny, proces ten dzieli się na fazy. Często stosuje się tzw. naciąg synchroniczny, gdzie wiele siłowników pracuje jednocześnie pod kontrolą centralnego komputera, co zapobiega niesymetrycznemu przeciążeniu sztywnego szkieletu hali podczas montażu.

Dla mniejszych sił i krótszych rozpiętości stosuje się regulację mechaniczną przy użyciu śrub rzymskich lub muf napinających. Są to elementy łączące dwa odcinki cięgna, posiadające gwinty o przeciwnych kierunkach. Obrót mufy powoduje jednocześnie przybliżanie końców prętów lub lin, co generuje naciąg. Jest to metoda prosta w wykonaniu, ale wymagająca użycia skalibrowanych kluczy dynamometrycznych lub czujników zegarowych do weryfikacji siły, ponieważ opory tarcia na gwintach mogą fałszować rzeczywisty stan napięcia cięgna. Pewną bardziej zaawansowaną metodą jest regulacja naprężenia cięgna za pomocą wydłużenia dewiatorów. Posiadają one nagwintowaną końcówkę z śrubą rzymską, którą można regulować za pomocą klucza płaskiego. Wymaga to nie tylko kontroli samej siły w splocie ale także określenia siły w dewiatorze z uwagi na zmieniającą się trajektorię cięgna.



Rysunek 38 Odbывająca się czynność regulacji napięcia cięgna za pomocą wydłużenia dewiatora

Należy podkreślić, że niezależnie od wybranej metody, inżynier musi uwzględnić straty sprężenia wynikające z osiadania zakotwień, relaksacji wysokowytrzymałościowej stali oraz zmian temperatury, co czyni proces projektowania i montażu cięgien jednym z najbardziej precyzyjnych zadań we współczesnej inżynierii lądowej.

1.5 Wymiarowanie konstrukcji cięgowych

1.5.1 Nośność cięgna

W procesie projektowania i analizy układów cięgowych najważniejszym etapem jest weryfikacja Stanu Granicznego Nośności (SGN). Zgodnie z wytycznymi normy PN-EN 1993-1-11 (Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-11: Konstrukcje cięgnowe), podstawowym wymogiem bezpieczeństwa jest zagwarantowanie, aby maksymalna obliczeniowa siła osiowa działająca w elemencie (F_{Ed}) nie przekroczyła jego projektowej (obliczeniowej) nośności na rozciąganie (F_{Rd}).

Procedura wyznaczania maksymalnej nośności obliczeniowej jest ściśle uzależniona od klasyfikacji zastosowanych cięgien:

- **Cięgna prętowe (Grupa A)**

W przypadku elementów zaklasyfikowanych do grupy A (sztywne ciągna prętowe), wymiarowanie na rozciąganie przeprowadza się w sposób standardowy, opierając się na ogólnych wytycznych dla stalowych konstrukcji prętowych ujętych w normie PN-EN 1993-1-1. Jeżeli zastosowano pręty ze stali nierdzewnej, konieczne jest uwzględnienie uzupełniających reguł zawartych w normie PN-EN 1993-1-4. Dopuszczalne nośności obliczeniowe często można znaleźć w postaci tabelaryzowanego wykazu dla konkretnego producenta.

- **Cięgna wiotkie (Grupy B i C)**

Dla ciągien wiotkich z grupy B (np. liny spiralne, splotkowe) oraz grupy C (np. liny zamknięte, wiązki równoległych splotek), fundamentalny warunek nośności sprowadza się do wykazania nierówności:

$$F_{Ed} \leq F_{Rd}$$

gdzie:

F_{Ed} – wartość obliczeniowa siły podłużnej (rozciągającej) w elemencie,

F_{Rd} – wartość obliczeniowa nośności przy rozciąganiu.

Zgodnie z punktem 6.2 normy PN-EN 1993-1-11, wartość obliczeniową nośności F_{Rd} definiuje się jako mniejszą z dwóch wartości wyznaczonych na podstawie charakterystycznej siły zrywającej oraz charakterystycznej umownej nośności sprężystej:

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{F_{uk}}{1,5 \cdot \gamma_R}; \frac{F_k}{\gamma_R} \right\}$$

gdzie:

F_{uk} – wartość charakterystyczna siły zrywającej ciągno,

F_k – wartość charakterystyczna umownej nośności przy rozciąganiu,

γ_R – częściowy współczynnik bezpieczeństwa.

Wartość współczynnika γ_R jest ściśle uzależniona od specyfiki detali konstrukcyjnych w strefie zakotwienia. Jeżeli norma zaleca przyjęcie tego współczynnika na poziomie $\gamma_R = 0,9$. W sytuacji, gdy takich zabezpieczeń nie uwzględniono, współczynnik ten przyjmuje wartość zachowawczą $\gamma_R = 1,0$.

Tabela 1 Umowna nośność ciągien [4] – tab. 6.1.

Grupa	Norma odniesienia	Nośność umowna F_k
A	EN 10138-1	$F_{0,1k}$ *)
B	EN 10264	$F_{0,2k}$
C	EN 10138-1	$F_{0,1k}$
*) W przypadku prętów sprężających - patrz		PN-EN 1993-1-1 PN-EN 1993-1-4

Wyznaczanie charakterystycznej siły zrywającej

Sprawdzenia w stosunku do F_k opierają się na założeniu, że ciągnie pozostaje w warunkach oddziaływań obliczeniowych. W przypadku cięgien (np. lin zamkniętych), dla których $F_k \geq \frac{F_{uk}}{1,5}$ sprawdzenie to nie jest wymagane. Zgodnie z [10] wartości eksperymentalne F_{uke} i F_{ke} uzyskane z badań przy odbiorze elementów, gdzie:

F_{uke} - rzeczywista, zmierzona w laboratorium maksymalna siła rozciągająca, pod wpływem której następuje całkowite, fizyczne zerwanie badanej próbki liny lub cięgna

F_{ke} - rzeczywista, zmierzona podczas testu siła, przy której ciągnie osiąga umowną granicę plastyczności (najczęściej odpowiadającą 0,1% lub 0,2% odkształcenia trwałego – tzw. $F_{0,1}$ lub $F_{0,2}$).

Powinny przewyższać wartości charakterystyczne: $F_{uke} > F_{uk}, F_{ke} > F_k$.

W przypadku cięgien grupy B:

Wyznaczanie minimalnej siły zrywającej F_{uk} opiera się na nominalnej wytrzymałości drutów na rozciąganie oraz uwzględnia zjawiska zachodzące w strefie zakotwienia. Zgodnie z normą, siłę tę definiuje się wzorem wg (6.4)[4]:

$$F_{uk} = F_{min} \cdot k_e$$

gdzie minimalna siłę zrywającą wyznacza się zgodnie z (6.5) wg [4]:

$$F_{min} = \frac{d^2 \cdot R_r \cdot K}{1000}$$

W powyższych równaniach:

d – nominalna średnica liny [mm],

R_r – nominalna wytrzymałość liny na rozciąganie [MPa] (zdefiniowana w wytycznych np. PN-EN 12385),

K – współczynnik konstrukcyjny/wypełnienia liny,

k_e – współczynnik straty nośności wynikający z typu zastosowanego zakotwienia zgodnie z tab. [2]

Tabela 2 Współczynnik straty k_e [4]-tab. 6.3.

Sposób zakończenia liny	Współczynnik k_e
Tuleja zalewana metalem	1,0
Tuleja zalewana żywicą	1,0
Pierścień ochronny (kausza) z nasadką zaciskaną	0,9
Końcówka zaciskana	0,9
Zacisk linowy kabłąkowy	0,8 *)
*) W przypadku zacisków kabłąkowych możliwy jest spadek wstępnego naciągu.	

W przypadku prętów sprężających i cięgien grupy C:

Wartość charakterystyczną siły zrywającej wyznacza się bezpośrednio jako iloczyn pola przekroju i wytrzymałości materiału:

$$F_{uk} = A_m \cdot f_{uk}$$

gdzie:

A_m – czynne pole przekroju metalowego cięgna,

f_{uk} – wartość charakterystyczna wytrzymałości na rozciąganie drutów, prętów lub spletek, przyjmowana z odpowiednich norm wyrobowych.

1.5.2 Wymiarowanie elementów wyposażenia: Siodła i zaciski

Elementy wyposażenia cięgien, takie jak siodła (stosowane m.in. na węzłach dewiatorów) oraz zaciski, stanowią niewrażliwe punkty każdego ustroju ciągnowego. Zmiana kierunku trasy cięgna generuje w tych miejscach złożony stan naprężeń: do podstawowego rozciągania osiowego dołącza zjawisko lokalnego zginania, docisku poprzecznego oraz tarcia. Zgodnie z wytycznymi normy PN-EN 1993-1-11, wymiarowanie tych detali w Stanie Granicznym Nośności (ULS) wymaga przeprowadzenia wieloetapowej weryfikacji.

Kryterium promienia krzywizny siodła (ograniczenie zginania)

Zagięcie wiotkiego cięgna na elemencie stalowym wywołuje w skrajnych włóknach cięgna niepożądane naprężenia od zginania. Aby można było pominąć ten niekorzystny efekt w globalnych obliczeniach nośności, geometria siodła musi spełniać rygorystyczne warunki minimalnego promienia krzywizny r_1 . Norma definiuje ten warunek następująco:

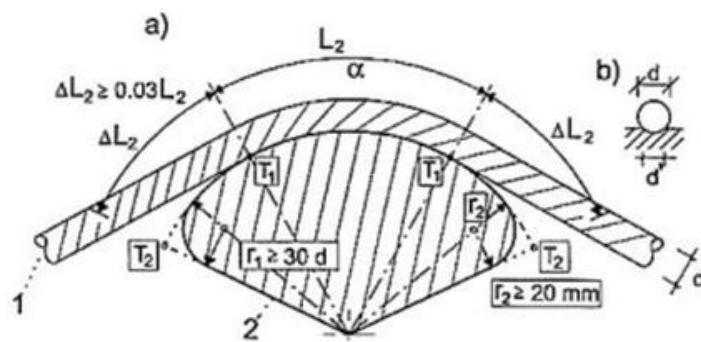
$$r_1 \geq \max(30d, 400\phi)$$

gdzie:

d – nominalna średnica cięgna,

ϕ – średnica pojedynczego drutu w splotce.

Wymóg ten może zostać zredukowany do wartości $20d$, jeżeli podłoże siodła na odpowiedniej szerokości zostanie wyłożone miękką poduszką metalową lub grubą powłoką natrysku cynkowego (o grubości min. 1 mm), która pozwala na plastyczne dopasowanie się drutów i łagodzi karb geometryczny.



Rysunek 39 Lina w siodle: 1-splotka-lina, 2- siodło, -długość teoretycznie zakrzywionego odcinka splotu/liny między punktami w warunkach najniekorzystniejszej kombinacji obciążeń charakterystycznych z uwzględnieniem zwisu, – potencjalny przyrost długości z jednej strony siodła [4]– rys. 6.1

Warunek nośności siodła na poślizg

Z uwagi na nierównomierne obciążenie konstrukcji, siły naciągu po obu stronach siodła dewiatora rzadko są sobie równe. Różnica tych sił dąży do przeciągnięcia liny przez siodło. Aby zapobiec poślizgowi, opór tarcia na łuku styku musi równoważyć tę różnicę. Wykorzystując klasyczne równanie tarcia cięgna (wzór Eulera), norma definiuje warunek (16) – (6.6) wg [4] nośności na poślizg:

$$\max \frac{F_{Ed,B}}{F_{Ed,A}} \leq e^{\frac{\mu\alpha}{\gamma_{p,slip}}}$$

gdzie:

$F_{Ed,B}$ oraz $F_{Ed,A}$ – obliczeniowe wartości odpowiednio większej i mniejszej siły w cięgnie po obu stronach siodła,

μ – obliczeniowy współczynnik tarcia między cięgnem a siodłem,

α – kąt załamania cięgna na siodle (kąt opasania wyrażony w radianach),

$\gamma_{p,slip}$ – częściowy współczynnik bezpieczeństwa dla oporu tarcia (zalecana wartość to 1,65).

Jeśli warunek (16) nie jest spełniony, to jest niezbędne zastosowanie zacisków wywierających dodatkowy docisk radialny siłą, tak by spełniony był warunek (6.7) [4]:

$$\frac{F_{Ed1} - \frac{k \cdot F_r \cdot \mu}{\gamma_{M,fr}}}{F_{Ed2}} \leq e^{\frac{\mu\alpha}{\gamma_{M,fr}}}$$

gdzie:

k – współczynnik przy w pełni efektywnym tarciu między zaciskiem a bruzdami siodła. Gdy siła F_r nie przekracza nośności cięgna na docisk (patrz 6.3.3 [4]), przyjmuje się $k=2$, w pozostałych przypadkach $k=1,0$;

$\gamma_{M,fr}$ – współczynnik częściowy związany z oporem tarcia.

W sytuacji, gdy naturalny opór tarcia pomiędzy cięgnem a siodłem jest niewystarczający do zabezpieczenia układu przed poślizgiem, konieczne staje się zastosowanie zacisków wywierających dodatkowy docisk radialny o wartości F_r . Wymaganą siłę docisku realizuje się poprzez odpowiednie sprężenie śrub w zacisku.

Ustalając obliczeniową siłę sprężającą w śrubach, należy wziąć pod uwagę szereg zjawisk fizycznych i mechanicznych, które mogą prowadzić do spadku docisku w trakcie eksploatacji obiektu. W procesie projektowania rozpatruje się pięć głównych wpływów:

- **Długotrwałe pełzanie** – zjawisko reologiczne prowadzące do powolnego, samoistnego spadku siły sprężającej w elementach zacisku i samej linie.
- **Redukcja średnicy przy wzroście rozciągania** – wydłużenie liny pod wpływem obciążeń zewnętrznych.

- **Sprasowanie lub owalizacja cięgna** – deformacja pierwotnie kołowego przekroju liny wywołana silnym naciskiem promieniowym zacisku, prowadząca do utraty początkowej siły docisku.
- **Wpływ obciążeń zewnętrznych na zaciski śrubowe** – cykliczne i dynamiczne oddziaływania zewnętrzne (np. wiatr, drgania)
- **Różnice temperatur** – nierównomierna rozszerzalność termiczna liny, zacisku i śrub wywołuje cykliczne wahania rzeczywistej siły docisku pod wpływem zmian temperatury otoczenia.

Z inżynierskiego punktu widzenia, wymiarowanie zacisków wymaga znalezienia optymalnego balansu. Z jednej strony siła sprężająca musi w sposób trwały kompensować wyżej wymienione straty i zapobiegać poślizgowi liny. Z drugiej strony docisk promieniowy jest ściśle ograniczony przez warunek nośności cięgna na docisk (q_{Ed}). Zbyt duża siła F_r może prowadzić do lokalnego zniszczenia struktury drutów i wywołać spadek nośności całego cięgna na zerwanie.

Warunek nośności cięgna na docisk

W ustrojach cięgowych, w miejscach zmiany kierunku trasy liny (na dewiatorach, siodłach) oraz w strefach mocowania zacisków ciernych, dochodzi do generowania znacznych sił promieniowych (radialnych) dociskających cięgno do elementu stalowego. Wymuszenie dodatkowego oporu tarcia w zacisku, niezbędnego do zrównoważenia sił poślizgu, wymaga zastosowania siły docisku poprzecznego.

Zjawisko to stanowi jedno z największych zagrożeń dla żywotności wiotkich lin. Ekstremalne ściśnięcie przekroju poprzecznego cięgna prowadzi do szeregu negatywnych zjawisk:

- **Owalizacji przekroju** – deformacji, która zaburza równomierną pracę poszczególnych splotów.
- **Efektu karbu** – lokalnego wgniatania się twardych krawędzi zacisku w zewnętrzne druty liny, co wywołuje spiętrzenie naprężeń.
- **Niszczenia powłok ochronnych** – ścierania warstw antykorozyjnych (np. ocynku lub otulin z polietylenu).

W ostateczności przekroczenie dopuszczalnego docisku powoduje drastyczny spadek globalnej nośności liny na zerwanie. Z tego powodu norma **PN-EN 1993-1-11** nakazuje bezwzględne sprawdzenie warunku nośności na docisk we wszystkich elementach dociskających i chwytających.

Ze względu na skomplikowaną strukturę przestrzenną liny, dokładne wyznaczenie powierzchniowych naprężeń kontaktowych (zgodnie z teorią Hertza) jest w praktyce inżynierskiej niezwykle trudne. Dlatego Eurokod 3 przyjmuje uproszczony, bezpieczny model "docisku liniowego", sprowadzając to zjawisko do nacisku odniesionego do nominalnej średnicy cięgna.

Zgodnie z punktem 6.3.3 wg [4], warunek nośności cięgna na docisk poprzeczny wyraża się zależnością:

$$q_{Ed} \leq q_{Rd}$$

gdzie miarodajny, obliczeniowy docisk liniowy q_{Ed} (wyrażony najczęściej w MPa) definiuje się wzorem:

$$q_{Ed} = \frac{F_r}{d' L_2}$$

gdzie:

d' - wyznacza się zgodnie z rys.52b, jest to długość łuku obszaru styku między ciągnem siodeł

F_r – Siła oddziaływania zacisku

L_2 – długość teoretycznie zakrzywionego stycznego odcinka cięgna między punktami T1 w warunkach najniekorzystniejszych kombinacji obciążeń charakterystycznych z uwzględnieniem zwisu

Przy czym należy zwrócić uwagę na następujące wymaganie:

$$0,6d \leq d' \leq d$$

Wartość dopuszczalnego granicznego docisku zależy od budowy wewnętrznej cięgna oraz materiału, z którego wykonany jest zacisk. Najbardziej miarodajne są tu wyniki testów laboratoryjnych dostarczane przez producenta lub opracowane na własnych badaniach.

$$q_{Rd} = \frac{q_{Rk}}{\gamma_{M,bed}}$$

Gdzie:

$\gamma_{M,bed}$ – współczynnik częściowy. Przy przyjęciu podanych wartości granicznych ze współczynnikiem spadek nośności cięgna na zerwanie nie przekracza 3%

q_{Rk} - raniczna wartość docisku [MPa]

W przypadku braku specyfikacji własnych, literatura techniczna i wytyczne normowe określają następujące bezpieczne limity dla kontaktu typu "stal-stal" :

Tabela 3 Wartości graniczne q_{Rk} wg. Tab6.4 [4]

Rodzaj cięgna	q_{Rk} [N/mm ²]	
	Stalowe zaciski i siodła	Zaciski na poduszkach i siodłach
Lina zamknięta	40	100
Lina spletkowa jednozwita	25	60

Zastrzega się aby zaciski na poduszkach miały warstwę miękkiego metalu lub natrysku cynkowego o grubości co najmniej 1 mm.

Ostatecznie charakterystyczną siłę zrywającą F_{uk} dla siodeł należy pomnożyć przez współczynnik k. Zaleca się przyjmować wartość $k=1,1$.

Metody łagodzenia docisku i optymalizacja detalu Jeżeli podczas projektowania okaże się, że warunek nie jest spełniony, projektant dysponuje kilkoma rozwiązaniami konstrukcyjnymi:

- **Wydłużenie zacisku:** Poprzez zastosowanie dłuższego zacisku lub siodła siła rozkłada się na większą powierzchnię tarcia, co pozwala na zastosowanie mniejszej siły docisku na jednostkę długości.
- **Zastosowanie miękkich wkładek kontaktowych:** wyłożenie szczęk zacisku miękkim materiałem (np. wkładkami z czystego aluminium, stopów cynku, neoprenu lub zbrojonych tworzyw sztucznych) sprawia, że materiał ten plastycznie odkształca się i dopasowuje do geometrii splotów. Zapewnia to równomierną dystrybucję naprężeń oraz całkowicie eliminuje powstawanie karbów. Zgodnie z wytycznymi, zastosowanie takich wkładek pozwala na podniesienie dopuszczalnego limitu docisku o 50% – do wartości dla lin zamkniętych oraz dla lin splotowych.
- **Zwiększenie średnicy liny :** Krok ten sztucznie zmniejsza wartość mianownika w równaniu docisku, jednak z uwagi na znaczący wzrost kosztów ustroju, jest to rozwiązanie nieoptymalne (rzadko stosowane).

Reasumując, poprawne wymiarowanie zacisków z uwzględnieniem docisku poprzecznego jest gwarantem, że wprowadzone do układu ciągnowego lokalne detale stężające nie staną się przyczyną przedwczesnej awarii i zniszczenia struktury liny głównej.

1.5.3 Użytkowalność konstrukcji ciągnowej

Analiza stanów granicznych użytkowalności (SLS – Serviceability Limit States) jest często kluczowym, a niejednokrotnie decydującym etapem wymiarowania układów ciągnowych. Ze względu na rygorystyczne wymagania dotyczące trwałości i zmęczenia materiału, to właśnie kryteria użytkowalności mogą narzucać bardziej restrykcyjne ograniczenia niż stan graniczny nośności (ULS).

Zgodnie z wytycznymi normy PN-EN 1993-1-11, weryfikację SGU rozpatruje się w dwóch głównych kategoriach: utrzymania układu w stanie sprężystym oraz ograniczenia deformacji i drgań.

Kryteria stanu sprężystego i ograniczenie naprężeń

Utrzymanie naprężeń w rygorystycznie wyznaczonych limitach ma na celu trzy podstawowe zadania:

- Zapewnienie czysto **sprężystej odpowiedzi układu** zarówno w fazie montażu, jak i wieloletniej eksploatacji.
- Ograniczenie odkształceń (wydłużeń) kabla. Nadmierne odkształcenia mogłyby prowadzić do **zniszczenia systemów ochrony antykorozyjnej**, na przykład poprzez pękanie osłon polietylenowych, kruszenie twardych wypełniaczy wewnętrznych czy rozszczelnienie złączy, co drastycznie obniżyłoby trwałość zmęczeniową ciągu.
- Zapewnienie warunków, w których przy sprawdzaniu stanu granicznego nośności (ULS) można z bezpiecznym przybliżeniem zakładać **liniową odpowiedź układu konstrukcyjnego** na oddziaływanie.

Ograniczenie naprężeń określa się w stosunku do wytrzymałości na zerwanie:

$$\sigma_{uk} = \frac{F_{uk}}{A_m}$$

gdzie:

F_{uk} – Siła oddziaływania zacisku

A_m – czynne pole przekroju metalowego cięgna,

Faza budowy

Naprężenie graniczne f_{const} wyznacza się ze wzoru:

$$f_{const} = \frac{\sigma_{uk}}{1,5\gamma_R \cdot \gamma_F} = \frac{0,66\sigma_{uk}}{\gamma_R \cdot \gamma_F}$$

przy czym $\gamma_R \cdot \gamma_F = 1,0 \cdot 1,10 = \mathbf{1,10}$ w przypadku sytuacji krótkotrwałych, $\gamma_R \cdot \gamma_F = 1,0 \cdot 1,20 = \mathbf{1,20}$ w przypadku sytuacji długotrwałych.

Zaleca się ograniczać naprężenia w fazie budowy do wartości:

Tabela 4 Naprężenia graniczne f_{const} (faza budowy) wg tab. 7.1 [4]

Stan montażu cięgien	f_{const}
Kilka godzin po zainstalowaniu pierwszych cięgien	$0,60 \sigma_{uk}$
Po zainstalowaniu pozostałych cięgien	$0,55 \sigma_{uk}$

Faza eksploatacji

Naprężenie graniczne f_{SLs} dla fazy eksploatacji wyznacza się ze wzoru:

$$f_{SLs} = \frac{\sigma_{uk}}{1,5\gamma_R \cdot \gamma_F} = \frac{0,66\sigma_{uk}}{\gamma_R \cdot \gamma_F}$$

przy czym $\gamma_R \cdot \gamma_F = 0,9 \cdot 1,48 = \mathbf{1,33}$ gdy uwzględnia się naprężenia od zginania, $\gamma_R \cdot \gamma_F = 1,0 \cdot 1,48 = \mathbf{1,48}$ w przypadku nie uwzględniania naprężeń od zginania.

Zaleca się ograniczać naprężenia w fazie budowy do wartości:

Tabela 5 Naprężenia graniczne f_{SLS} (faza eksploatacji) wg tab. 7.2 [4]

Warunki obciążenia	f_{SLS}
Oddziaływania zmęczeniowe z uwzględnieniem zginania *)	$0,50 \sigma_{uk}$
Oddziaływania zmęczeniowe bez uwzględnienia zginania	$0,45 \sigma_{uk}$
*) Naprężenia od zginania można ograniczać, patrz 7.1(4).	

Wartość $f_{SLS} = 0,45\sigma_{uk}$ jest zarazem standardowym poziomem obciążenia przy badaniach ciągłych.

Drgania ciągłych

Zapewnienie odpowiedniej sztywności układu przekłada się na konieczność wprowadzenia wstępnego naciągu ciągłych oraz zagwarantowania nośności zacisków na poślizg. Równie istotnym aspektem z punktu widzenia użyteczności i bezpieczeństwa jest **wrażliwość ciągłych na drgania**.

Oddziaływanie wiatru na smukłe elementy ciągnowe ujawnia się poprzez szereg zjawisk aeroelastycznych:

- **Uderzenia przy turbulentnym przepływie powietrza (buffeting)** oraz **wzbudzenie wirowe** wywołane odrywaniem się ścieżki wirów Karmana.
- **Galopowanie (drgania samowzbudne)**: Z uwagi na pełną symetrię, galopowanie teoretycznie nie występuje na ciągach o okrągłym przekroju. Zjawisko to staje się jednak realnym zagrożeniem, gdy kształt kabla ulega zmianie wskutek osadzania lodu, szronu lub pyłu.
- **Łączne oddziaływanie wiatru i deszczu (rain-wind induced vibrations)**: Powoduje powstawanie drgań o dużej amplitudzie po przekroczeniu krytycznej prędkości wiatru. Modele teoretyczne tych zjawisk są trudne do jednoznacznego sparametryzowania, dlatego projekt musi obligatoryjnie przewidywać fizyczne środki ograniczające drgania (np. liny z teksturowaną powierzchnią).

Rezonans parametryczny Osobnym, krytycznym problemem jest zjawisko "wzbudzenia parametrycznego". Polega ono na nakładaniu się na siebie częstotliwości drgań własnych odciągów oraz głównej konstrukcji wsporczej (np. pylonu lub podatnego pomostu). Powstają wówczas wysoce destrukcyjne drgania o potężnej amplitudzie. W celu prewencji projektowej wymaga się, aby częstotliwość wzbudzenia poszczególnych ciągłych nie zawierała się w przedziale 20% pierwszej lub drugiej częstotliwości drgań własnych konstrukcji. W razie ryzyka nakładania się tych pasm, wprowadza się ciągną stabilizujące (tzw. krawaty lub odciągi pionowe), które sztucznie przesuwają częstotliwości kątowe układu.

Wymagania tłumienia i amplitudy graniczne:

- Dla zachowania komfortu odbiorców oraz bezpieczeństwa strukturalnego, przyjmuje się, że przy umiarkowanym wietrze o prędkości 15 m/s, maksymalna amplituda drgań odciaгу nie może przekraczać wartości $L/500$ (gdzie L to długość cięgna).
- W przypadku **ciągien krótkich (do 70–80 m długości)** ryzyko drgań jest zazwyczaj znikome, a stosowanie dodatkowych tłumików nie jest obligatoryjne, z wyłączeniem sytuacji ewidentnego ryzyka rezonansu parametrycznego.
- W przypadku **ciągien długich (powyżej 80 m)** projekt musi rygorystycznie zakładać instalację tłumików mechanicznych lub wiskotycznych. Urządzenia te muszą gwarantować tzw. krytyczny stosunek tłumienia przekraczający **0,5%**.

1.6 Mechanika pracy konstrukcji stalowo- cięgowych

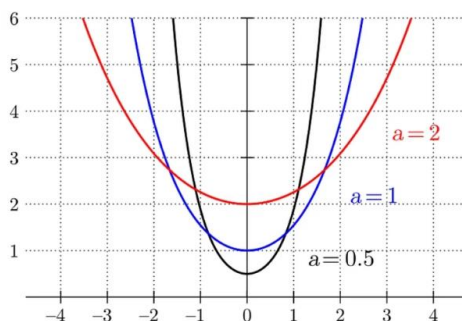
1.6.1 Teoria mechaniki cięgna

Podstawą analizy konstrukcji cięgowych jest zrozumienie zachowania pojedynczego cięgna. W klasycznej mechanice budowli model teoretyczny cięgna opiera się na trzech fundamentalnych założeniach upraszczających:

- **Idealna wiotkość:** Sztywność giętna (EI) oraz sztywność na ścinanie (GA) są równe zero. Cięgno nie stawia oporu przy zmianie krzywizny.
- **Brak nośności na ściskanie:** Element może przenosić wyłącznie siły osiowe rozciągające ($N > 0$).
- **Początkowa geometria:** Kształt cięgna jest ściśle uzależniony od przyłożonego obciążenia zewnętrznego (tzw. zjawisko dostosowywania się geometrii do linii ciśnień).

Idealnie wiotkie, nierozciągliwe cięgno o niezerowej masie, swobodnie zwisające między dwiema podporami, przyjmuje pod wpływem własnego ciężaru kształt krzywej łańcuchowej (katenoidy). W praktyce inżynierskiej krzywą tę często aproksymuje się parabolą drugiego stopnia, co daje zadowalające rezultaty dla cięgien o małym zwisie.

$$y = a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$$



Rysunek 40 Krzywa łańcuchowa

W równaniu krzywej łańcuchowej i na rys. 38 x , y są współrzędną i rzędną, natomiast a zależy od warunków brzegowych i jest rzędną najniższego punktu krzywej [6].

Zasadniczym problemem w obliczaniu rzeczywistych konstrukcji cięgowych jest jednak fakt, że ciężna są odkształcalne osiowo (posiadają skończoną sztywność wzdłużną EA). Ponieważ w ciężnach występują silne nieliniowości geometryczne (duże przemieszczenia), w układach tych nie obowiązuje zasada superpozycji, a relacja między obciążeniem a odkształceniem ma charakter nieliniowy.

Aby poprawnie uwzględnić rozszerzalność osiową ciężna pod wpływem obciążeń zewnętrznych oraz zmian temperatury, stosuje się tzw. równanie stanu napiętej liny. Jest to nieliniowe równanie algebraiczne trzeciego stopnia, które wiąże ze sobą warunki równowagi, warunki geometryczne (wydłużenie liny) oraz związki fizyczne (prawo Hooke'a i rozszerzalność termiczną). Uwzględnienie rozszerzalności osiowej jest krytyczne, ponieważ sprężyste wydłużenie liny prowadzi do przyrostu strzałki zwisu, co z kolei drastycznie zmienia geometrię układu i wartości sił wewnętrznych, czyniąc klasyczne metody liniowe bezużytecznymi

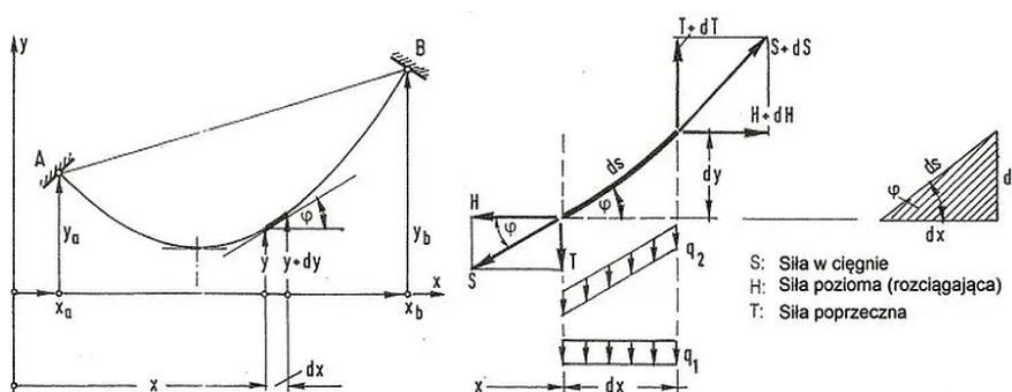
1.6.2 Metody obliczania konstrukcji cięgowych

Równanie równowagi, siły wewnętrzne i długość ciężna

Punktem wyjścia do analizy ustrojów cięgowych jest zdefiniowanie warunków równowagi dla elementarnego wycinka liny. Z uwagi na założenie o idealnej wiotkości (brak sztywności giętej), moment zginający w każdym punkcie ciężna jest równy zero. Równanie różniczkowe równowagi ciężna poddanego obciążeniu ciągłemu q można zapisać jako zależność pomiędzy składową poziomą siły (rozpresem H) a rzędnymi krzywej ugięcia.

Całkowita siła rozciągająca w ciężnie, oznaczana jako $S(x)$, nie jest stała na jego długości. Uzyskuje się ją z wektorowego złożenia stałej składowej poziomej H oraz zmiennej składowej pionowej $V(x)$ (odpowiadającej sile poprzecznej w zastępczej belce swobodnie podpartej). Można to opisać zależnością trygonometryczną:

$$S(x) = \frac{H}{\cos \varphi(x)} = \sqrt{H^2 + V^2(x)}$$



Rysunek 41 Własności liny zawieszonej na różnych wysokościach: a) z dużym zwisem, b) z małym zwisem [28] – rozdz. 12, rys. 21

gdzie $\varphi(x)$ jest lokalnym kątem nachylenia cięgna do poziomu. Z powyższego wzoru płynie kluczowy wniosek inżynierski: siła w cięgnie osiąga wartość minimalną w punkcie największego zwisu (gdzie $V(x) = 0$ i $S = H$), natomiast wzrasta w kierunku podpór, osiągając maksimum w miejscach zakotwień.

Rzeczywista długość geometryczna cięgna w stanie napiętym (L) jest funkcją jego poziomej rozpiętości (l), rozporu oraz obciążenia. Przyjmując często stosowaną w inżynierii aproksymację paraboliczną dla cięgien o tzw. małym zwisie $f/l \leq 1/10$, długość tę oblicza się z przybliżonego rozwinięcia w szereg potęgowy:

$$L \approx l + \frac{q^2 \cdot l^3}{24H^2} = l + \frac{8f^2}{3l}$$

Zależność ta stanowi fundamentalną podstawę do dalszego wyznaczania wydłużeń sprężystych cięgna.

Podstawowe równanie stanu napiętej liny

W klasycznej mechanice ciał odkształcalnych wyznaczenie sił wewnętrznych zazwyczaj opiera się na zasadzie superpozycji. Jednakże w przypadku cięgien posiadających skończoną sztywność wzdłużną (EA), zjawisko to nie występuje ze względu na potężne nieliniowości geometryczne. Każdy przyrost obciążenia powoduje sprężyste wydłużenie liny, co skutkuje powiększeniem strzałki zwisu i całkowitą zmianą geometrii układu, a tym samym – zmianą ramienia sił. Aby powiązać ze sobą warunki równowagi, odkształcalność sprężystą (prawo Hooke'a) oraz odkształcalność termiczną, stosuje się tzw. równanie stanu cięgna. Porównuje ono ustrój w dwóch stanach: początkowym (indeks 1) i końcowym po przyłożeniu obciążeń (indeks 2). Równanie to przyjmuje postać nieliniowego równania algebraicznego trzeciego stopnia względem poszukiwanej składowej poziomej naciągu H_2 :

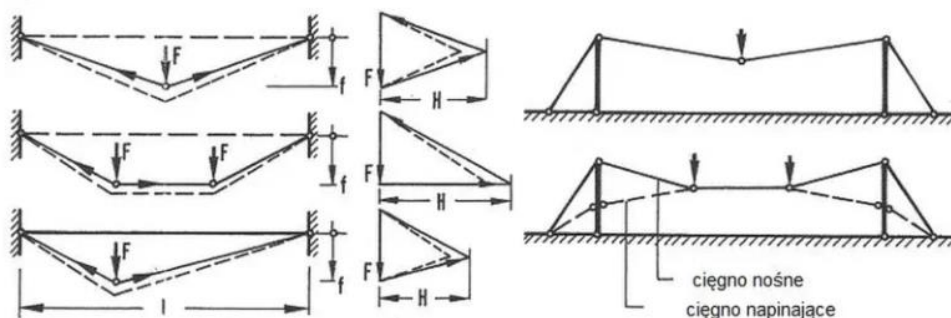
$$H_2^3 + H_2^2 \left(\frac{EA \cdot q_1^2 \cdot l^2}{24H_1^2} - H_1 + EA \cdot \alpha_t \cdot \Delta T \right) - \frac{EA \cdot q_2^2 \cdot l^2}{24} = 0$$

gdzie α_t to współczynnik rozszerzalności termicznej, a ΔT to przyrost temperatury. Równanie to rozwiązuje się z reguły metodami numerycznymi lub iteracyjnie.

Wielokąt trasy pod obciążeniami skupionymi

W konstrukcjach typu *Beam String Structure* (BSS), z jakimi mamy do czynienia w niniejszej pracy, cięgno nie współpracuje z obciążeniem ciągłym, lecz przejmuje siły skupione przekazywane za pośrednictwem pionowych dewiatorów (rozpórek). Kształt liny nie jest w tym wypadku krzywą płynną, lecz przyjmuje formę łamanego wieloboku sznurowego.

Aby zilustrować zjawisko silnej nieliniowości geometrycznej i błędu wynikającego z uproszczeń, w literaturze rozpatruje się fundamentalny przypadek cięgna o rozpiętości poziomej l i początkowej strzałce zwisu f_0 , obciążonego w środku rozpiętości siłą skupioną P .

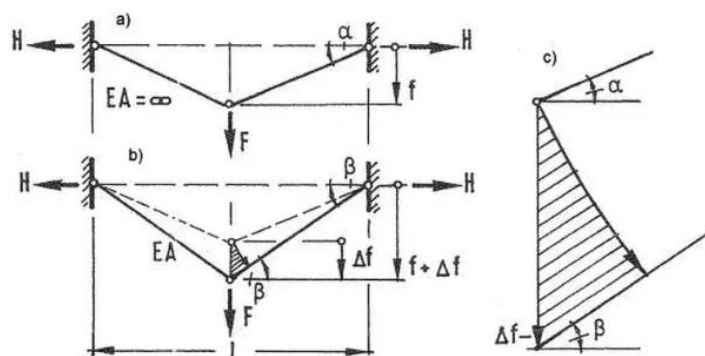


Rysunek 4243 Wielokąt siłtras w ciągu :a) schemat obciążeń, b) kierunki tras, c) układ cięgien [8] – rozdz. 12, rys. 22

W pierwszym kroku (pierwsze przybliżenie) zakłada się idealną nierozciągliwość osiową cięgna ($EA = \infty$). Na podstawie znanej geometrii i obciążeń wyznacza się wstępne siły węzłowe oraz wstępną siłę naciągu.

$$H_0 = \frac{F \cdot l}{4f_0}$$

$$S_0 = \frac{F}{2\sin\alpha}$$



Rysunek 44 Szkic do wyznaczanie tras cięgien pod obciążeniem skupionym [8] – rozdz. 12, rys. 23

Dla przypadku $EA = \infty$ mamy następujące zależności geometryczne:

$$\tan\beta = \frac{f + \Delta f}{l/2} \rightarrow f + \Delta f = \frac{l}{2} \tan\beta \quad ; \quad \sin\beta = \frac{f + \Delta f}{\left(1 + \frac{S}{EA}\right) \cdot \sqrt{f^2 + (l/2)^2}}$$

W wyrażeniu nie uwzględniono sprężystej odkształcalności cięgna. W takim razie należy to uwzględnić w drugiej iteracji:

$$H = \frac{Fl}{4(f + \Delta f)} = \frac{F}{2\sin\alpha} \quad ; \quad S = \frac{F}{2\sin\beta} = \frac{\left(1 + \frac{S}{EA}\right) \cdot \sqrt{f^2 + (l/2)^2}}{2(f + \Delta f)} \cdot F$$

Pomiędzy stanem odkształconym, a pierwotnym wystąpiło następujące przemieszczenie:

$$\sqrt{(f + \Delta f)^2 + (l/2)^2} - \sqrt{f^2 + (l/2)^2} = \frac{S}{EA} \cdot \sqrt{f^2 + (l/2)^2}$$

W powyższych równaniach występują dwie nieznane wielkości S i Δf , które można wyznaczyć z następującego układu równań:

$$2 \cdot \frac{S}{F} \cdot (f + \Delta f) - \left(1 + \frac{S}{EA}\right) \cdot \sqrt{f^2 + (l/2)^2} = 0; \quad \sqrt{(f + \Delta f)^2 + (l/2)^2} - \left(1 + \frac{S}{EA}\right) \cdot \sqrt{f^2 + (l/2)^2} = 0$$

Układ równań można sprowadzić do jednego równania nieliniowego do wyznaczania S :

$$\sqrt{\left(\frac{F}{2S} \cdot \left(1 + \frac{S}{EA}\right) \cdot \sqrt{f^2 + (l/2)^2}\right)^2 + (l/2)^2} - \left(1 + \frac{S}{EA}\right) \cdot \sqrt{f^2 + (l/2)^2} = 0$$

Teraz można wyznaczyć Δf z zależności:

$$\Delta f = \frac{F}{2S} \cdot \left(1 + \frac{S}{EA}\right) \cdot \sqrt{f^2 + (l/2)^2} - f$$

1.6.3 Analiza statyczna i poszukiwanie formy układów stalowo - ciągnowych

Nieliniowość geometryczna w analizie Metodą Elementów Skończonych

Złożone układy przestrzenne, w których wiotkie ciąga współpracują ze sztywnymi elementami stalowymi, wymagają bezwzględnego zastosowania nieliniowej analizy numerycznej. Ponieważ element ciągnowy całkowicie zmienia swoją sztywność wraz ze zmianą kształtu zwisu, klasyczna analiza liniowa według teorii I rzędu jest matematycznie nieadekwatna.

W ujęciu numerycznym (w środowisku MES, np. Dlubal RFEM) zastosowanie Teorii III rzędu wymusza ciągłą aktualizację macierzy sztywności układu. Całkowite obciążenie zewnętrzne przykłada się w sposób przyrostowy. Na każdym kroku solver wyznacza przemieszczenia, a następnie dla nowej, zdeformowanej już geometrii formułuje zmodyfikowaną macierz sztywności. Równania nieliniowe rozwiązywane są najczęściej za pomocą algorytmu iteracyjnego Newtona-Raphsona. Podejście to pozwala precyzyjnie odwzorować zjawisko sztywnienia ciąga w miarę narastania jego przemieszczeń pionowych, co stanowi jedyną poprawną metodę weryfikacji sił węzłowych i momentów w rygach ramy przy obciążeniach niesymetrycznych.

Problem poszukiwania kształtu (Form-Finding)

Zanim jednak w programie MES zostanie przeprowadzona analiza dla zadanych obciążeń, ustrój ciągnowy wymaga zdefiniowania jego geometrii początkowej. W przeciwieństwie do klasycznych konstrukcji stalowych, w których kształt często narzucany jest z góry przez architekta, geometria ciągów stanowi bezpośrednią odpowiedź na założone siły sprężające

i ciężar własny samego ciągu i konstrukcji. Proces poszukiwania tego początkowego, samo równoważącego się kształtu nazywany jest *Form-Findingiem*.

Współczesne oprogramowanie (zarówno skrypty algorytmiczne, jak i komercyjne solwery MES) wykorzystuje w tym celu zaawansowane procedury matematyczne. Jedną z najbardziej użytecznych i powszechnie implementowanych metod, wykorzystaną również na potrzeby niniejszej pracy w zmodyfikowanej formie, jest Metoda Relaksacji Dynamicznej (ang. *Dynamic Relaxation*).

Metoda Relaksacji Dynamicznej (Dynamic Relaxation)

Istota metody relaksacji dynamicznej polega na rozwiązaniu statycznego problemu przestrzennego poszukiwania kształtu poprzez symulację fikcyjnego, tłumionego procesu dynamicznego. Ustrój cięgowy (lub cięgowo-membranowy) traktowany jest jako układ mas skupionych w węzłach, połączonych sprężystymi elementami bezmasowymi.

Dla każdego węzła układu formuluje się fundamentalne równanie ruchu:

$$M \cdot a + C \cdot v + K \cdot x = P$$

gdzie:

M – macierz fikcyjnych mas węzłowych,

a – wektor przyspieszeń węzłów,

C – ukośna macierz tłumienia,

v – wektor prędkości,

K – macierz sztywności,

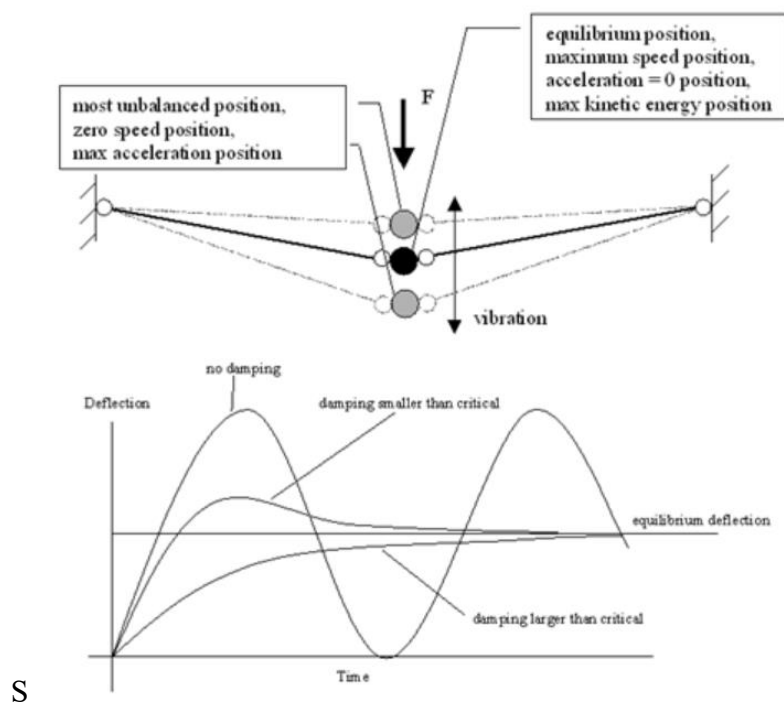
x – wektor przemieszczeń węzłów,

P – wektor przyłożonych sił zewnętrznych (np. wymuszony naciąg).

Procedura algorytmiczna polega na numerycznym całkowaniu w czasie powyższego równania. System, wprowadzony z początkowego stanu nierównowagi w ruch, zaczyna drgać. Dzięki obecności fikcyjnego tłumienia (człon $C \cdot v$), energia kinetyczna układu jest systematycznie rozpraszana. Iteracje postępują w małych krokach czasowych Δt do momentu, w którym przyspieszenia i prędkości węzłów spadną do zera ($a \approx 0, v \approx 0$).

Po wytraceniu energii kinetycznej i wygaszeniu drgań, równanie redukuje się do klasycznej postaci statycznej:

$$K \cdot x = P$$



Rysunek 45 Model przedstawiający założenie metody Relaksacji Dynamicznej [9]

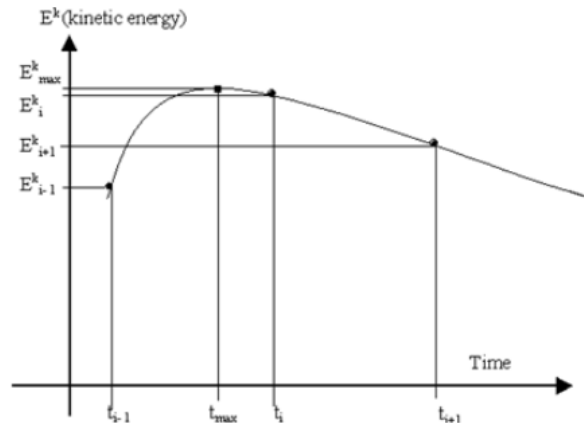
Zastosowanie klasycznej metody relaksacji dynamicznej (ang. Dynamic Relaxation - DR) z tłumieniem wiskotycznym w analizie silnie nieliniowych układów konstrukcyjnych – takich jak ramy łukowe sprzężone wiotkimi cięgnami – napotyka na istotne trudności numeryczne. Zasadniczym problemem klasycznego podejścia wiskotycznego jest wymóg precyzyjnego oszacowania wartości tłumienia krytycznego dla rozpatrywanej struktury, co w przypadku złożonych układów o wielu stopniach swobody jest zadaniem skomplikowanym i często prowadzącym do niestabilności rozwiązania.

Z tego względu w zaawansowanych zagadnieniach poszukiwania kształtu (form-finding) oraz optymalizacji trajektorii cięgna, znacznie efektywniejszym i częściej stosowanym rozwiązaniem jest metoda relaksacji dynamicznej z tłumieniem kinetycznym. Metoda ta rezygnuje z tradycyjnego podejścia do tłumienia (eliminując konieczność definicji macierzy tłumienia C oraz sztucznego redukowania prędkości węzłów w każdym cyklu), opierając się na śledzeniu globalnych zmian energii kinetycznej układu.

Istota i mechanizm działania tłumienia kinetycznego

Działanie tłumienia kinetycznego opiera się na podstawowej zasadzie fizycznej rządzącej zachowaniem drgających układów: całkowita energia kinetyczna układu osiąga swoje maksimum dokładnie w punkcie statycznej równowagi. System, wytrącony ze stanu równowagi poprzez nagłe przyłożenie obciążenia (np. wymuszonego naciągu i sił sprężających), zaczyna oscylować wokół docelowego położenia równowagi. W procesie numerycznym algorytm w sposób ciągły monitoruje sumaryczną energię kinetyczną konstrukcji w kolejnych krokach przyrostu czasu. W miarę jak węzły układu zbliżają się do optymalnego ułożenia (punktu równowagi statycznej), energia kinetyczna rośnie. Z chwilą, gdy węzły przekroczą punkt równowagi i zaczną się od niego oddalać, następuje spadek energii kinetycznej. Fakt ten jest bezpośrednim sygnałem dla algorytmu (solwera) do aktywacji procedury tłumienia kinetycznego, która przebiega następująco:

- Drgania układu zostają sztucznie zatrzymane.
- Zakładając, że lokalna zmiana energii kinetycznej w funkcji czasu ma charakter paraboliczny, wyznacza się dokładny moment (pik), w którym energia osiągnęła maksimum.
- Na podstawie poprzednich przemieszczeń i obrotów węzłów, interpolowane jest przybliżone położenie węzłów odpowiadające optymalnej równowadze i są one do niego cofane.
- Prędkości oraz przyspieszenia wszystkich węzłów zostają wyzerowane, po czym algorytm zostaje zrestartowany z nowego, zaktualizowanego położenia.



Rysunek 46 Przebieg całkowitej energii kinetycznej układu w funkcji czasu w procesie relaksacji dynamicznej z zastosowaniem tłumienia kinetycznego. [9]

Proces ten powtarza się iteracyjnie. Mimo iż układ o wielu stopniach swobody rzadko drga tylko w jednej postaci własnej, wielokrotne zastosowanie procedury "ucinania" drgań w punktach szczytowych energii kinetycznej okazuje się wyjątkowo skuteczne i zbieżne przy poszukiwaniu bezmomentowej lub optymalnie wyważonej geometrii statycznej.

Kryteria zbieżności i rozwiązanie końcowe

Iteracyjny proces analizy relaksacji dynamicznej trwa do momentu, w którym siły i momenty resztkowe (niezrównoważone siły węzłowe) spadną poniżej zadanej tolerancji błędu. Względny błąd resztkowy dla sił (Δf) i momentów (Δm) można opisać zależnościami:

$$\Delta f = \rho f \frac{\sum f}{n}$$

$$\Delta m = \rho m \frac{\sum m}{n}$$

gdzie:

- ρf , ρm – założone tolerancje dla sił i momentów (tzw. względne wartości resztkowe),
- $\sum f$, $\sum m$ – suma całkowitych obciążeń (węzłowych i przęsłowych),
- n – liczba węzłów układu.

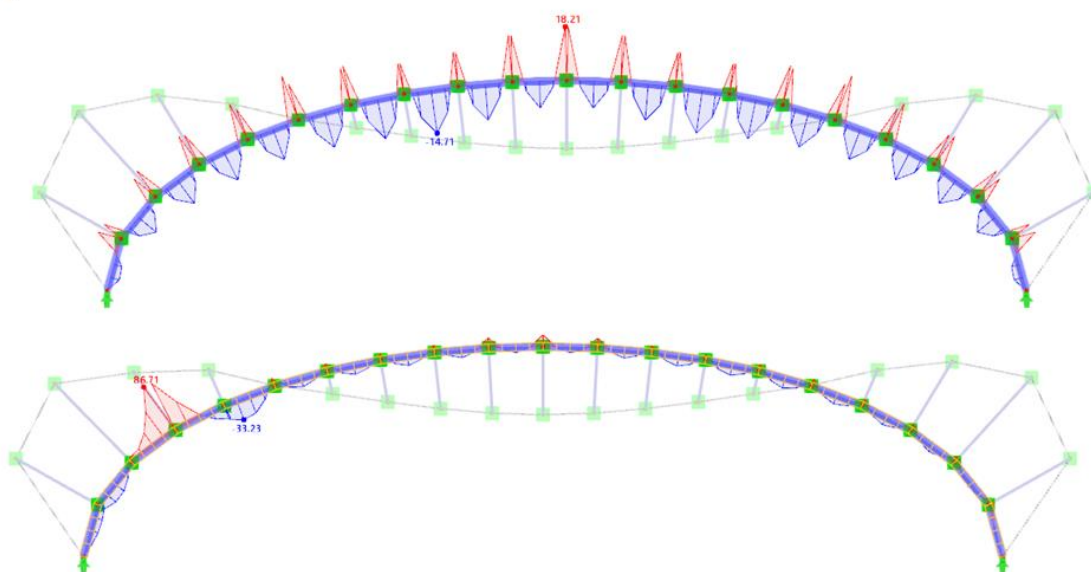
Gdy żadna z sił ani momentów resztkowych w węzłach nie przekracza dopuszczalnego limitu, proces zostaje uznany za zbieżny. Dla tak wyznaczonego ostatecznego, optymalnego ułożenia przestrzennego węzłów, algorytm dokonuje ostatecznych przeliczeń sił wewnętrznych, momentów zginających oraz naprężeń dla elementu łuku i układu ciągnowego.

Podsumowanie z perspektywy opracowywanego algorytmu autorskiego:

Wykorzystanie powyżej opisanej formy relaksacji dynamicznej z tłumieniem kinetycznym stanowi idealny fundament pod autorską procedurę optymalizacji położenia dewiatorów. Dzięki temu, że metoda DR traktuje proces iteracyjnego poszukiwania kształtu jako naturalny proces dążenia układu do najniższego poziomu energii potencjalnej (poprzez wytracanie energii kinetycznej na przemieszczeniach dopasowujących kształt układu), stanowi ona stabilne narzędzie obliczeniowe ("solwera zewnętrznego"). Umożliwia to zautomatyzowane poszukiwanie takiej trajektorii sprężonego ciągu, przy której rama łukowa wymaga najmniejszego nakładu energetycznego do utrzymania wymuszonego stanu naprężeń.

1.7 Form – finding geometrii optymalnej dla konstrukcji CAS

Przedmiotem badań w niniejszej pracy jest hybrydowa konstrukcja ciągnowo-łukowa wzbogacona o system dewiatorów, których zadaniem jest nadawanie odpowiedniej trasy kablom sprężającym względem osi dźwigara głównego. Rama posiada rozpiętość 70m wysokość 16m i jest opisana funkcją elipsy analogicznie jak w rozdziale 2. Konstrukcja jest obciążona równomiernie obciążeniem od ciężaru własnego konstrukcji zadaszania równego 13,909kN/m. Konstrukcje tego typu stanowią fascynujący, ale niezwykle złożony przypadek statyczny. Połączenie sztywności giętej łuku z ciągnami, które przenoszą wyłącznie siły osiowe tworzy ustrój o wysokim stopniu hiperstatyczności. Kluczowym aspektem zachowania tej konstrukcji jest silne sprzężenie strukturalne. W przypadku analizowanej konstrukcji ciągnowej, zmiana długości zaledwie jednego dewiatora wywołuje natychmiastową redystrybucję momentów gnących w systemie, które kumulują się w miejscu zmiany geometrii. W poniższym przypadku skrócono trzeci od lewej dewiator o 30cm co spowodowało 4-krotne zwiększenie się momentu gnącego w tym miejscu.



Rysunek 47 Wpływ zmiany długości dewiatora o 10% na wykres momentów gnących [kNm]

Wydłużenie jednego elementu powoduje zmianę kąta załamania kabla sprężającego, to z kolei modyfikuje składowe wektorów sił odchylających przekazywanych na łuk w najbliższym jego sąsiedztwie. Zjawisko to sprawia, że manualne dostrajanie długości dewiatorów przypomina próbę ułożenia kostki Rubika – poprawa stanu naprężeń w jednym przęśle zazwyczaj drastycznie pogarsza sytuację w innym.

Założenie badawcze opiera się na fizycznej zasadzie akcji i reakcji. Skoro obecność momentu zginającego w danym węźle świadczy o tym, że trasa kabla wywołuje siłę wypadkową przesuniętą względem osi, można ten błąd korygować, fizycznie zmieniając długość dewiatora. Jeśli łuk odkształca się do wewnątrz układu generując dodatni moment zginający, należy wydłużyć dewiator, aby zwiększyć siłę wypierającą w tym punkcie. Zjawisko to wymaga jednak globalnego sterowania, w którym reakcja poszczególnych dewiatorów jest skoordynowana, aby uniknąć wężykowania kabla i powstawania oscylacji wywołanych przez niestabilny algorytm. Wymuszenie rygorystycznej symetrii korekt oraz uśrednianie ich z wartościami sąsiednimi jest niezbędne, by zachować łańcuchową (gładką) formę przestrzenną ciągu. Stąd metody znajdowania formy (ang. Form-finding) okazują się niezbędne do projektowania konstrukcji o tak skomplikowanym stopniu budowy.

Specyfika dyskretnej topologii i wrażliwość geometryczna układu

Kluczowym wyzwaniem w procesie poszukiwania formy (ang. form-finding) rozpatrywanego ustroju ciągnowo-łukowego nie jest nieliniowość samego materiału, lecz ekstremalna wrażliwość geometryczna układu połączona z jego dyskretną topologią. Choć dla ustalonej przestrzennej konfiguracji przęsła redystrybucja sił wewnętrznych może być opisywana zależnościami liniowymi, to sam problem optymalizacji kształtu – w którym zmiennymi decyzyjnymi są współrzędne położenia dewiatorów – stanowi wysoce złożone zadanie iteracyjne.

Wynika to z trzech zasadniczych uwarunkowań pracy tej specyficznej konstrukcji:

- **Ekstremalna reaktywność na zmiany geometrii:** Zdolność kabla sprężającego do przenoszenia sił rekompensacyjnych na łuk zależy wyłącznie od trasy jego prowadzenia (kątów załamania na dewiatorach). Minimalna zmiana długości jednego elementu dystansowego wywołuje zmianę poligonu sił w całym przęśle.
- **Dyskretny rozstaw dewiatorów:** W przeciwieństwie do np. mostów sprężonych gdzie trajektorię kabla ściśle determinuje obwód momentów gnących, a samo ciągnie jest w stanie przekazywać siły w sposób ciągły, analizowany ustrój posiada dewiatory rozstawione co znaczną odległość. Powoduje to, że kabel załamuje się w sposób punktowy, generując duże siły skupione wymuszające lokalne zginanie w sztywnym dźwigarze łukowym.
- **Nieadekwatność analitycznych metod kształtowania:** Z uwagi na powyższy, dyskretny charakter przekazywania obciążeń, tradycyjne metody poszukiwania formy bezmomentowej nie są w tym przypadku w pełni wystarczające i należy je dostosować do specyfiki statyki konstrukcji.

Właśnie dlatego regulacja trajektorii kabla i minimalizacja momentów zginających w łuku musiała przybrać formę algorytmu iteracyjnego. Niemożność określenia idealnego kształtu z góry wymusiła stworzenie autorskiej, adaptacyjnej pętli sprzężenia zwrotnego. Pętla ta ocenia jakość danej formy geometrycznej na podstawie precyzyjnie zdefiniowanej funkcji celu, i krok

po kroku, badając reaktywność ustroju na zmiany, "rzeźbi" optymalną długość każdego dewiatora, sprowadzając cały ustrój do równowagi stanu błonowego.

Decyzja o zdefiniowaniu funkcji celu bezpośrednio jako minimalizacji momentów zginających ($M_y \rightarrow 0$) nie jest przypadkowa, lecz wynika z dążenia do globalnej minimalizacji ugięć konstrukcji w oparciu o kryteria energetyczne. W mechanice budowli, całkowite przemieszczenie δ dowolnego punktu układu sprężystego można opisać za pomocą równania prac wirtualnych (tzw. całki Mohra), które integruje wpływ wszystkich sił wewnętrznych na odkształcenie ustroju:

$$\delta = \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx + \int \frac{V\bar{V}}{GA_k} dx + \int \frac{N\bar{N}}{EA} dx$$

W klasycznych, smukłych ustrojach prętowych, do jakich zalicza się projektowany dźwigar stalowy, to człon związany z siłą gnącą wykazuje największy wpływ energetyczny, Człon osiowy (związany z siłami normalnymi N i sztywnością EA) generuje odkształcenia rzędu wielkości mniejsze, z uwagi na relatywnie ogromną sztywność podłużną profili stalowych w stosunku do ich sztywności giętej.

Dodatkowo, zjawisko zginania jest ściśle sprzężone ze ścinaniem. Zgodnie z podstawowym twierdzeniem różniczkowym teorii belek (np. w ujęciu Eulera-Bernoulliego), siła tnąca $V(x)$ jest pierwszą pochodną momentu zginającego:

$$V(x) = \frac{dM(x)}{dx}$$

Z powyższej zależności wynika jednoznacznie, że dążenie algorytmu do wygładzenia i wyzerowania wykresu momentów zginających (stała wartość $M \approx 0$) automatycznie redukuje wartości sił tnących do zera.

W konsekwencji, algorytm w pełni świadomie wymusza redystrybucję sił w konstrukcji – niweluje zginanie i ścinanie (odpowiedzialne za niszczące ugięcia ramy) kosztem proporcjonalnego zwiększenia sił osiowych w dźwigarze. Takie wymuszenie "stanu błonowego" jest z punktu widzenia fizyki najbardziej optymalną energetycznie formą pracy materiału, pozwalającą na radykalne ograniczenie przemieszczeń układu bez konieczności zwiększania gabarytów przekroju poprzecznego.

1.7.1 Deterministyczne parametry fizyczne: dobór sztywności i naciągu wstępnego

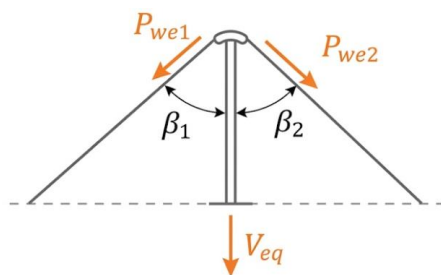
Chociaż opracowany algorytm iteracyjny charakteryzuje się zdolnością do adaptacji topologii ustroju w dowolnych warunkach statycznych, konieczne było zdefiniowanie racjonalnych wielkości wejściowych dla elementów nośnych. W systemach ciągnowo-łukowych zjawisko poszukiwania formy zależy ściśle od parametrów deterministycznych: sztywności giętej ramy (EI), sztywności podłużnej cięgien (EA) oraz siły naciągu wstępnego (P_{pre}). Parametry te wprowadzono do modelu przed inicjacją pętli optymalizacyjnej.

Wpływ sztywności osiowej cięgna i kryterium SGU

Wstępny przekrój dźwigara stalowego oraz pole przekroju poprzecznego cięgna (A_c) przyjęto na podstawie wstępnego zwymiarowania, kierując się wytycznymi z analogicznych obiektów wieloprzestrzennych (np. Berlin Hauptbahnhof). W konstrukcjach cięgowych o przekroju kabla decyduje w głównej mierze Stan Graniczny Użytkowości (SGU). Zbyt niska sztywność osiowa skutkowałaby nadmiernymi ugięciami wtórnymi ramy pod wpływem obciążeń zmiennych (np. śniegu i wiatru), ponieważ wiotki kabel musiałby ulec znacznemu wydłużeniu sprężystemu ΔL_{el} , zanim wygenerowałby siłę reakcji niezbędną do podparcia łuku. Z drugiej strony, zachowano niezbędną poziom odkształcalności, charakterystyczny dla lin o splocie zamkniętym ($E_c \approx 1.6 \times 10^5$ MPa).

Wpływ naciągu wstępnego na architekturę dewiatorów

Algorytm dąży do wygenerowania w węzłach sił odciążających V_{eq} , wynikających z wektorowego rozkładu naciągu na załamaniach dewiatorów ($V_{eq} \approx P_{pre,1} \cdot \sin \beta_1 + P_{pre,2} \cdot \sin \beta_2$). Oznacza to, że układ posiada nieskończenie wiele rozwiązań równowagi. Zastosowanie bardzo niskiej siły naciągu skutkowałoby tym, że algorytm, w celu uzyskania wymaganego podparcia, wymusiłby ekstremalne zwiększenie wysokości dewiatorów (powiększenie kąta odchylenia β).



Rysunek 48 Schemat działania sił na dewiator

Aby sprowadzić poszukiwaną formę do optymalnych wymiarów architektonicznych zachowując odpowiednią skrajnię użytkową pod dachem, siłę naciągu wstępnego wprowadzono w oparciu o zalecenia literaturowe [7]. W analizie przyjęto P_{pre} na poziomie około 10% do 15% obliczeniowej siły zrywającej kabel.

Taki przedział jest optymalny z dwóch powodów:

- Pozostawia niezbędny, ponad 80-procentowy zapas nośności na przejście sił ekstremalnych w Stanie Granicznym Nośności (SGN) od obciążeń zmiennych i asymetrycznych.
- Gwarantuje odpowiedni zapas siły naciągu, zabezpieczając cięgno przed całkowitym zwiotczeniem (spadkiem siły osiowej do zera) w strefach odciążonych, co mogłoby doprowadzić do utraty globalnej stateczności układu.

Zdefiniowanie tych bazowych parametrów stanowiło fundament. (tzw. pre-processing) dla uruchomienia asynchronicznej pętli algorytmu dopasowującego długości dewiatorów.

1.7.2 Zintegrowane środowisko obliczeniowe i asynchroniczna pętla informacyjna

Aby sprostać tak zdefiniowanemu problemowi optymalizacji geometrii w ustroju o wysokiej wrażliwości topologicznej, konieczne było odrzucenie tradycyjnego, sekwencyjnego procesu projektowania. Zamiast jednorazowej weryfikacji statycznej, zaprojektowano architekturę zamkniętej pętli informacyjnej, opartą na ciągłym przetwarzaniu strumieni danych.

Środowisko to integruje w jednym ciągłym obiegu warstwę geometryczną, analityczną oraz decyzyjną. Do budowy zautomatyzowanej sieci danych wykorzystano oprogramowanie Rhinoceros 3D ze środowiskiem parametrycznym Grasshopper, system MES Dlubal RFEM6 jako silnik do obliczania statyki układu, oraz częściowo autorski algorytm zaimplementowany w języku Python.

Role poszczególnych modułów obliczeniowych:

- Rhinoceros 3D / Grasshopper (Generator topologii): Pełni rolę koordynatora geometrii. Odpowiada za parametryczne generowanie przestrzennego modelu konstrukcji ramy na podstawie wejściowych parametrów definiujących geometrię w postaci funkcji matematycznej $f(x)$ oraz za proces przetwarzania (importu/exportu) danych między programami za pomocą Webservice.
- Dlubal RFEM (Solwer MES): Działa jako analityczny silnik weryfikacyjny. Odbiera wygenerowaną geometrię, aplikuje zdefiniowane sztywności materiałowe, obciążenia i warunki brzegowe, a następnie opierając się na macierzowych równaniach statyki rozwiązuje układ, wyznaczając rozkład sił wewnętrznych.
- Python (Algorytm heurystyczny): Autorski komponent decyzyjny zaimplementowany bezpośrednio w węźle obliczeniowym Grasshoppera. Dokonuje kwantyfikacji danych wyjściowych (rozkładu momentów zginających), ocenia wielkość globalnego błędu konstrukcji w postaci suarycznej energii sprężystej spowodowanej momentem gnącym oraz wyznacza zaktualizowane współrzędne dewiatorów dla kolejnego kroku optymalizacji.

1.7.3 Architektura i przebieg asynchronicznej pętli optymalizacyjnej

Zasadniczym wyzwaniem informatycznym w integracji tych środowisk było ominięcie strukturalnych ograniczeń programu Grasshopper, który nie obsługuje natywnie rekurencyjnych pętli komunikacyjnych z zewnętrznym oprogramowaniem (problem błędu zapętlenia grafu). Ograniczenie to wyeliminowano poprzez zaprojektowanie asynchronicznego mechanizmu wymiany danych, wykorzystującego pamięć podręczną oraz funkcje opóźnionego wywołania zwrotnego (ang. callback functions).

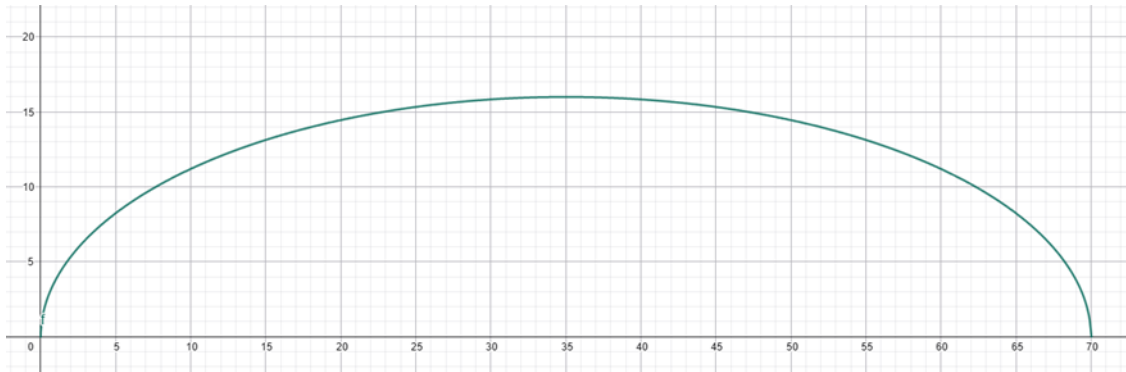
Przebieg procesu w pojedynczej iteracji:

- Definicja geometrii bazowej dźwigara i założenia statyczne
Przed przystąpieniem do iteracyjnej optymalizacji trajektorii cięgien, konieczne było zdefiniowanie rygorystycznych założeń geometrycznych oraz warunków brzegowych dla ustroju podstawowego (dźwigara głównego). Kształt bazowy ramy nośnej nie został przyjęty w sposób przypadkowy – jego oś centralną opisano matematycznie za pomocą

krzywej eliptycznej. W ogólnym kartezjańskim układzie współrzędnych, rzędne $y(x)$ kształtujące łuk zdefiniowano przy użyciu równania:

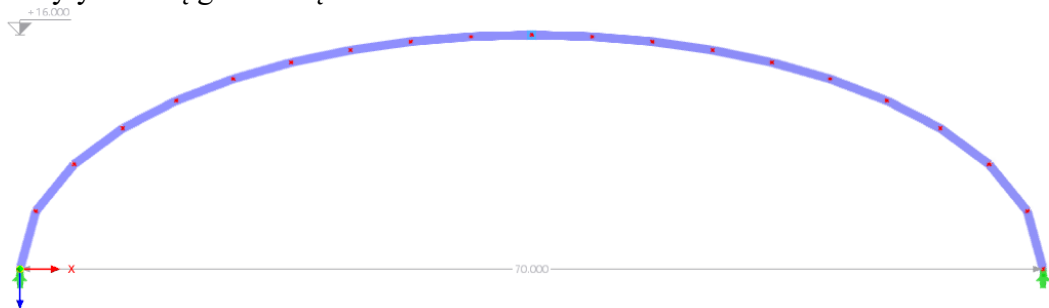
$$y(x) = H \sqrt{1 - \left(\frac{2x - L}{L}\right)^2}$$

gdzie L stanowi całkowitą rozpiętość teoretyczną przęsła, natomiast H określa maksymalną strzałkę (wysokość) łuku w środku rozpiętości.



Rysunek 49 Wykres funkcji elipsy zdefiniowanej przez strzałkę łuku względem osi x (H) oraz rozpiętość L

Zdefiniowano zatem przybliżone wymiary jak w przypadku konstrukcji ram eliptycznych dworca w Berlinie [5]. Rozpiętość wyniosła 70m a strzałka wysokości 16m. Następnie układ ten uległ poligonizacji na 20 punktów referencyjnych, które utworzyły finalną geometrię.



Rysunek 50 Ostatecznie przyjęty model ramy stalowej

- **Inteligentna inicjalizacja danych i pobranie odpowiedzi układu:** Proces rozpoczyna się od zdefiniowania początkowego wektora długości N dewiatorów.

$$H^{(0)} = \left[h_1^{(0)}, h_2^{(0)}, \dots, h_N^{(0)} \right]^T$$

W celu drastycznego skrócenia czasu analizy i zredukowania liczby niezbędnych iteracji, zrezygnowano z losowego lub płaskiego wektora startowego na rzecz wstępnego ukształtowania trajektorii ciągną w sposób odpowiadający rozkładowi sił wewnętrznych ustroju podstawowego.

Inicjacja ta opiera się na założeniu, że optymalne ciągną powinno w pierwszej kolejności równoważyć najbardziej wyťažone strefy konstrukcji. W tym celu

przeprowadzana jest wstępna, jednorazowa analiza w oparciu o statykę liniową dla samej ramy (dźwigara głównego bez cięgien) poddanej obciążeniom zewnętrznym. Dla każdego węzła i odpowiadającego lokalizacji dewiatora, odczytywana jest wartość momentu zginającego $M_{0,i}$. Następnie wyznaczana jest średnia arytmetyczna z bezwzględnych wartości całego zbioru tych momentów:

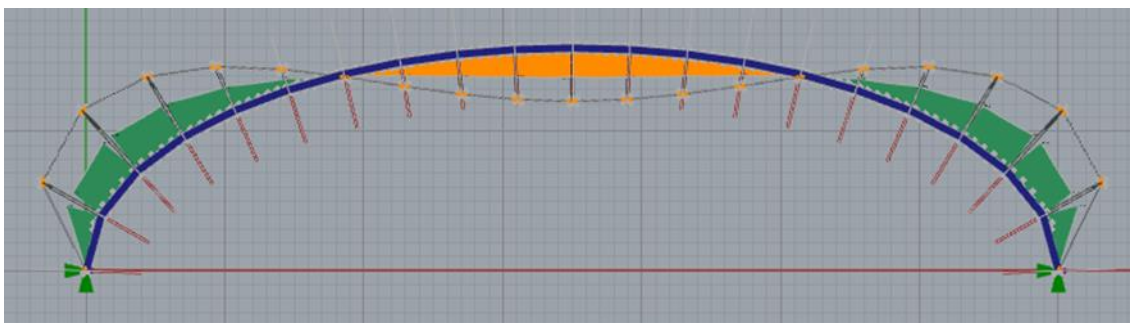
$$\overline{M_0} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |M_{0,i}|$$

Początkowa długość każdego dewiatora jest następnie definiowana jako stosunek wartości momentu lokalnego do uśrednionej wartości globalnej (przeskalowany przez ewentualny współczynnik architektoniczny lub jednostkowy c):

$$h_i^{(0)} = c \cdot \frac{M_{0,i}}{\overline{M_0}}$$

Zastosowanie takiego dzielenia normalizującego jest kluczowe z analitycznego punktu widzenia. Otrzymane w ten sposób wartości początkowych długości dewiatorów stają się bezwymiarowe (względne) względem skali wyężenia. Dzięki temu wstępna trajektoria kabla odwzorowuje czysty, topologiczny "kształt" obciążenia i daje zawsze ten sam wynik geometryczny, całkowicie niezależnie od wielkości przyłożonego w modelu pierwotnym obciążenia. Również dla obciążenia nierównomiernego algorytm potrafi wstępnie oszacować w ten sposób odpowiednią topologię, która będzie dostatecznym przybliżeniem do dalszej analizy iteracyjnej.

Po zaimplementowaniu tak zdefiniowanego, "inteligentnego" wektora $H^{(0)}$ do pamięci operacyjnej i przekazaniu go do pełnego, modelu z cięgnami w programie RFEM, algorytm w każdej kolejnej iteracji k importuje zaktualizowany rozkład momentów zginających $M_y(x)$ w celu dalszej, adaptacyjnej optymalizacji.



Rysunek 51 Wykorzystanie znormalizowanego wykresu momentów zginających ustroju podstawowego jako funkcji kształtu dla początkowej trajektorii cięgna.

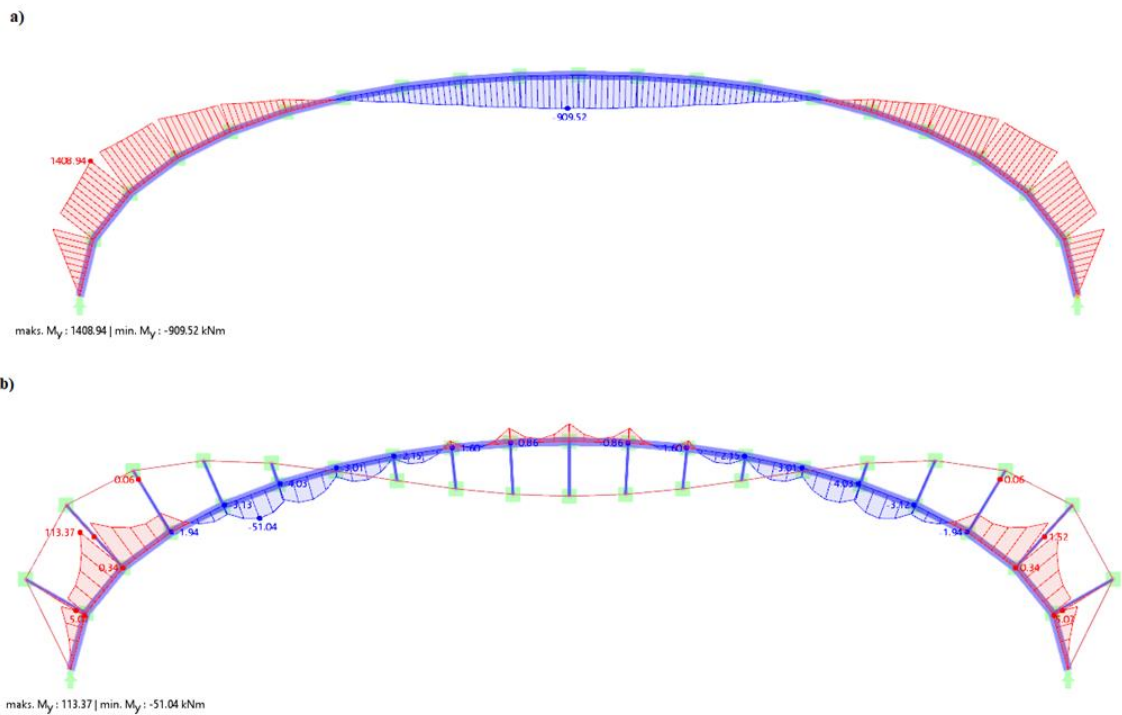
- **Analiza statyczna MES i transfer strumienia danych**

Po zaimplementowaniu w modelu numerycznym (RFEM) początkowej geometrii dewiatorów, przeprowadzana jest pierwsza pełna, analiza statyczno-wytrzymałościowa całego układu cięgnowo-łukowego. Dzięki wstępnemu ukształtowaniu trasy kabla, globalne wartości momentów zginających ulegają drastycznej redukcji względem samej ramy, jednak ustrój nadal nie znajduje się w optymalnym stanie zbliżonym do błonowego. Z uwagi na dyskretny (rzadki) rozstaw dewiatorów, trasa kabla nie jest

gładką krzywą, lecz polinią. Powoduje to powstawanie potężnych sił skupionych w węzłach, co na wykresach momentów zginających $M_y(x)$ objawia się w postaci charakterystycznych "pików" (lokalnych ekstremów) w miejscach załamania cięgna oraz falistej redystrybucji sił pomiędzy węzłami.

- **Obróbka sygnału wejściowego i kwantyfikacja błędu**

Mając do dyspozycji gęsto podzielony zgodnie z siatką MES rozkład momentów, algorytm przystępuje do filtracji sygnału. Ponieważ pojedynczy dewiator jest elementem dyskretnym, a wykres momentów ma charakter ciągły, punktowe pobranie wartości mogłoby doprowadzić do błędów numerycznych (np. trafienie w węzeł o chwilowej wartości zerowej między dwoma pikami).



Rysunek 52 Porównanie wykresu momentów gnących: a) dla ramy bez stężeń; b) dla ramy ze stężeniami

Dlatego skrypt dokonuje numerycznego całkowania wykresu momentów na strefach wpływu przypisanych do każdego dewiatora, generując uśredniony, lokalny bodziec $M_{local,i}$:

$$M_{local,i} = \sum_{x \in \Omega_i} \left(\frac{M_y(x_{j-1}) + M_y(x_j)}{2} \right) \Delta x$$

W celu wyeliminowania asymetrycznych form odkształcenia, algorytm wymusza matematyczną symetrię odpowiedzi, uśredniając wyniki dla węzłów położonych lustrzanie względem środka rozpiętości:

$$M_{sym,i} = \frac{M_{local,i} + M_{local,N-1-i}}{2}$$

Na podstawie powyższych wartości formułowana jest globalna funkcja celu $E^{(k)}$

(całkowita suma momentów gnących konstrukcji w bieżącej iteracji k):

$$E^{(k)} = \sum_{i=1}^N |M_{sym,i}|$$

Otrzymana w ten sposób wartość przefiltrowanych momentów jest następnie normalizowana do wartości bezwymiarowych, poprzez podzielenie każdej wartości przez element o największym bezwzględnym wyłączeniu w układzie:

$$\widehat{M}_i = \frac{M_{sym,i}}{\max(|M_{sym}|)}$$

Zabieg ten skutkuje sprowadzeniem wszystkich wartości decyzyjnych do przedziału $[-1.0, 1.0]$. Jest to kluczowe, ponieważ całkowicie uniezależnia to dalsze kroki algorytmu optymalizacyjnego od fizycznej skali obciążeń (wielkości sił wyrażonych w kiloniutonach), pozwalając na operowanie czysto geometrycznym mnożnikiem w kolejnym kroku procesu.

- **Adaptacyjna aktualizacja wektora geometrii (Mechanizm relaksacji dynamicznej)**

Mając do dyspozycji bezwymiarowy wektor wymuszeń, algorytm przechodzi do wyznaczenia przyrostów rzędnych dewiatorów. Zastosowano tu zależność opartą na heurystycznym przybliżeniu metody najszybszego spadku, dostosowaną do specyfiki środowiska MES.

Surowy wektor przyrostów długości Δh_{raw} w iteracji k jest wprost proporcjonalny do znormalizowanego błędu lokalnego:

$$\Delta h_{raw,i}^{(k)} = \lambda^{(k)} \cdot \alpha \cdot \widehat{M}_i^{(k)}$$

gdzie α stanowi bazowy, fizyczny skok optymalizacji (wyrażony np. w metrach), natomiast $\lambda^{(k)}$ to dynamiczny współczynnik uczenia (adaptacyjny mnożnik kroku).

W klasycznych metodach gradientowych stały krok często prowadzi do zjawiska oscylacji ("zygzakowania") wokół minimum. Aby temu zapobiec, algorytm analizuje globalny błąd energetyczny $E^{(k)}$ względem poprzedniej iteracji, stosując zdefiniowaną tolerancję na szum numeryczny siatki MES ($\tau = 1.01$):

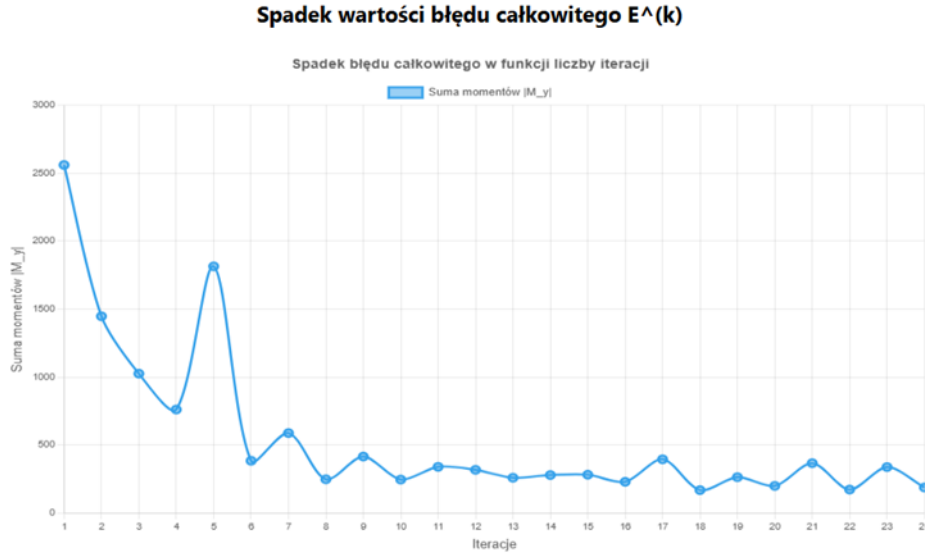
- **Stan zbieżności:** Jeżeli $E^{(k)} \leq E^{(k-1)} \cdot \tau$, co oznacza, że ustrój zbliża się do stanu błonowego, algorytm przyspiesza eksplorację przestrzeni rozwiązań:

$$\lambda^{(k)} = \min(3.0, \lambda^{(k-1)} \cdot 1.10)$$

- **Przesterowanie formy:** Jeżeli $E^{(k)} > E^{(k-1)} \cdot \tau$, oznacza to, że korekta była zbyt agresywna i momenty zginające odwróciły swój znak (wzrost zginania). Algorytm drastycznie tłumi swój krok:

$$\lambda^{(k)} = \max(0.1, \lambda^{(k-1)} \cdot 0.50)$$

Co istotne, w przypadku przesterowania zrezygnowano z klasycznego dla metod analitycznych cofania zmiennych. Wymuszona nowa geometria pozostaje w pamięci operacyjnej, a zredukowany mnożnik λ pozwala prawom fizyki i macierzy sztywności na samoczynne odwrócenie wektora reakcji w kolejnym kroku. Mechanizm ten stanowi analityczny odpowiednik tłumienia kinetycznego stosowanego w Metodzie Relaksacji Dynamicznej. Podobnie jak w przypadku tłumienia kinetycznego, gdzie wytraca się pęd układu po przekroczeniu punktu równowagi, tak w opracowanym algorytmie następuje nagle zredukowanie "pędu" zmian geometrycznych w chwili wykrycia odbicia od dna funkcji celu, co naturalnie i skutecznie wygasza oscylacje.



Wykres 1 Krzywa zbieżności algorytmu udowadniająca skuteczność adaptacyjnego współczynnika kroku w wygaszaniu oscylacji.

- Filtracja przestrzenna krzywizny ciągła (Wygładzenie)

Dyskretny charakter poprawek ($\Delta h_{raw,i}$) wyliczanych na podstawie lokalnych ekstremów zginania niesie ryzyko wygenerowania nieregularnego, "poszarpanego" poligonu ciągłego. Z fizycznego punktu widzenia ostre załamania liny skutkują potężnymi koncentracjami sił reakcji w węzłach. W celu zabezpieczenia płynności krzywizny trasy kabla, wektor przyrostów poddawany jest splotowi z jednowymiarowym filtrem dolnoprzepustowym. Parametr $S \in [0,1]$ określa współczynnik uśredniania z sąsiadującymi węzłami:

$$\Delta h_{smooth,i}^{(k)} = (1 - S) \cdot \Delta h_{raw,i}^{(k)} + S \cdot \frac{\Delta h_{raw,i-1}^{(k)} + \Delta h_{raw,i}^{(k)} + \Delta h_{raw,i+1}^{(k)}}{3}$$

Dla elementów skrajnych przy podporach stosuje się odpowiednio średnią z dwóch dostępnych węzłów. Zabieg ten gwarantuje, że wprowadzane korekty geometryczne tworzą harmonijną, łukową lub łańcuchową formę przestrzenną.

- **Domknięcie cyklu i aplikacja warunków brzegowych**

Ostatnim matematycznym etapem pojedynczej iteracji jest nałożenie fizycznych uwarunkowań na wyznaczone wielkości. Aby zapobiec niestabilności modelu numerycznego MES w przypadku wystąpienia osobliwości (np. błędu siatki w RFEM), zdefiniowano twardy limit maksymalnego przemieszczenia dewiatora w pojedynczym kroku ($\Delta L_{max} = np. 0.5m$):

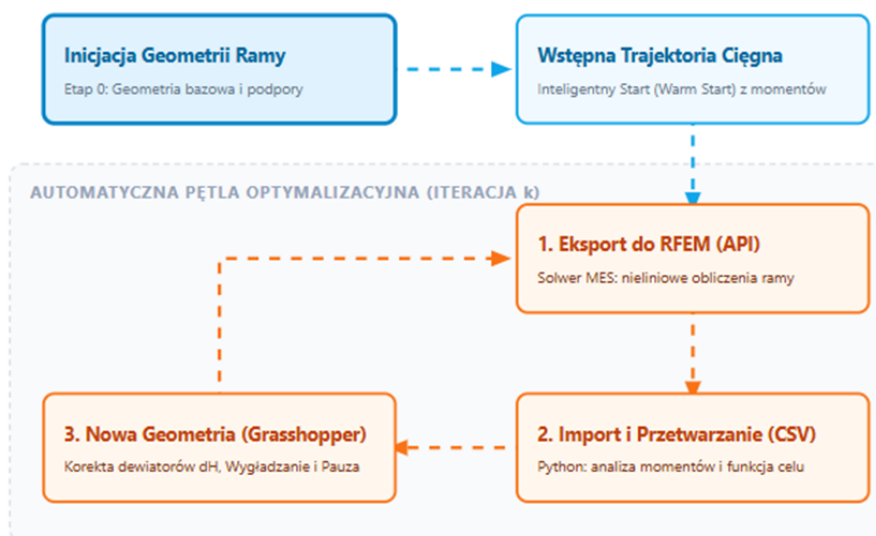
$$\Delta h_{final,i}^{(k)} = \max\left(-\Delta L_{max}, \min\left(\Delta L_{max}, \Delta h_{smooth,i}^{(k)}\right)\right)$$

Ostateczna nowa długość każdego dewiatora jest sumą jego długości z poprzedniej iteracji i wyliczonego przyrostu. Całość zamykana jest w żelaznych ramach skrajni architektonicznej (minimalna i maksymalna dozwolona długość pręta H_{min}, H_{max}):

$$h_i^{(k+1)} = \max\left(H_{min}, \min\left(H_{max}, h_i^{(k)} + \Delta h_{final,i}^{(k)}\right)\right)$$

Tak przekształcony i zaktualizowany wektor $\mathbf{H}^{(k+1)}$ nadpisuje pamięć operacyjną programu i zostaje wyeksportowany do graficznego interfejsu (Grasshopper), który aktualizuje model przestrzenny.

W tym samym momencie algorytm wymusza wstrzymanie wątku obliczeniowego na $t = 150$ ms. Ta bezwarunkowa pauza zwalnia zasoby procesora, dając programowi zewnętrznemu (Dlubal RFEM) czas na przejście nowej geometrii. Następnie za pomocą dedykowanej wtyczki API (Application Programming Interface) firmy Dlubal dla Grasshopper inicjalizuje się export danych do programu obliczeniowego oraz obliczenie konstrukcji w solverze. Dane są importowane przez utworzone pliki CSV ze zaktualizowanymi danymi dotyczącymi długości zdyskretyzowanych elementów skończonych, przypisanych do nich momentów gnących oraz siły osiowej. Po upływie zadanego czasu skrypt samoczynnie wznowia działanie, wywołując iterację $k + 1$.



Rysunek 53 Wizualizacja zamkniętej pętli informacyjnej (asynchroniczne sprzężenie zwrotne Grasshopper & RFEM za pomocą API i plików CSV)

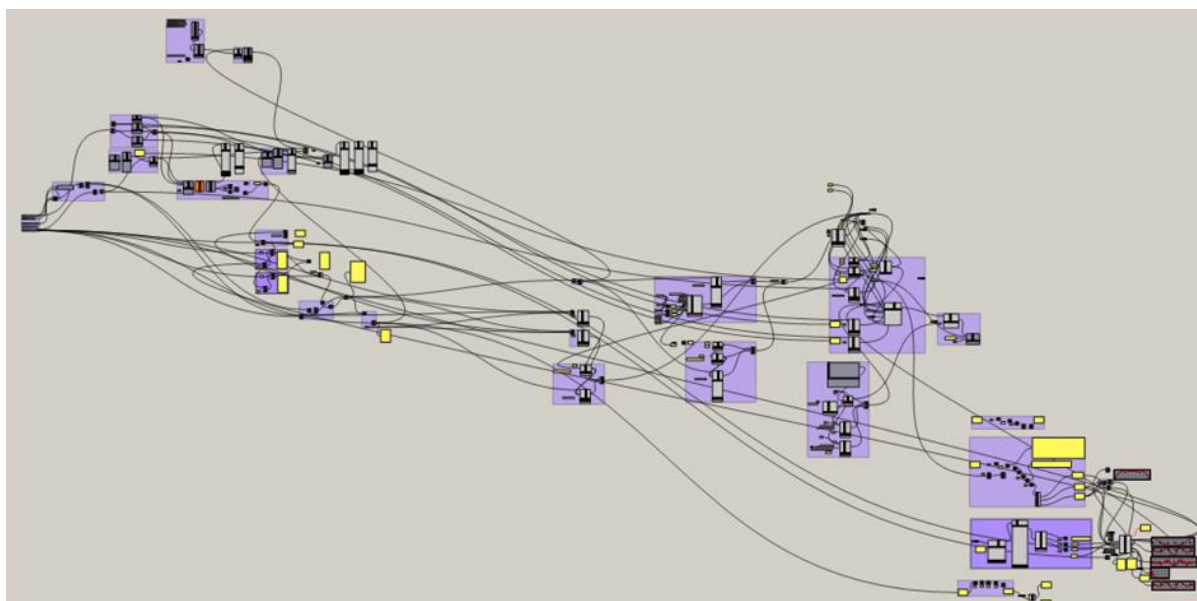
1.7.4 Analogia mechanizmu adaptacyjnego do Metody Relaksacji Dynamicznej

Analizując zbieżność i stabilność opracowanego, heurystycznego algorytmu form-findingu, można dostrzec silną korelację matematyczną z jedną z najbardziej uznanych metod poszukiwania formy – Metodą Relaksacji Dynamicznej (ang. Dynamic Relaxation - DR). Choć punkt wyjścia obu metod jest odmienny (opracowany algorytm operuje w przestrzeni optymalizacji spadku gradientu błędu geometryczno-statycznego, podczas gdy DR bazuje na fikcyjnych masach i całkowaniu równań ruchu Newtona w dziedzinie czasu), ich mechanizm osiągnięcia równowagi jest koncepcyjnie zbieżny.

Kluczowym elementem łączącym obie metody jest sposób radzenia sobie z nieliniowymi oscylacjami układu wokół poszukiwanego stanu błonowego. W klasycznej relaksacji dynamicznej wykorzystuje się tzw. tłumienie kinetyczne (ang. Kinetic Damping). Algorytm DR śledzi globalną energię kinetyczną fikcyjnie drgającej konstrukcji – w momencie, gdy osiąga ona szczytową wartość, oznacza to, że układ właśnie mija punkt idealnej równowagi. W tym ułamku sekundy prędkości wszystkich węzłów są sztucznie zerowane, co zapobiega przesterowaniu i zmusza ustrój do osiadania coraz bliżej optymalnej formy.

Opracowany w niniejszej pracy algorytm adaptacyjnej redukcji współczynnika uczenia (mnożnika λ) realizuje dokładnie tę samą filozofię, jednak w ujęciu bezwładności poprawek geometrycznych. Kiedy wprowadzana zmiana długości dewiatorów okazuje się zbyt duża i ustrój mija optymalny stan bezmomentowy (co objawia się wzrostem wartości funkcji celu w kolejnej iteracji), algorytm nie cofa wygenerowanej struktury. Zamiast tego drastycznie redukuje mnożnik kroku (np. o 50%), co w fizycznym sensie stanowi wytracenie "pędu" optymalizacji. Prawa sprężystości odwracają zwrot przyrostów geometrycznych, a zredukowany krok zapobiega ponownemu, tak silnemu przesterowaniu.

Można zatem stwierdzić, że zastosowana pętla sprzężenia zwrotnego jest z powodzeniem działającym, pseudo-dynamicznym procesem relaksacyjnym, który wykorzystuje zewnętrzne środowisko MES jako generator wektorów przywracających równowagę (zamiast fikcyjnych sił bezwładności).



Rysunek 54 model grafowy algorytmu pozwalającego na utworzenie formy ramy głównej stalowo – cięgnowej z modulem iteracyjnym w programie Grasshopper Rhino.

1.7.5 Analiza wyników i ocena efektywności optymalizacji topologicznej

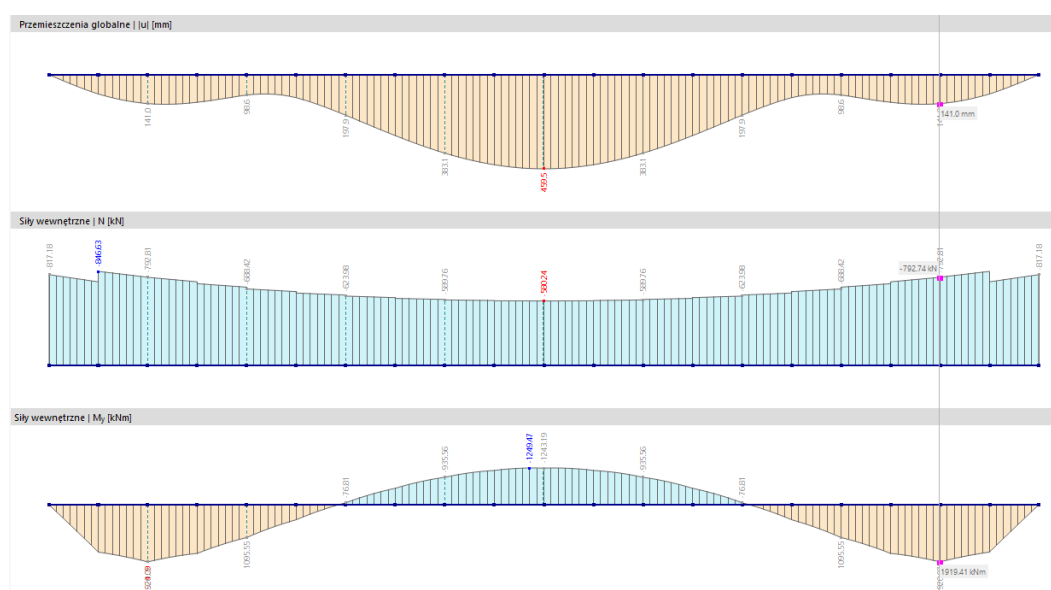
Zwieńczeniem działania asynchronicznej pętli algorytmicznej jest weryfikacja stanu naprężeniowo-odkształceniowego zoptymalizowanej konstrukcji. Efektywność zaprezentowanej metody badawczej najlepiej obrazuje ewolucja parametrów statycznych ustroju, którą można prześledzić w trzech kluczowych stadiach: dla ramy swobodnej (bez cięgna), dla ramy z cięgnem po inteligentnej inicjalizacji (kształt trajektorii zbieżny z obwiednią momentów) oraz dla układu po pełnej, wielokrokowej relaksacji dynamicznej.

W badaniu skorelowano 3 charakterystyczne schematy statyczne:

- Schemat I - rama bez uciąglenia
- Schemat II - rama ze wstępną trajektorią
- Schemat III - rama ze zoptymalizowaną trajektorią cięgna

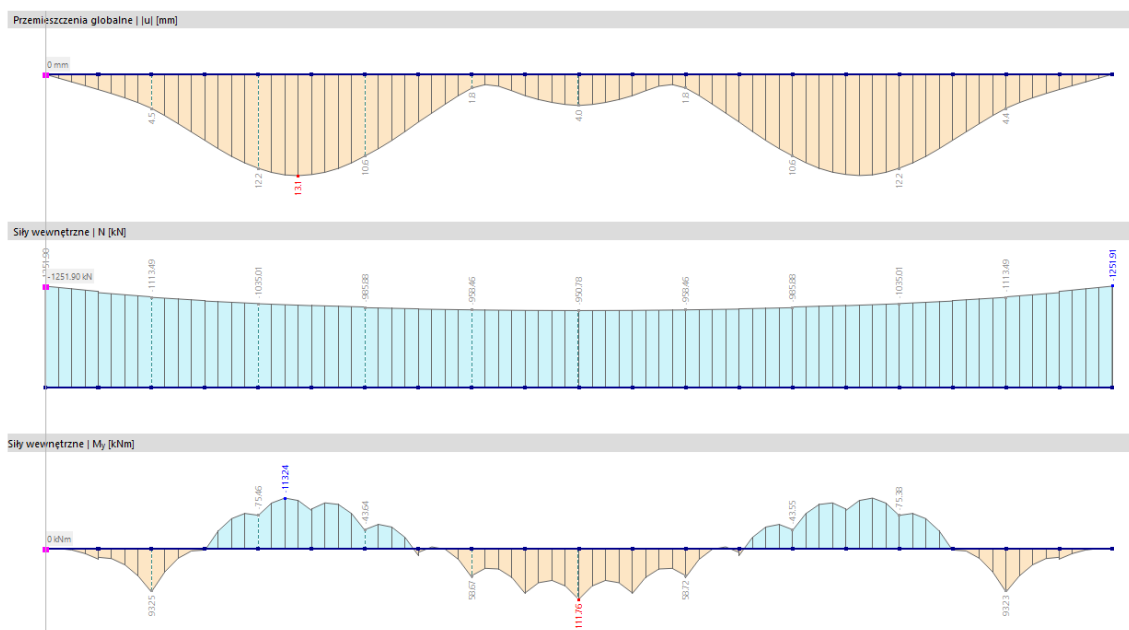
Ewolucja i redukcja momentów zginających

W pierwszej fazie analizy, ustrój podstawowy (sam łuk stalowy) pozbawiony podparcia cięgnem, pracuje jako klasyczna belka łukowa. Wykres momentów zginających charakteryzuje się płynnym przebiegiem, osiągając ekstremalne wartości rzędu **1920.07 kNm** w częściach najsilniejszego załamania ramy, jednocześnie utrzymując siłę osiową na poziomie ok. **797 kN**.



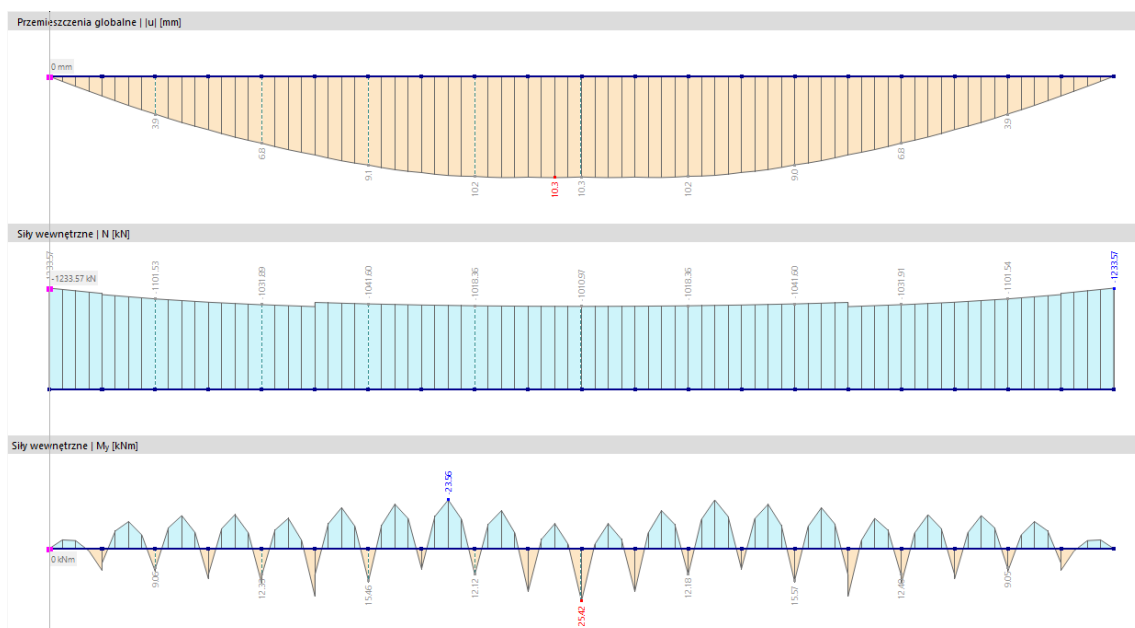
Rysunek 55 Schemat I- Wykresy odnoszące się do stalowej ramy przedstawiające kolejno: ugięcie [mm], siłę osiową [kN], moment gnący [kNm]

Zastosowanie inteligentnej inicjalizacji wektora dewiatorów (krok zerowy algorytmu) przynosi natychmiastową, drastyczną redukcję globalnych wartości zginania wynoszącą ok. 17- krotnone zmniejszenie wartości momentów. Maksymalny moment w konstrukcji wynosi już zaledwie **113.24 kNm** natomiast siła osiowa zwiększa się do **1251 kN**. Niemniej jednak, z uwagi na charakterystyczne zachowanie się konstrukcji hybrydowych typu CAS niekontrolowany rozkład momentów na etapie wstępnego sprężania objawia się wykładniczym zwiększeniem momentów gnących na skutek dalszych obciążeń środowiskowych. Aby więc maksymalnie przybliżyć model by zachował się możliwie hiperstatycznie należy zadbać właśnie o równomierne przekazywanie sił z cięgna na ramę.



Rysunek 56 Schemat II - Wykresy odnoszące się do stalowej ramy przedstawiające kolejno: ugięcie [mm], siłę osiową [kN], moment gnący [kNm]

Dopiero pełne działanie algorytmu optymalizacyjnego i osiągnięcie stanu zbieżności pozwala na całkowitą redystrybucję sił. Finalny wykres momentów zginających ulega drastycznemu spłaszczeniu. Zmienne, lokalne ekstrema zostają "rozprasowane", a całkowita wartość maksymalnego momentu zginającego spada o kolejne 445% w stosunku do ramy wstępnie uciąglonej. Momenty gnące osiągają wartość maksymalną rzędu **25,42kNm** uwydatniając charakterystyczny wzór w postaci ząbków, które utrzymują się w obrębie linii zerowej wykresu. Pozytywny efekt zauważa się również w sile osiowej ramy gdzie w zasadzie nie następuje żadna znacząca zmiana. Osiąga się zatem idealny stan który powoduje minimalizację odkształceń do zaledwie 1 cm na długości całej 80-cio metrowej ramy.



Rysunek 57 Schemat III - Wykresy odnoszące się do stalowej ramy przedstawiające kolejno: ugięcie [mm], siłę osiową [kN], moment gnący [kNm]

Minimalizacja energii wewnętrznej i ugięć (Stan błonowy)

Potwierdzeniem poprawności zastosowanej optymalizacji jest analiza energetyczna układu. Zgodnie z założeniami wprowadzenie cięga pozwalającego na zminimalizowanie wyężenia energetycznego ramy powinno poskutkować także zmniejszeniem się wszelkich odkształceń układu.

Tym samym wyznaczmy efektywność energetyczną iteracyjnej optymalizacji trajektorii cięga. Do tego posłuży wzór pozwalający na wyznaczenie całkowitej energii sprężystej w ramie stalowej wykonanej z profilu HEB700:

$$\delta = \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx + \int \frac{V\bar{V}}{GA_k} dx + \int \frac{N\bar{N}}{EA} dx$$

Gdzie:

$$EI = 210\,000\,000[kPa] * 0,002589[m^4] = 539\,469[kNm^2]$$

$$GA_k = 80\,769\,200[kPa] * 0,03064[m^2] = 2\,474\,768[kN]$$

$$EA = 210\,000\,000[kPa] * 0,03064[m^2] = 6\,434\,400[kN]$$

Schemat I (rama bez uciąglenia):

$$\int \frac{M\bar{M}}{EI} dx = 188,232[kNm]$$

$$\int \frac{V\bar{V}}{GA_k} dx = 0,788[kNm]$$

$$\int \frac{N\bar{N}}{EA} dx = 5,852[kNm]$$

$$\delta = 194,871[kNm]$$

Schemat II (rama ze wstępną trajekcją):

$$\int \frac{M\bar{M}}{EI} dx = 0,544[kNm]$$

$$\int \frac{V\bar{V}}{GA_k} dx = 0,006[kNm]$$

$$\int \frac{N\bar{N}}{EA} dx = 14,110[kNm]$$

$$\delta = 14,659[kNm]$$

Schemat III (rama ze zoptymalizowaną trajektorią ciągłą):

$$\int \frac{M\bar{M}}{EI} dx = 0,032[\text{kNm}]$$

$$\int \frac{V\bar{V}}{GA_k} dx = 0,000[\text{kNm}]$$

$$\int \frac{N\bar{N}}{EA} dx = 14,380[\text{kNm}]$$

$$\delta = 14,412[\text{kNm}]$$

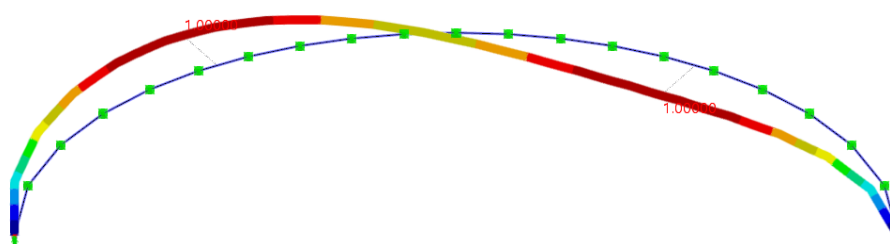
Porównanie wyników ukazuje drastyczny spadek całkowitej energii układu po wprowadzeniu ciągła (przejście ze Schematu I do II i III). Warto jednak zauważyć, że różnica energii pomiędzy Schematem II a docelowym Schematem III wynosi jedynie około 2%. Wynik ten stanowi istotny dowód na wysoką skuteczność przyjętej metody inicjalizacji. Kształt oparty na rzędnych momentów zginających (Schemat II) z definicji zbliża się do optymalnej linii ciśnień, natomiast pełna pętla algorytmu (Schemat III) dokonuje ostatecznego "wygładzenia" trajektorii, niwelując lokalne piki i doprowadzając ustrój do idealnego stanu błonowego.

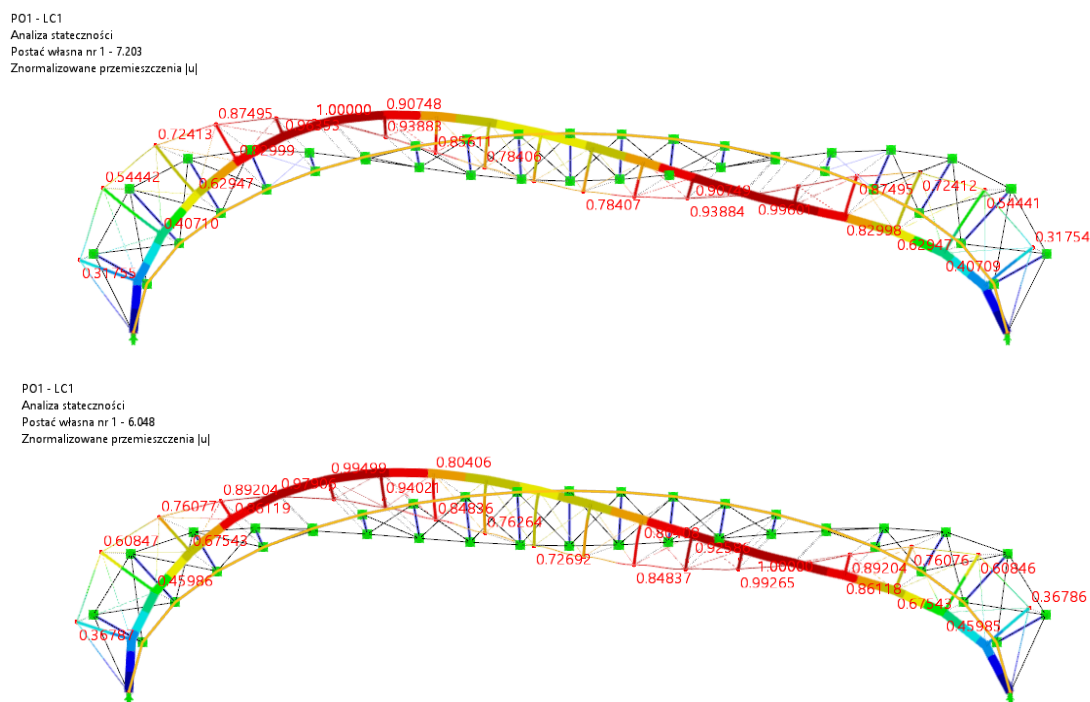
Wpływ optymalizacji na stateczność i ugięcia układu

W celu ostatecznego skorelowania wyników i głębszego zrozumienia wpływu zmian geometrycznych na zachowanie konstrukcji, przeprowadzono Liniową Analizę Wyboczeniową (LBA). Wyniki ukazały interesujący paradoks optymalizacji: mnożnik krytyczny obciążeń α_{cr} dla Schematu II wyniósł 7,203, podczas gdy dla w pełni zoptymalizowanego Schematu III spadł do wartości 6,048.

Zjawisko to posiada ściśle uzasadnienie fizyczne i wynika z dwóch nałożonych na siebie efektów mechanicznych. Po pierwsze, adaptacja i wygładzenie geometrii przez algorytm skutkuje skróceniem długości dewiatorów, co zmniejsza efektywne ramię działania sił odciążających i obniża globalną sztywność przestrzenną ustroju. Po drugie, perfekcyjna eliminacja momentów zginających w rygielu oznacza, że praca konstrukcji zmienia charakter z giętnego na osiowy. Prowadzi to do kumulacji znacznych sił normalnych w profilu łuku, co wprost przyczynia się do redukcji mnożnika wyboczeniowego α_{cr} . Spadek ten dowodzi, że dążenie do czystego stanu błonowego zawsze wiąże się z kompromisem w aspekcie stateczności globalnej.

PO1 - LC1
Analiza stateczności
Postać własna nr 1 - 4,177
Znormalizowane przemieszczenia [u]





Rysunek 58 Wynik analizy wyboczeniowej dla schematów kolejno a) I, b) II, c) III.

Wniosek końcowy

Mimo nieznacznego spadku mnożnika α_{cr} , główny cel optymalizacji został w pełni osiągnięty. Algorytm niezwykle efektywnie zredukował maksymalne przemieszczenia pionowe i odkształcenia ramy. W kontekście analizowanej struktury jest to czynnik determinujący dla całego procesu budowlanego. Zminimalizowanie podatności rygla na ugięcia stanowi bowiem podstawowy warunek dla bezpiecznego montażu i bezawaryjnej eksploatacji sztywnej, szklanej elewacji obiektu. Ewentualne dalsze korekty mnożnika wyboczeniowego można sprawnie osiągnąć poprzez sprzężone dostrojenie siły naciągu wstępnego w relacji do sztywności zastosowanego ciągu.

1.7.6 Podsumowanie działania algorytmu oraz kierunki dalszego rozwoju

Pomimo potwierdzonej badaniami skuteczności w redukcji momentów zginających oraz wysokiej stabilności numerycznej mechanizmu adaptacyjnego (odpowiednika relaksacji dynamicznej), zaimplementowane autorskie rozwiązanie programistyczne w obecnej formie posiada pewne ograniczenia wydajnościowe oraz strukturalne.

Wydajność środowiska i wąskie gardło komunikacyjne

Zasadniczym mankamentem opracowanego środowiska optymalizacyjnego jest relatywnie długi czas prowadzonych obliczeń. Pojedyncza iteracja pętli zajmuje około 20 sekund, co przy wieloetapowym procesie znacząco wydłuża całkowity czas form-findingu. Wąskim gardłem nie jest w tym przypadku matematyczna złożoność skryptu w programie Grasshopper, lecz narzut czasowy wynikający z komunikacji asynchronicznej. Wymiana pakietów danych, import i eksport geometrii oraz wywoływanie zewnętrznego solvera za pośrednictwem protokołu Dlubal WebService i API generuje technologiczne opóźnienia, których w obecnej architekturze oprogramowania nie da się całkowicie wyeliminować.

Zarządzanie skrajnią i hybrydowa optymalizacja naciągu

Z punktu widzenia mechaniki konstrukcji, algorytm wymaga w przyszłości rozbudowy o bardziej inteligentny moduł obsługi warunków brzegowych. W obecnej wersji zdefiniowano "twardy" limit uniemożliwiający przekroczenie przez dewiatory ich maksymalnej, założonej wysokości (h_{max}). Powoduje to, że po osiągnięciu granicy skrajni architektonicznej, proces minimalizacji momentów zginających w danej strefie zostaje fizycznie zablokowany. Docelowo algorytm powinien zostać wyposażony w procedurę sprzężenia zwrotnego, która wykrywa moment nasycenia (zbliżania się rzędnych do limitu) i automatycznie inicjuje globalne zwiększenie siły naciągu wstępnego w ciągu głównym lub zwiększenie sztywności samego ciągu. Taki hybrydowy mechanizm decyzyjny – optymalizujący symultanicznie zarówno topologię trasy ciągu (wysokość słupków), jak i jego parametry fizyczne (siłę sprężającą).

Modyfikacja topologiczna ramy głównej

W perspektywie dalszych badań i optymalizacji układów stalowo-ciężnowych, obszarem o ogromnym potencjale jest włączenie do analizy kształtu samego ustroju podstawowego. Przyjęta w niniejszej pracy geometria ramy oparta na krzywej eliptycznej, choć uzasadniona architektonicznie (nawiązanie do zrealizowanych obiektów, np. dworca w Berlinie), nie musi stanowić formy idealnej statycznie. Wprowadzenie do algorytmu dodatkowych zmiennych decyzyjnych, pozwalających na swobodną, topologiczną modyfikację krzywizny łuku stalowego, dałoby możliwość sprowadzenia go bliżej naturalnej linii ciśnień. Taki zabieg nie tylko zminimalizowałby wyjściowe zginanie, ale przede wszystkim pozwoliłby na zredukowanie niekorzystnie dużych różnic wartości siły rozciągającej na długości samego ciągu, co z kolei ułatwiłoby ujednolicenie jego wyteżenia i uprościło detale węzłowe. Reasumując, wykreowany skrypt optymalizacyjny stanowi w pełni funkcjonalne, zaawansowane narzędzie badawcze. Skutecznie rozwiązuje on problem braku natywnej obsługi pętli w programie Grasshopper i automatyzuje proces poszukiwania kształtu (form-finding). Stanowi on jednocześnie solidną bazę analityczną do tworzenia w przyszłości wielokryterialnych algorytmów projektowych dla hybrydowych konstrukcji przekryć wielkoprzestrzennych.

1.8 Analiza wrażliwości ustroju na oddziaływania asymetryczne i rola tężników w redystrybucji sił wewnętrznych

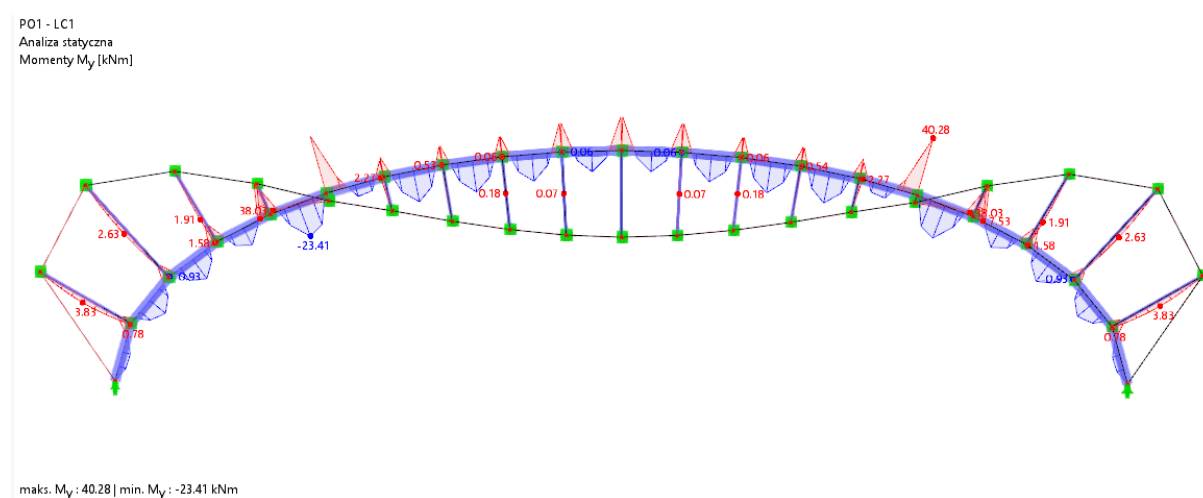
1.8.1 Ograniczenia geometrii bezmomentowej

Opracowany algorytm form-findingu wykazuje wysoką skuteczność w poszukiwaniu geometrii optymalnej, redukując momenty zginające w ramie głównej do minimum. Należy jednak mieć na uwadze fundamentalne ograniczenie tej metody: znaleziona geometria pozostaje bezmomentowa wyłącznie dla schematu obciążeń, dla którego została wygenerowana (w tym przypadku dominującego ciężaru własnego stali i pokrycia szklanego). W warunkach rzeczywistej eksploatacji środowiskowej, przekrycia dachowe o krzywiznie łukowej poddane są jednak zmiennym oddziaływaniom klimatycznym. Zgodnie z normą PN-EN 1991-1-3, najbardziej niekorzystnym schematem dla tego typu geometrii jest asymetryczne obciążenie śniegiem (wariant uwzględniający nawiewanie i tworzenie się zasy na jednej z połaci dachu). To niesymetryczne wymuszenie kinetyczne drastycznie zaburza wyjściową linię ciśnień,

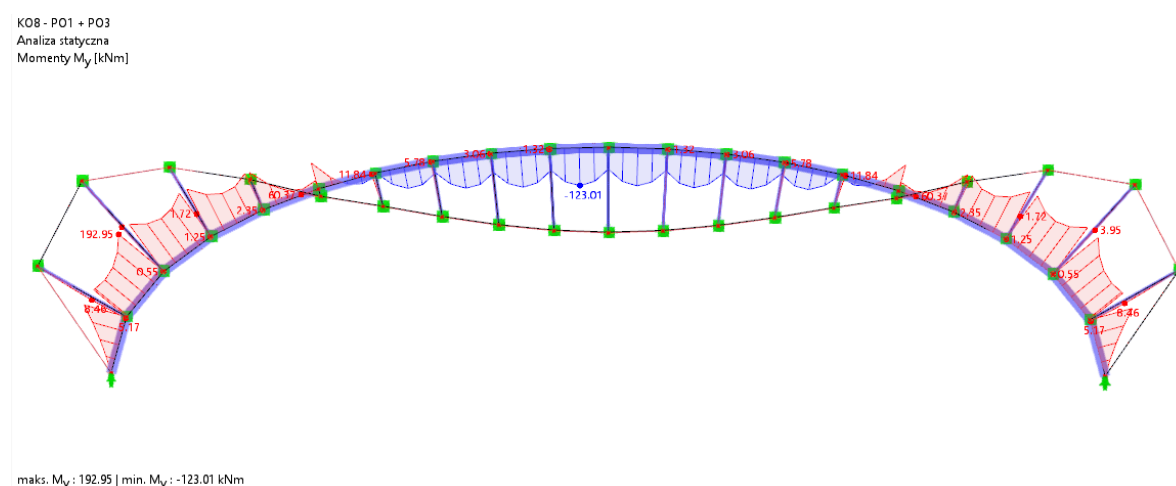
uniemożliwiając zachowanie układu w stanie czysto błonowym (osiowym). Wskazane przypadki analizy statycznej pochodzą z kombinacji SGU obciążeń z rozdziału 2.3.

Zachowanie ustroju niestężonego (Reakcja na asymetryczne obciążenie)

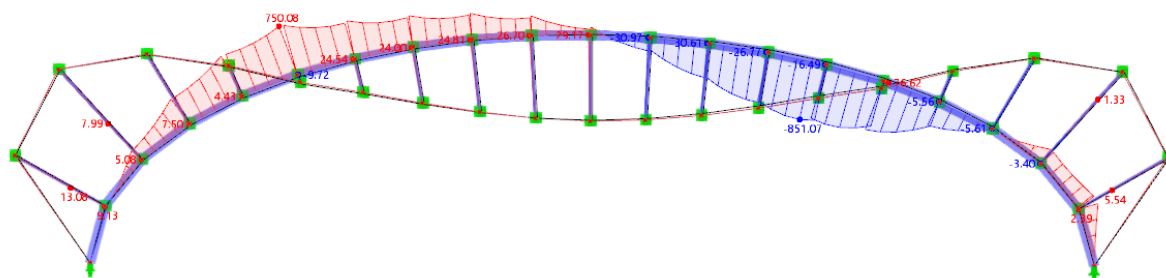
Aplikacja niesymetrycznego obciążenia śniegiem na bazowy (niestężony) ustrój, składający się wyłącznie z ramy głównej, dewiatorów pionowych i kabła, obnaża jego podatność na odkształcenia postaciowe. Występuje tu mechanizm zbliżony do kinematycznego – strona obciążona zaspą śnieżną "wpycha" konstrukcję w dół, co wymusza poziomą ucieczkę ustroju w stronę mniej obciążoną. Pionowe dewiatory tracą swoją pierwotną, pionową orientację, kładąc się pod wpływem sił ścinających. W efekcie, w węzłach sztywnych ramy pojawiają się znaczne momenty zginające (M_y), które wielokrotnie przekraczają nośność smukłego profilu zaprojektowanego na ściskanie. Używane do analizy przypadki obciążeń zostały zdefiniowane na podstawie obowiązujących norm w części projektowej.



Rysunek 59 Wykres momentów od obciążenia stałego



Rysunek 60 Wykres momentów od obciążenia stałego wraz ze wstępnym sprężeniem cięgna oraz równomiernego obciążenia śniegiem

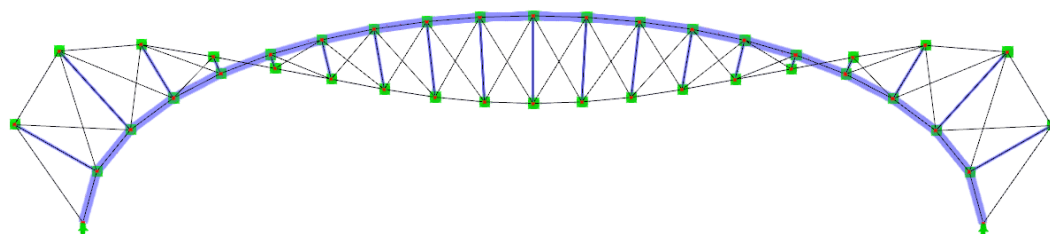


maks. M_y : 750.08 | min. M_y : -851.07 kNm

Rysunek 61 Wykres momentów od obciążenia stałego wraz ze wstępnym sprężeniem cięgna oraz nierównomiernego obciążenia śniegiem

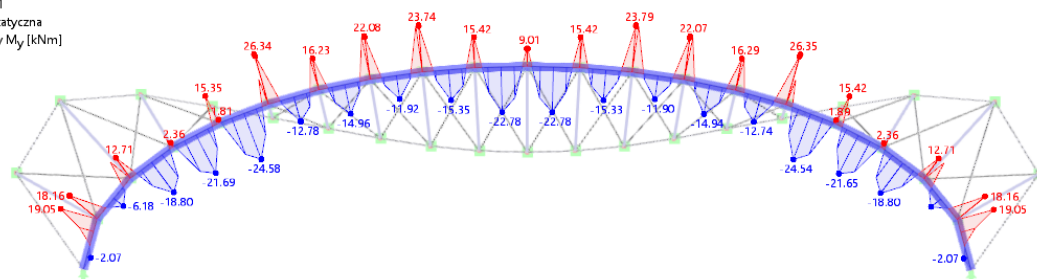
1.8.2 Implementacja tężników krzyżowych

W celu stabilizacji ustroju i zablokowania swobody przemieszczeń poziomych dewiatorów, wprowadzono rozwiązanie konstrukcyjne w postaci wzdłużnego skratowania typu "X". W polach pomiędzy sąsiednimi dewiatorami wprowadzono ukośne cięgna stalowe. W środowisku numerycznym RFEM zamodelowano je świadomie jako pręty typu "Rozciągany" o przekrojach okrągłych **f136** i charakterystyce materiałowej dedykowanej dla prętów typu UMIK firmy Pfeifer. Wybór ten podyktowany jest fizyką wiotkich lin stalowych, które nie posiadają zdolności do przenoszenia sił ściskających i ulegają natychmiastowemu wyboczeniu. Wykorzystanie prętów jednokierunkowych pozwala solverowi MES na automatyczne wyłączenie z macierzy sztywności tych przekątnych, w których pojawia się ściskanie, przy jednoczesnym uaktywnieniu przekątnych rozciąganych.



Rysunek 62 Schemat statyczny wprowadzonych tężników wiotkich

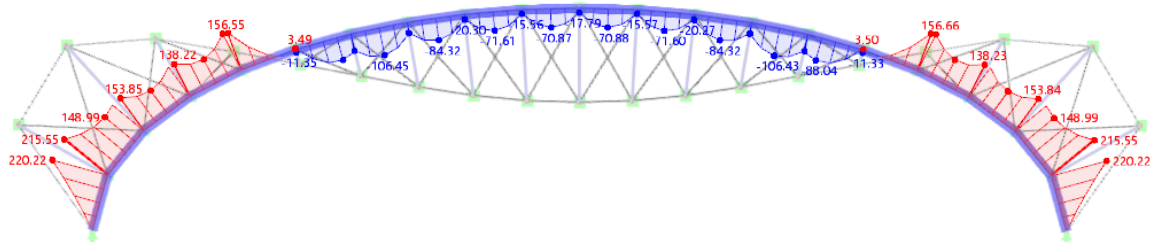
Tryb widoczności
 PO1 - LC1
 Analiza statyczna
 Momenty M_y [kNm]



maks. M_y : 26.35 | min. M_y : -24.58 kNm

Rysunek 63 Wykres momentów od obciążenia stałego

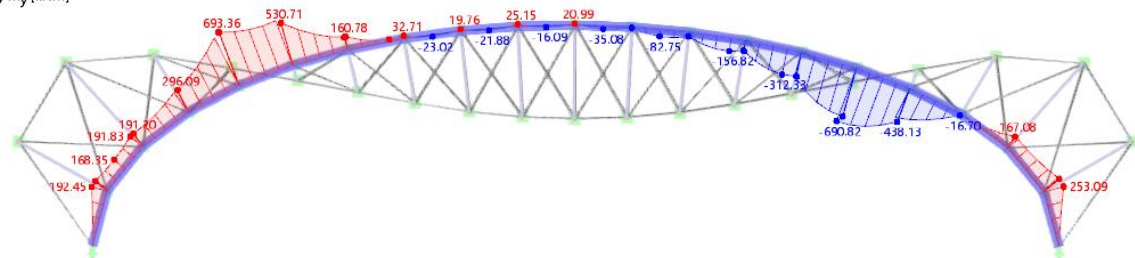
Tryb widoczności
K08 - PO1 + PO3
Analiza statyczna
Momenty M_y [kNm]



maks. M_y : 220.22 | min. M_y : -106.45 kNm

Rysunek 64 Wykres momentów od obciążenia stałego wraz ze wstępnym sprężeniem ciężna oraz równomiernego obciążenia śniegiem

Tryb widoczności
K07 - PO1 + PO2
Analiza statyczna
Momenty M_y [kNm]

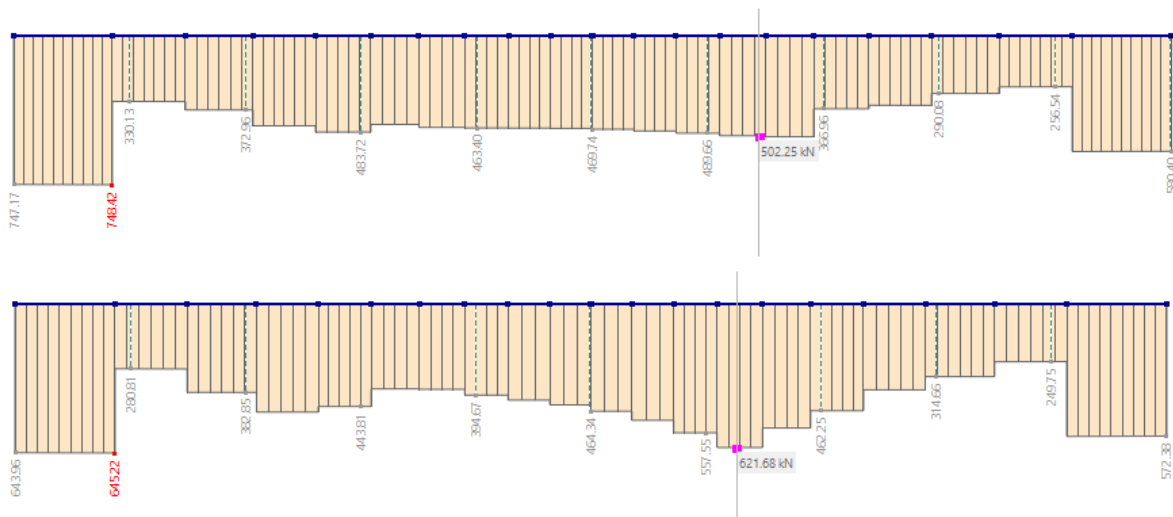


maks. M_y : 693.36 | min. M_y : -690.82 kNm

Rysunek 65 Wykres momentów od obciążenia stałego wraz ze wstępnym sprężeniem ciężna oraz nierównomiernego obciążenia śniegiem

Redystrybucja sił wewnętrznych – dowód skuteczności

Zastosowanie skratowania modyfikuje schemat pracy całej konstrukcji. Analiza porównawcza wyników z programu RFEM wykazuje odmienną redystrybucję sił wewnętrznych. Przede wszystkim można stwierdzić że stężenia powodują bardziej płynne i szybsze wygaszanie się momentu względem maksymalnej wartości co będzie mocno przekładać się na redukcję sztywności przekroju z uwagi na warunki projektowe zgodnie z [4]. Zauważa się znaczący spadek momentu gnącego w miejscu jego piku, gdzie sztywność globalna stalowo - ciężnowego przekroju maleje praktycznie do sztywności tylko i wyłącznie stalowego (miejsce przejścia ciężna na drugą stronę). Wartość maksymalna przed stężeniem wynosiła 851.07kNm, natomiast po stężeniu już tylko 690.82kNm. Jest to spadek momentu aż o 18,82%. Nie jest on oczywiście darmowy ponieważ powoduje zwiększenie samej siły osiowej w ciężnie w obrębie dużego momentu.



Rysunek 66 Obciążenie osiowe w ciągu przed i po stężeniu konstrukcji [kN]

Obciążenie osiowe co prawda lokalnie zwiększyło się o około 23% jednak globalnie zauważa się paradoksalnie zmniejszenie maksymalnej siły osiowej występującej w ciągu.

1.8.3 Wnioski częściowe

Przeprowadzona analiza dowodzi, że optymalizacja numeryczna metodą form-findingu stanowi doskonałą bazę do kształtowania konstrukcji wielkoobszarowych, jednak jej pełen potencjał objawia się dopiero w symbiozie z tradycyjnymi, świadomymi decyzjami inżynierskimi. O ile algorytm skutecznie rozwiązuje problem obciążeń permanentnych (stałych), o tyle fizyczne wprowadzenie tężników krzyżowych gwarantuje usztywnienie postaciowe niezbędne do asymilacji oddziaływań zmiennych, umożliwiając optymalne wykorzystanie smukłych, zoptymalizowanych profili nośnych.

Walidacja zachowania ustroju na tle obiektu referencyjnego

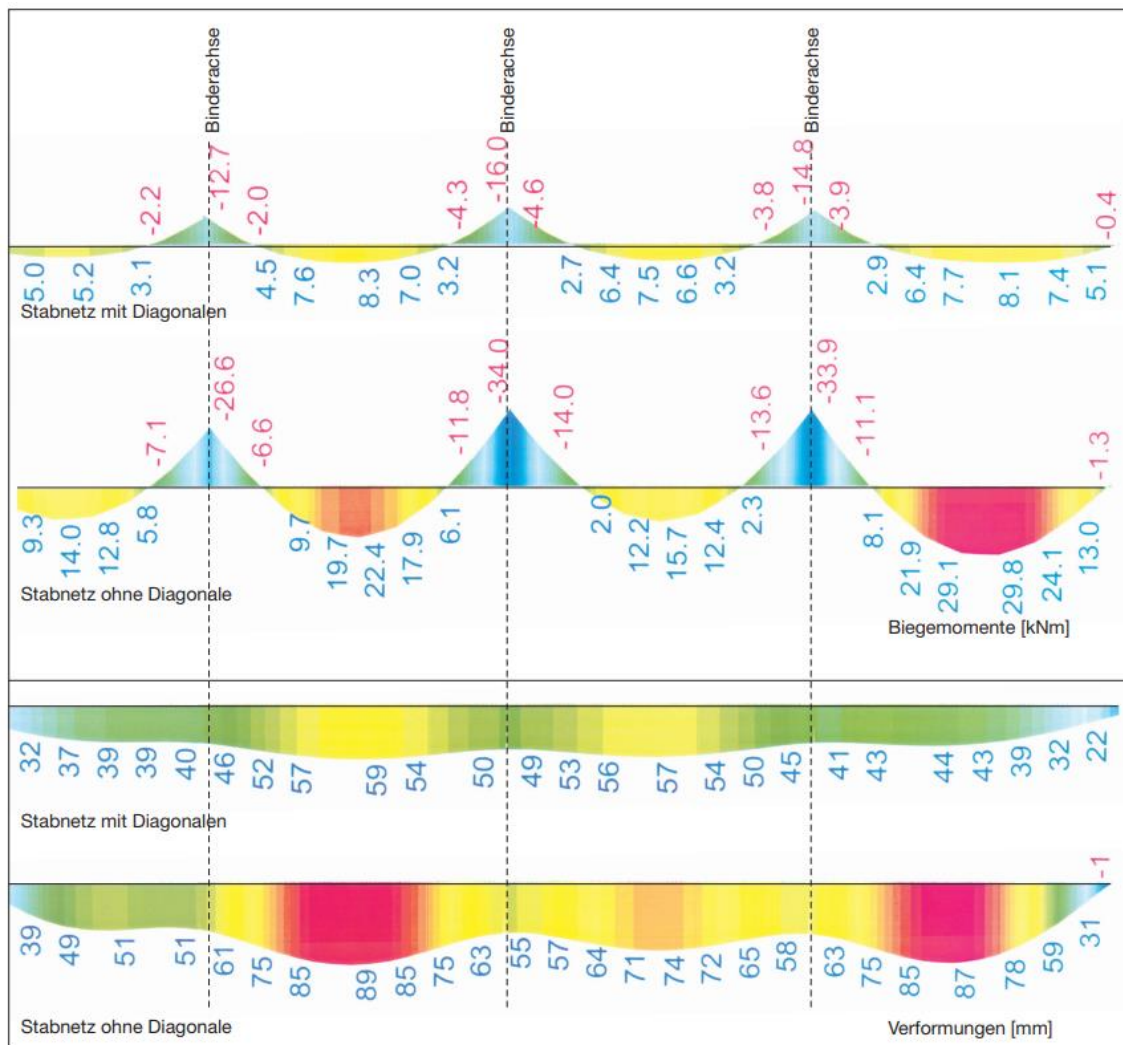
Uzyskane w drodze analizy numerycznej wyniki potwierdzają zjawiska statyczne zaobserwowane przez inżynierów podczas projektowania obiektu referencyjnego, dworca Lehrter Bahnhof w Berlinie [5]. W autorskim modelu, analogicznie jak w konstrukcji berlińskiej, zestawiono i porównano pracę "czystej" siatki prętowej (pozbawionej skratowania) z ustrojem usztywnionym systemem krzyżulców ciągłych.

Wprowadzenie wiotkich tężników ukośnych wyzwoliło w zoptymalizowanej przestrzeni konstrukcji tzw. efekt powłokowy / tarczowy (zgodnie z niemiecką literaturą przedmiotu: Schalenwirkung). Mechanizm ten sprawia, że zaczyna funkcjonować jak zintegrowana kratownica o złożonej strukturze.

Pociąga to za sobą dwie kluczowe korzyści zbieżne z wnioskami płynącymi z analizy oryginału:

Zapobieganie deformacjom postaciowym: Obciążenia działające miejscowo lub niesymetrycznie (jak założony wariant nawiewania śniegu) nie obciążają wyłącznie lokalnie dźwigara, lecz dzięki skratowaniu są natychmiast redystrybuowane na całość konstrukcji. Skutecznie zapobiega to zniekształceniom dewiatorów, i pozwala na skuteczną redystrybucję sił.

Drastyczna redukcja wyężenia: Zblizenie ustroju do kratownicy pozwoliło na zredukowanie ekstremalnych wartości dla momentów zginających pochodzących od obciążenia stałego o blisko 50% względem modelu niestężonego. Stanowi to bezpośrednie odzwierciedlenie wyników uzyskanych dla struktury Lehrter Bahnhof, dowodząc jednocześnie poprawności przyjętych założeń modelowych oraz wysokiej efektywności zaprojektowanego systemu stężącego.

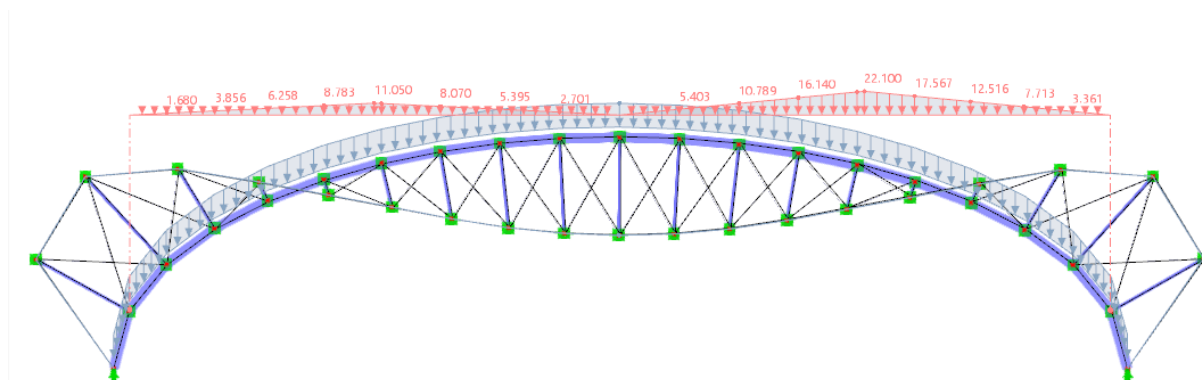


Rysunek 67 Porównanie wyężenia ramy zadaszona Lehrter Bahnhof: widoczny spadek ekstremalnych momentów zginających o blisko 50% wywołany aktywacją przestrzennego efektu powłokowego w siatce prętowej. Źródło: [5]

1.8.4 Wpływ sztywności osiowej tężników na pracę ustroju – wyznaczenie przekroju optymalnego

Działanie niesymetrycznych obciążeń środowiskowych na analizowany ustrój ciągnowo-łukowy stanowi najbardziej niekorzystny schemat statyczny, który w pełni aktywuje system stężeń ukośnych do redystrybucji sił wewnętrznych. Niniejszy podrozdział poświęcono analizie parametrycznej, mającej na celu zbadanie wpływu sztywności osiowej (EA) zastosowanych krzyżulców na zachowanie się ramy głównej. Efektywność usztywnienia zostanie zweryfikowana dwutorowo: poprzez ocenę spadku wyężenia giętnego dźwigara oraz poprzez

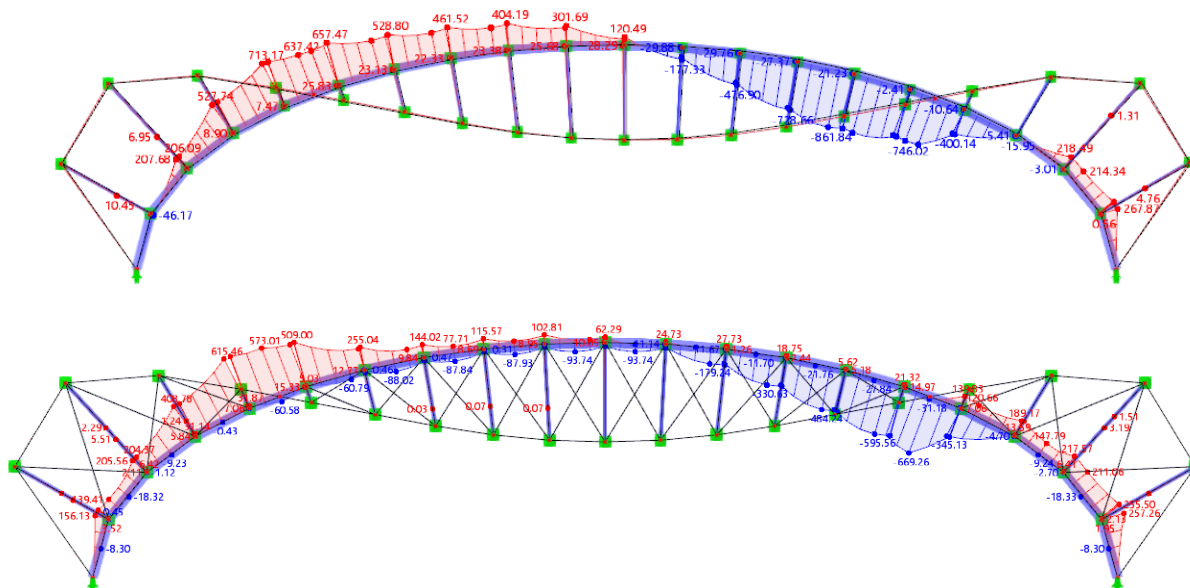
Liniową Analizę Utraty Stateczności (LBA) wyznaczającą globalny mnożnik krytyczny α_{cr} . Nadrzędnym celem tej procedury jest wytypowanie optymalnego pod względem statycznym i ekonomicznym przekroju krzyżulców do późniejszego wymiarowania.

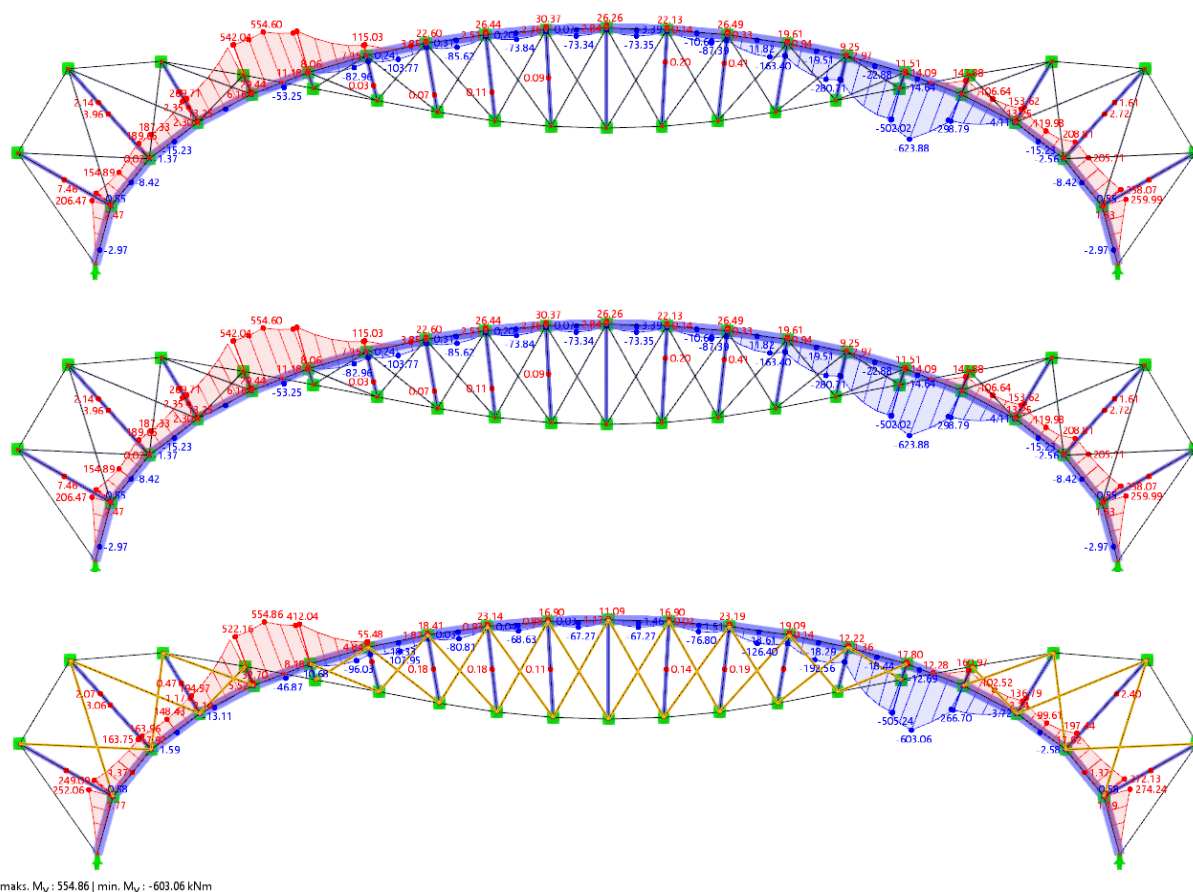


Rysunek 68 Przypadek kombinacji obciążeń charakterystycznych dla najbardziej niekorzystnego przypadku. Obciążenie stałe z obciążeniem zaspami śniegu.

Założenia i zakres analizy parametrycznej

W celu przeprowadzenia kompleksowej analizy wrażliwości, w środowisku numerycznym wygenerowano łącznie 13 dyskretnych wariantów obliczeniowych konstrukcji. Modele badawcze obejmowały szerokie spektrum rozwiązań sztywności osiowej skratowania: począwszy od układu referencyjnego (całkowicie pozbawionego stężeń ukośnych), poprzez ciągna o najmniejszych średnicach, aż po masywne ściągi systemowe (typu UMIX), zamykając zakres badawczy na profilu UMIX 52. Jako kluczowe kryteria oceny pracy statycznej i redystrybucji obciążeń w każdym z wariantów przyjęto dwie wartości ekstremalne: maksymalny moment zginający w ramie głównej M_y – będący bezpośrednią miarą jej wyężenia giętnego, oraz maksymalną siłę osiową rozciągającą w krzyżulcach N – determinującą wymaganą nośność samych cięgien oraz węzłów mocujących.





maks. M_y : 554,86 | min. M_y : -603,06 kNm

Rysunek 69 Wybrane wykresy momentów gnących [kNm] w zależności od typu cięgna: U_{mix} : 0,12,27,30,52

Wykresy potwierdzają że stężenia wpływają znacząco na redystrybucję momentu gnącego w ramie głównej. Cięgna już o przekroju 5[cm²] powodują zadowalającą redukcję momentów w ramie, natomiast dalsze zwiększanie sztywności cięgna ma minimalny wpływ na zmniejszenie momentów w niedalekim obrębie piku momentu na łączeniu ramy z cięgnem.

Tabela 6 Przedstawienie wyników zkorelowanych ze zmian przekroju cięgna skratowań

UMIX	Przekrój [cm ²]	alfa cr [-]	M max [kNm]	N max [kN]	Z _{R,d} [kN]
0	0	3,804	861,84	0	0
10	0,64	4,659	687,13	37,95	30
12	0,87	4,811	679,41	44,32	43
14	1,23	5,031	669,26	51,36	59
16	1,65	5,225	660,41	56,94	80
20	2,54	5,584	647,58	64,65	125
24	3,8	5,849	636,19	71,45	180
27	4,91	6,017	629,44	75,19	235
30	6,16	6,158	623,88	78,06	286
36	8,55	6,347	616,64	81,48	417
42	11,95	6,508	610,26	85,81	573
48	15,9	6,776	605,54	105,96	753
52	18,86	6,79	603,06	118,68	898

K07 - P01 + P02
 Analiza statystyczna
 Postać własna nr 8 - 6.158
 Znormalizowane przemieszczenia [u]

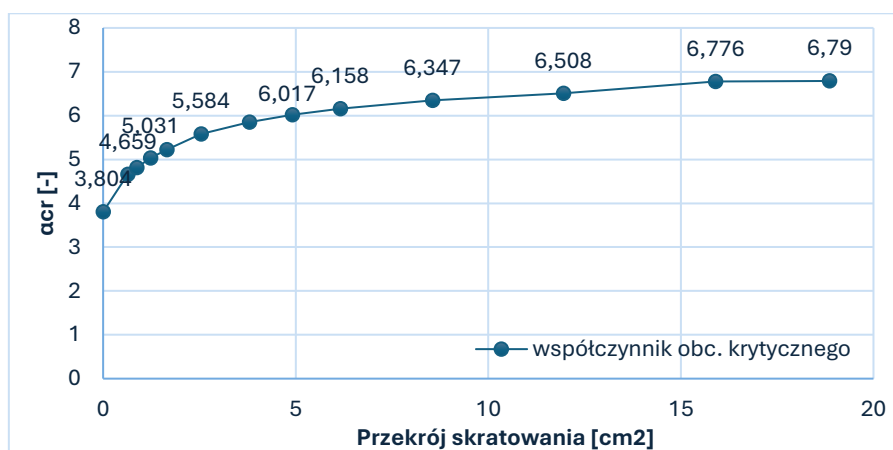


Wnioski płynące z analizy wyboczeniowej znajdują pełne potwierdzenie w wykresach sił wewnętrznych ramy. Granica zidentyfikowana przy systemie UMIX 27 pokrywa się z punktem, w którym krzywa maksymalnych momentów zginających (M_y) ulega spłaszczeniu. Powyżej tej granicy, moment gnący w głównym dźwigarze maleje w stopniu pomijalnym, podczas gdy siła osiowa (N) w krzyżulcach zaczyna niekorzystnie rosnąć. Wynika to ze szkodliwego zjawiska "przyciągania obciążeń" przez nadmiernie sztywne elementy stężające, co prowadziłoby do nieuzasadnionego przeciążenia węzłów mocujących.

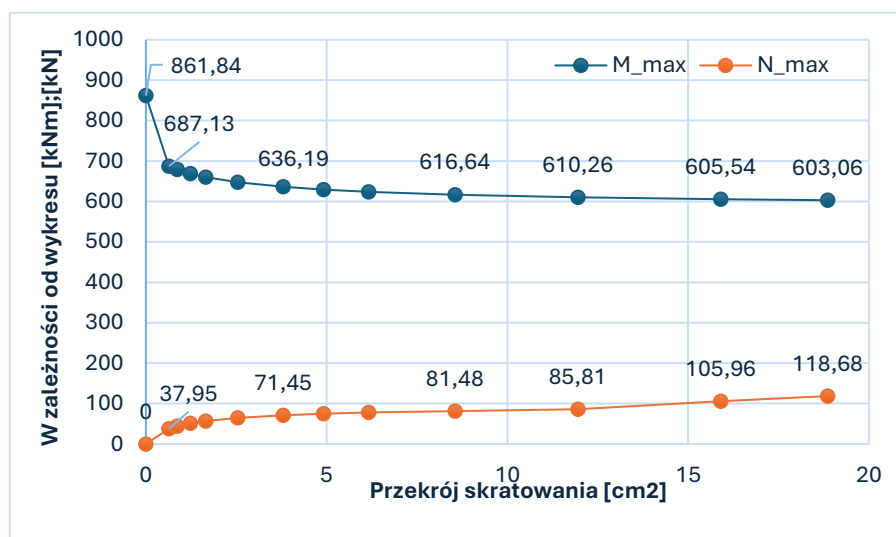
Biorąc pod uwagę powyższą korelację – tj. jednoczesną stabilizację mnożnika α_{cr} oraz wypłaszczenie krzywej redukcji momentów zginających – za punkt szczególny analizy uznano strefę odpowiadającą przekrojom w przedziale **od 4.91 cm² do 8.55 cm²** (np. systemy UMIX 27 – UMIX 36). Przedział ten stanowi idealny kompromis inżynierski.

74

Wykres 2 Współczynnik obciążenia krytycznego w zależności od zmiany przekroju tężników



Wykres 3 Wykres korelacji momentu gnącego w ramie do siły osiowej w skratowaniu w zależności od zmiany przekroju tężników



2 Część projektowa: Analiza konstrukcji na podstawie istniejącego obiektu, Berlin Hauptbahnhof, Niemcy.

Część aplikacyjno-projektowa niniejszej pracy poświęcona będzie praktycznej weryfikacji opracowanego algorytmu form-findingu poprzez próbę pełnego zwymiarowania struktury w warunkach rzeczywistych obciążeń środowiskowych. Zasadnicze zadanie inżynierskie skupi się na sprawdzeniu warunków nośności (SGN) oraz użyteczności (SGU) elementów składowych systemu – tj. stalowego łuku głównego oraz wysokowytrzymałościowych lin pełnozamkniętych zgodnie z normami PN-EN 1993-1-1 oraz PN-EN 1993-1-11. Wymiarowanie zostanie przeprowadzone dla najbardziej niekorzystnych kombinacji obciążeń stałych: ciężar własny konstrukcji, ciężar wielowarstwowego pokrycia szklanego; oraz klimatycznych. Kluczowym czynnikiem sprawdzającym efektywność algorytmu będzie asymetryczne obciążenie śniegiem. Podjęta próba syntezy automatycznego poszukiwania formy z klasycznym procesem projektowania budowlanego ma na celu udowodnienie, że optymalizacja bezmomentowa nie jest jedynie teoretycznym zabiegiem numerycznym, ale realnym narzędziem pozwalającym na bezpieczne i wysoce efektywne kształtowanie zaawansowanych hybrydowych struktur inżynierskich o znacznych rozpiętościach.

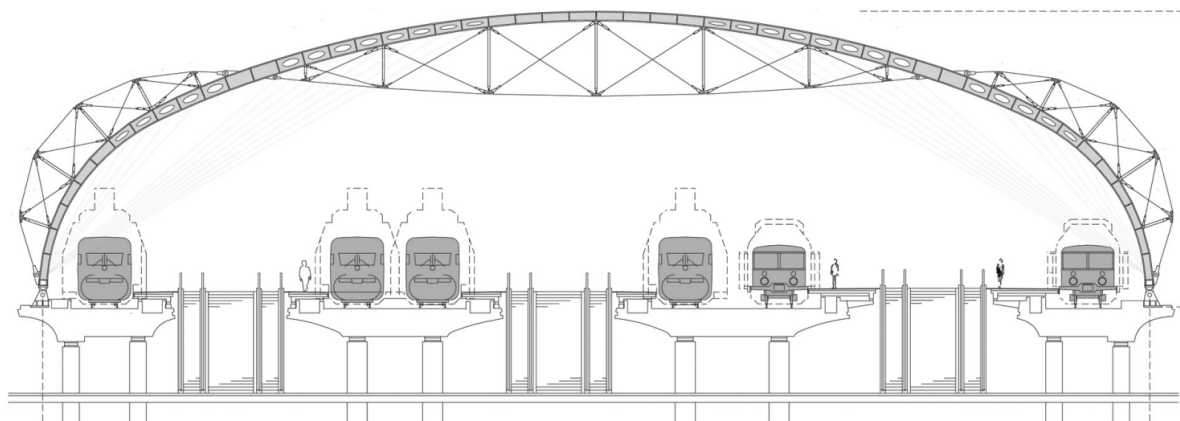
W celu osadzenia analizy w realiach inżynieryjnych, jako obiekt referencyjny i bazę wytycznych geometrycznych przyjęto monumentalne zadaszenie peronów stacji dworca głównego w Berlinie (Berlin Hauptbahnhof / Lehrter Bahnhof). Projektowana konstrukcja zostanie poddana lokalizacji dokładnie w miejscu istniejącego obiektu w Berlinie, co narzuca tożsamość z oryginałem uwarunkowania.

2.1 Założenia architektoniczne

W analizie przyjęto następujące założenia wyjściowe:

- **rozpiętość teoretyczna ramy (L): 70 m,**
- **maksymalna wysokość (strzałka) łuku (H): 16 m,**
- **Wzór opisujący geometrię ramy:** $y(x) = H \sqrt{1 - \left(\frac{2x-L}{L}\right)^2}$
- **Rozstaw ram:** Przyjmujemy stały równoległy rozstaw co **13m.**
- **Skrajnia kolejowa:** Utrzymane zostaną oryginalne, ograniczenia przestrzenne wolnej skrajni budowli dla ruchu kolejowego i bezpiecznego przejazdu taboru.

Uwzględniając europejskie normy skrajni budowli wymagające zachowania minimalnego pionowego prześwitu nad główką szyny na poziomie ok. 6.20 m do 6.50 m dla zelektryfikowanych linii kolejowych, projektowana geometria łuku pozostawia ogromny, ponad dwukrotny zapas przestrzeni użytkowej. Pozwala to na swobodne poprowadzenie dolnych cięgien sprężających z optymalnym kątem odchylenia dewiatorów, bez ryzyka kolizji z infrastrukturą zasilającą tabor kolejowy. Długość dewiatorów będzie więc definiowała przede wszystkim ich smukłość.



Rysunek 71 Rysunek referencyjny okazujący graficznie wymagania dotyczące skrajni kolejowej. [5]

2.2 Dobór przekrojów i właściwości materiałowe

2.2.1 Założenia dotyczące ciągu głównego

Do realizacji uciąglenia ramy zastosowano gotowy system cięgien z lin o splecie całkowicie zamkniętym firmy Pfeifer (katalog PV). Ciężno wstępnie dobrano bezpośrednio sugerując się danymi w projekcie dworca w Berlinie [5]. Zgodnie ze specyfikacją producenta dla dobranej średnicy kabla 55mm, minimalna charakterystyczna siła zrywająca wynosi $F_{uk} = 3020 \text{ kN}$.

Lightweight architecture – Cable and Rod Systems – PV Cable Systems – Full locked Cables

PFEIFER

Full Locked Cable - GALFAN

European technical assessment: Part of ETA-11/0160.

Material: Unalloyed quality steel

Corrosion protection: Inner layers: Hot dip galvanized with inner filling

Outer layers: GALFAN coated without inner filling

E modulus: 160 kN/mm²

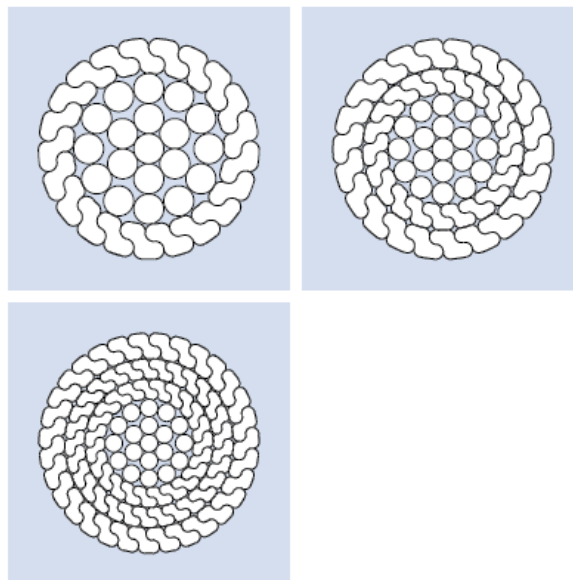
Tolerance E-Modulus: $\pm 10 \text{ kN/mm}^2$

Tolerance nom. strand diameter: $+ 3 \%$

Design: construction: VVS-1 = 1, VVS-2 = 2, VVS-3 = 3 and more layers z-profiled wires

Subject to technical modifications!

Technical details: Due to prestressing and / or differing weather conditions inner filling may escape to the surface.



Size	PV 40	PV 60	PV 90	PV 115	PV 150	PV 195	PV 240	PV 300	PV 360	PV 420	PV 490	PV 560	PV 640
Cable construction	VVS-1	VVS-1	VVS-2	VVS-2	VVS-2	VVS-2	VVS-2	VVS-3	VVS-3	VVS-3	VVS-3	VVS-3	VVS-3
Limit tension acc. EC3 Z_{Rd} kN	270	414	611	780	1013	1287	1587	2013	2393	2813	3260	3747	4260
Charact. breaking load acc. to EC3 Z_{Rk} kN	405	621	916	1170	1520	1930	2380	3020	3590	4220	4890	5620	6390
Nomin. strand diameter $\varnothing D_c$ mm	21	26	31	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Approx. metallic cross section mm ²	281	430	634	808	1060	1340	1650	2090	2490	2920	3390	3890	4420
Weight kg/m	2.4	3.6	5.3	6.8	8.9	11.2	13.8	17.2	20.5	24.1	27.9	32.1	36.4

Rysunek 72 Charakterystyczne dane systemu cięgien zamkniętych typu PV firmy Pfeifer; wg zbiorów danych producenta [13]

W ujęciu normatywnym (zgodnie z PN-EN 1993-1-11) zakotwienia końcowe cięgien zaprojektowano jako widelcowe tuleje zalewane metalem (zgodne z normą EN 13411-4). Dodatkowo założono zastosowanie specjalnych środków technicznych na końcach cięgien, mających na celu zablokowanie swobodnego obrotu i redukcję momentów zginających wywołanych naturalnym zjawiskiem skręcania się liny pod obciążeniem.

Zatem:

$$k_e \stackrel{\text{def}}{=} 1.0$$

$$\gamma_R \stackrel{\text{def}}{=} 0.9$$

Fatigue Resistant Open Spelter Socket type 700



European technical assessment: Part of ETA-11/0160.

Design: Subject to technical modifications!

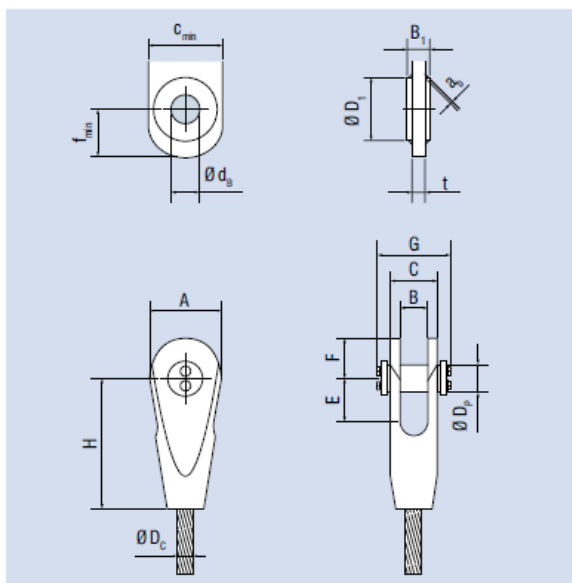
Fatigue strength: Detail category of cables according to EN 1993-1-11: $\Delta\sigma_c = 150 \text{ N/mm}^2$ bei $\gamma_{mr} = 1.0$; $\sigma_o = 0.45 \times \sigma_{sk}$; $n = 2 \times 10^6$ number of cycles.

The open spelter sockets type 700 fulfill the exposure classes 1 to 5 according EN 1993-1-11.

Technical details: Dimensions without corrosion protection!

Total weight without potting material.

Socketing according to technical approval ETA-11/0160



Size		PV 40	PV 60	PV 90	PV 115	PV 150	PV 195	PV 240	PV 300	PV 360	PV 420	PV 490	PV 560	PV 640
Total weight	kg	3.8	6.9	12	16.5	23.6	33.9	46.8	63	81	104	131	163	197
Fork End														
Corrosion protection: hot-dip galvanized														
Dimension	A	mm	92	116	137	153	176	197	220	241	263	285	308	351
Dimension	B	mm	35	43	52	60	68	77	85	94	102	111	119	128
Dimension	C	mm	61	75	90	102	116	131	145	160	174	189	203	218
Dimension	E	mm	55	70	83	93	106	120	133	146	159	173	186	199
Dimension	F	mm	57	68	86	91	98	110	123	140	153	165	178	195
Dimension	H	mm	168	208	248	280	320	360	400	440	480	520	560	600
Pins														
Corrosion protection: hot-dip galvanized														
Pin length	G	mm	108	128	152	168	183	213	227	257	273	306	321	346
Pin diameter	$\varnothing D_p$	mm	39	44	54	59	64	73	83	88	98	108	118	128
Connection Plate														
Material: S355														

Rysunek 73 Charakterystyczne dane systemu zakotwień cięgien typu PV firmy Pfeifer; wg zbiorów danych producenta [13]

Stan Graniczny Nośności (SGN)

Z uwagi na fakt, że dla zastosowanego cięgna nie przewiduje się przeprowadzania indywidualnych, laboratoryjnych testów niszczących w celu dokładnego wyznaczenia charakterystycznej umownej nośności przy rozciąganiu (F_k), wymiarowanie SGN oparto na parametrze wytrzymałości na zerwanie (F_{uk}), zgodnie z wytycznymi punktu 6.2 normy PN-EN 1993-1-11. Obliczeniową nośność cięgna na rozciąganie (F_{Rd}) wyznaczono ze wzoru:

$$F_{Rd} = \frac{F_{uk}}{1,5 \cdot \gamma_R}$$

Minimalna siła zrywająca:

$$F_{uk} \stackrel{\text{def}}{=} F_{\min} \cdot k_e = 3020 \text{ kN} \cdot 1,0 = 3020 \text{ kN}$$

Ostatecznie obliczeniowa siła zrywająca wynosi:

$$F_{Rd} = \frac{3020 \text{ kN}}{1,5 \cdot 0,90} = \frac{3020 \text{ kN}}{1,35} = \mathbf{2237,0 \text{ kN}}$$

Stan Graniczny Użytkowości (SGU) i faza budowy

Faza budowy (Sprężanie): Podczas operacji wprowadzania naciągu wstępnego (P_0) za pomocą siłowników, siła w linie nie może przekroczyć wartości fabrycznego przeciągania liny (tzw. *pre-stretching*), przeprowadzanego przez producenta w celu zamknięcia splotów. Zgodnie z [4] akłada się limit na poziomie 60% charakterystycznej siły zrywającej.

$$P_{0,max} \leq 0,6 \cdot F_{uk} = 0,6 \cdot 3020 \text{ kN} = 1812 \text{ kN}$$

Faza eksploatacji (SGU): W charakterystycznej kombinacji obciążeń, maksymalna siła w ciągnię (F_{Ed}) musi zostać ograniczona do poziomu gwarantującego brak zjawisk nieliniowych. Zgodnie z dobrą praktyką inżynierską i normową zgodnie z [4] przyjmuje się limit na poziomie 45%:

$$P_{0,max} \leq 0,45 \cdot F_{uk} = 0,45 \cdot 3020 \text{ kN} = 1359 \text{ kN}$$

Zjawisko pełzania (Kryterium reologiczne)

Norma PN-EN 1993-1-11 nakazuje uwzględnienie wpływu pełzania lin na długoterminowe odkształcenia konstrukcji. Zjawisko pełzania (konstrukcyjnego osiadania drutów w czasie pod wpływem stałego obciążenia) dotyczy przede wszystkim zwykłych lin splotowych.

Wdrożone w projekcie ciągnia zamknięte typu PV, dzięki zastosowaniu drutów o profilu "Z", charakteryzują się zwartym przekrojem. Ponadto zastosowane ciągnia są na etapie produkcji poddawane **obróbce wstępnego, wielokrotnego przeciągania** (zgodnie z procedurami firmy Pfeifer).

Ponieważ spełniono wcześniej zdefiniowany warunek limitujący maksymalne siły robocze do 45% F_{uk} , zjawisko nieliniowego pełzania konstrukcyjnego zostaje całkowicie wyeliminowane z mechaniki ustroju. Oczekiwana długoterminowa relaksacja naprężeń ma charakter czysto materiałowy i znikomy wpływ na zoptymalizowaną rzędną ugięcia dachu, co pozwala na jej bezpieczne pominięcie w globalnym bilansie przemieszczeń ramy.

2.2.2 Założenia konstrukcyjne przekroju dźwigara głównego

W celu unifikacji warsztatowej oraz uproszczenia geometrii modelu, na całej długości rygła (łuku) założono jednolity, znormalizowany przekrój stalowy. Wstępny dobór profilu przeprowadzono iteracyjnie, podporządkowując go dwóm głównym kryteriom:

Kryterium SGN i normowe uzasadnienie rezerwy przekroju (wg PN-EN 1993-1-1, pkt 6.2.9.1(4)):

Dźwigar w układzie CAS jest poddany znacznej sile ściskającej pochodzącej od naciągu kabla. Jako rygorystyczną podstawę teoretyczną do wstępnego zwymiarowania profilu przyjęto warunki zawarte w punkcie 6.2.9.1(4) normy PN-EN 1993-1-1 dla dwuteowników bisymetrycznych. Zgodnie z tymi zapisami, wpływ siły podłużnej na nośność plastyczną przy zginaniu można całkowicie pominąć, jeżeli spełnione są jednocześnie dwa warunki ograniczające wartość siły osiowej N_{Ed} :

$$N_{Ed} \leq 0,25 \cdot N_{pl,Rd}$$

$$N_{Ed} \leq \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

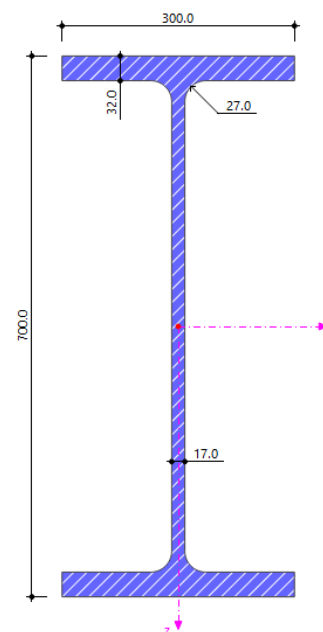
Ponieważ w dalszych, docelowych fazach obliczeniowych konstrukcja weryfikowana będzie wyłącznie w reżimie sprężystym, wprowadzenie tak silnego rygoru na starcie gwarantuje potężną, strukturalną rezerwę przekroju. Zapewnia to, że po przyłożeniu docelowych, asymetrycznych obciążeń klimatycznych i wygenerowaniu momentów zginających, wypadkowe naprężenia sprężyste bez trudu utrzymają się w granicach prawa Hooke'a.

Do obliczeń przyjęto szacunkową, ekstremalną siłę osiową w ramie równą dopuszczalnemu naciągowi w ciągu głównym podczas jego montażu, tj. $N_{Ed} = 1812 \text{ kN}$.

Dane geometryczne i materiałowe:

- Profil: **HEB 700**
- Gatunek stali: **S355** ($f_y = 355 \text{ MPa}$)
- Częściowy współczynnik bezpieczeństwa: $\gamma_{M0} = 1,0$
- Pole przekroju poprzecznego: $A = 306,4 \text{ cm}^2 = 30640 \text{ mm}^2$
- Wysokość przekroju: $h = 700 \text{ mm}$
- Grubość pasa: $t_f = 32 \text{ mm}$
- Grubość środnika: $t_w = 17 \text{ mm}$

Wysokość środnika w świetle pasów: $h_w = h - 2 \cdot t_f = 700 - 2 \cdot 32 = 636 \text{ mm}$



Rysunek 74 Wstępny przekrój ramy

Wstępne wyznaczenie plastycznej nośności na ściskanie ($N_{pl,Rd}$)

Zgodnie z normą, nośność przekroju poprzecznego na czyste ściskanie wynosi:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{30640 \text{ mm}^2 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 10\,877\,200 \text{ N} \approx 10\,877 \text{ kN}$$

Weryfikacja założonych warunków:

$$N_{Ed} \leq 0,25 \cdot N_{pl,Rd}$$

$$1812 \text{ kN} \leq 0,25 \cdot 10\,877 \text{ kN} = 2719,3 \text{ kN}$$

Warunek spełniony

$$1812 \text{ kN} \leq \frac{0,5 \cdot 636 \text{ mm} \cdot 17 \text{ mm} \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0 \cdot 1000} = 1919,1 \text{ kN}$$

Warunek spełniony

Są to warunki mające jedynie na celu wyznaczyć w przybliżeniu potrzebny przekrój dla konstrukcji. Decydującym warunkiem w przypadku takiej ramy będzie jej globalna sztywność.

2.2.3 Wstępny dobór dewiatorów

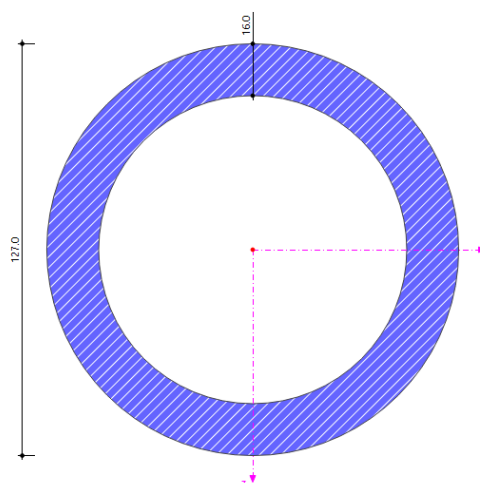
Opierając się na proporcjach geometrycznych założeń projektowych oraz analizie układu architektonicznego, maksymalną długość (wysokość) dewiatora przyjęto na poziomie $L_{max} = 6,0 \text{ m}$. Jako profil bazowy wyznaczono rurę okrągłą walcowaną o przekroju zamkniętym **CHS 127x16.0** (stal gatunku S355).

Podstawowe wymiary przekroju:

- Średnica zewnętrzna: $D = 127,0 \text{ mm}$
- Grubość ścianki: $t = 16 \text{ mm}$
- Średnica wewnętrzna: $d = D - 2t = 95 \text{ mm}$
- Pole przekroju: $55,79 \text{ cm}^2$
- Moment bezwładności: $877,16 \text{ cm}^4$
- Promień bezwładności: $3,96 \text{ cm}$

W celu zapewnienia wysokiej sztywności montażowej oraz wyeliminowania ryzyka wiotczenia elementów, jako kryterium graniczne przyjęto smukłość na poziomie $\lambda_{max} = 150$. Przyjmując przegubowy schemat podparcia pręta na obu końcach (współczynnik długości wyboczeniowej $\mu = 1,0 \rightarrow L_{cr} = 600 \text{ cm}$), rzeczywista smukłość postaciowa dewiatora wynosi:

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{600 \text{ cm}}{3,96 \text{ cm}} \approx 151,5$$



Rysunek 75 Wstępny przekrój dewiatora

rzeczywista smukłość postaciowa

W projekcie założono, że dewiatory zostaną wstępnie zabezpieczone konstrukcyjnie przed utratą stateczności z płaszczyzny głównej dźwigara za pomocą podpór. Zabieg ten ma na celu zminimalizowanie wpływu wyboczenia dewiatorów na globalną pracę ramy.

Warto jednak podkreślić, że w ujęciu zaawansowanej mechaniki konstrukcji hybrydowych, ewentualne wychylenia boczne słupków dystansowych mają ograniczony wpływ na ostateczną nośność całego układu. Zjawisko to zostało szczegółowo zbadane i opisane w literaturze przedmiotu przez O. Springera [14]. W swoich badaniach nad nośnością graniczną belek podwieszonych zewnętrznie autor wykazał za pomocą analiz nieliniowych, że o ile zachowana jest podstawowa stabilizacja skrętna i boczna pasa ściskanego, o tyle geometryczne wychylenia dewiatorów z płaszczyzny nie powodują drastycznych redukcji globalnej nośności granicznej ustroju przestrzennego.

Mimo korzystnych wniosków płynących z literatury referencyjnej, w celu zapewnienia absolutnego bezpieczeństwa strukturalnego, w późniejszym etapie pracy geometryczny węzeł dewiatora zostanie poddany dogłębnej, nieliniowej analizie naprężeniowo-wyboczeniowej na modelu powłokowym, co pozwoli na precyzyjną weryfikację lokalnej stateczności jego ścianek pod pełnym obciążeniem roboczym.

2.2.4 Wstępny dobór systemu stężeń

Ostatnim elementem definiującym początkową sztywność przestrzenną ustroju hybrydowego jest skratowanie połączeniowe.

Zgodnie z wynikami i wnioskami ze studium analitycznego przeprowadzonego w punkcie 1.8 niniejszej pracy, wybrano system prętów napinanych z gwintami rzymskimi typu UMIX 30.

Rozmiar UMIX	008	010	012	014	016	020	024	027	030	036	042
Nośność obliczeniowa przy rozciąganiu cięga prętowego UMIX (wg EC3) [kN]	19	30	43	59	80	125	180	235	286	417	573
Charakterystyczna nośność przy rozciąganiu cięga prętowego UMIX [kN]	26	41	60	82	111	174	250	326	398	580	795
Granica plastyczności stali prętowej [MPa]	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530
Wytrzymałość na rozciąganie stali prętowej [MPa]	710	710	710	710	710	710	710	710	710	710	710
Pole przekroju poprzecznego (pręt) [mm ²]	38	64	87	123	165	254	380	491	616	855	1195
Pole przekroju poprzecznego (gwint) [mm ²]	37	58	84	115	157	245	352	459	560	816	1120
Rozmiar gwintu	M8	M10	M12	M14	M16	M20	M24	M27	M30	M36	M42
Średnica pręta [mm]	7,0	9,0	10,5	12,5	14,5	18	22	25	28	33	39
Dostępne długości prętów [mm]	6	6	6	6	12	12	12	12	12	12	12

Rysunek 76 Tabela charakterystyk cięgien prętowych systemu UMIX- gatunek stali S530/ producent Pfeifer

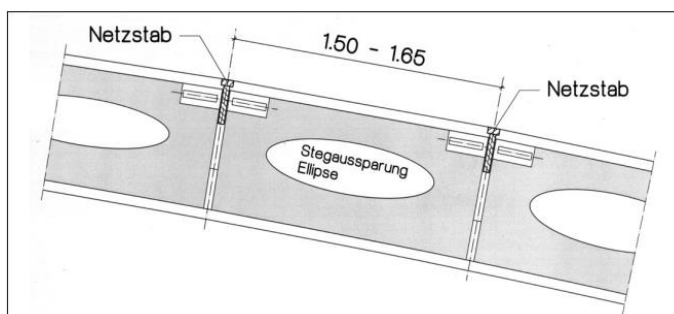
2.3 Zebranie obciążeń

2.3.1 Obciążenie stałe

W rzeczywistym obiekcie referencyjnym (Berlin Hauptbahnhof), ze względu na skomplikowaną, trójwymiarową krzywiznę dachu, ruszt stalowy podtrzymujący tafle szkła wykazuje dużą zmienność. Rozstaw oraz przekroje poprzeczne profili rygli są zróżnicowane w zależności od strefy wyłączenia oraz lokalnej geometrii.

W celu optymalizacji modelu

numerycznego MES i uniknięcia nadmiernego skomplikowania siatki elementów, w niniejszej pracy zrezygnowano z jawnego, fizycznego modelowania dyskretnego rusztu szklącego. Zamiast tego zhomogenizowano obciążenia stałe. Założono referencyjną siatkę podziału podkonstrukcji o oczku 1.5m x 1.5m (zarówno wzdłuż, jak i w szerz połaci dachu). Ciężar tych elementów został uśredniony i wliczony do zastępczego obciążenia powierzchniowego przekrycia. Przyjęto że pokrycie będzie składało się ze szkła laminowanego VST 2x8mm.



Rysunek 77 Zobrazowanie rozstawu rygli [5]



Rysunek 78 Referencyjne zdjęcie rzeczywistej siatki stalowej pod pokrycie szklane [11]

Ciężar własny siatki stalowej przekrycia

Przyjmuję średni rozstaw siatki konstrukcyjnej:

$$h_{\text{szkło}}^{\text{def}} = 1500 \text{ mm}$$

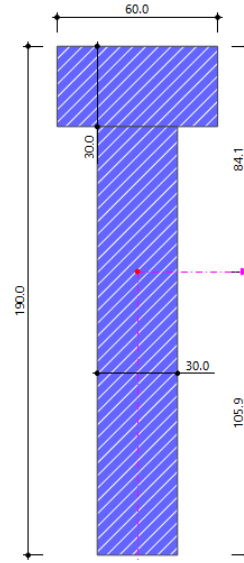
$$l_{\text{szkło}}^{\text{def}} = 1500 \text{ mm}$$

Waga przekroju stalowego:

$$g_{\text{siatka}}^{\text{def}} = 51.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Ciężar siatki w przeliczeniu na m² powierzchni:

$$G_{\text{siatki}}^{\text{def}} = \left(\frac{1}{h_{\text{szkło}}} \cdot g_{\text{siatka}} + \frac{1}{l_{\text{szkło}}} \cdot g_{\text{siatka}} \right) \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.6775 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

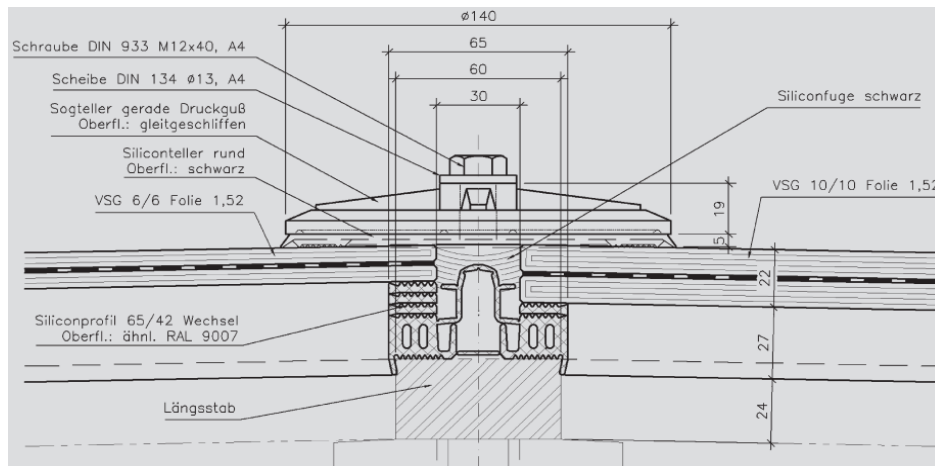


Rysunek 79 Przyjęty przekrój poprzeczny rygla siatki

Ciężar własny przeszklenia

W konstrukcji rzeczywistego zadaszania dworca zastosowano zróżnicowane grubości szkła poczynając od laminowanego szkła VST 6/6mm aż po tafle grubości 10/10mm.

Przyjmuje się referencyjnie grubość szkła VST: 2x8mm



Rysunek 80 Przekrój przez szczegół wykonawczy łączenia się tafli szkła opartych na ryglach [11]

Ciężar szkła:

$$g_{\text{szkła}}^{\text{def}} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ciężar szkła w przeliczeniu na m² powierzchni:

$$G_{\text{szkła}}^{\text{def}} = (2 \cdot 8 \text{ mm} \cdot g_{\text{szkła}}) \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.3924 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Charakterystyczny ciężar całkowity:

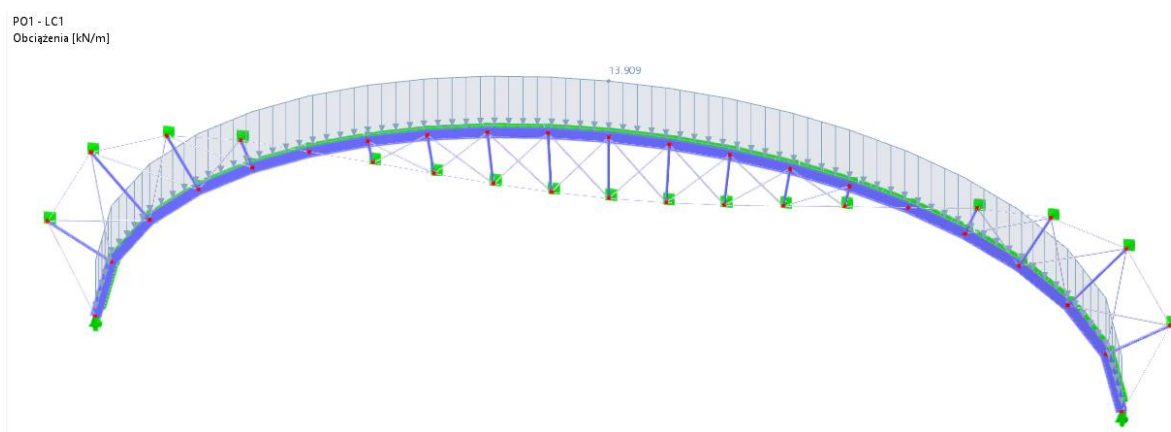
$$G_k \stackrel{\text{def}}{=} G_{\text{siatki}} + G_{\text{szkła}} = 1.0699 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Rozpiętość między ramami:

$$D_{\text{ram}} \stackrel{\text{def}}{=} 13\text{m}$$

Obciążenie charakterystyczne przypadające na jedną jednostkową długość ramy:

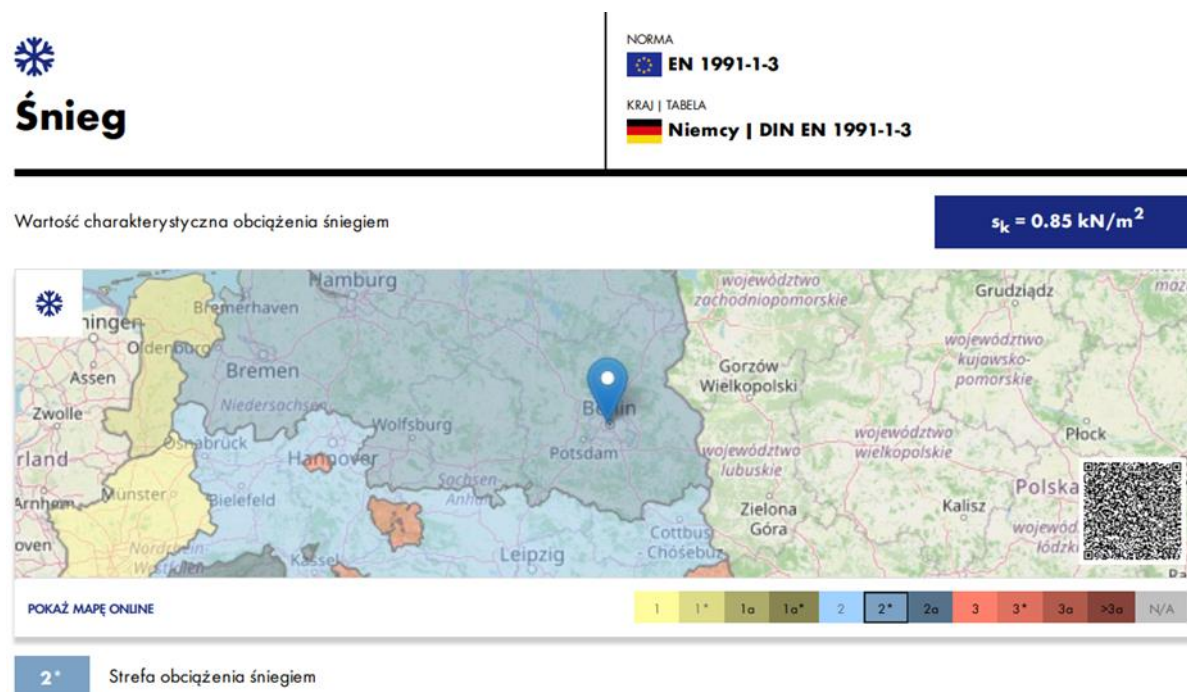
$$G_{k,\text{rama}} \stackrel{\text{def}}{=} D_{\text{ram}} \cdot G_k = 13.9093 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$



Rysunek 81 Przypadek obciążenia LC1 w programie RFEM6.

2.3.2 Obciążenie śniegiem

Wartość charakterystyczna obciążenia śniegiem



Rysunek 82 Kalkulator obciążenia śniegiem firmy Dlubal zgodnie z DIN EN 1991-1-3

Przypadki obciążenia śniegiem

Wyprowadzenie analityczne miejsc o nachyleniu 60°

Równanie osi dźwigara (półelipsa) ma postać:

$$y(x) = H \sqrt{1 - \left(\frac{2x - L}{L}\right)^2}$$

Aby wyznaczyć kąt nachylenia stycznej do krzywej, musimy obliczyć jej pierwszą pochodną względem x . Stosując regułę łańcuchową, otrzymujemy:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2H}{L} \cdot \frac{\frac{2x - L}{L}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x - L}{L}\right)^2}}$$

Poszukujemy punktów, w których kąt nachylenia wynosi $\alpha = 60^\circ$ (po lewej stronie) oraz $\alpha = -60^\circ$ (po prawej stronie łuku). Tangens z 60° wynosi $\sqrt{3}$, więc układamy równanie:

$$\frac{dy}{dx} = \pm \tan(60^\circ) = \pm \sqrt{3}$$

Aby ułatwić obliczenia, wprowadzamy zmienną pomocniczą $u = \frac{2x - L}{L}$:

$$-\frac{2H}{L} \cdot \frac{u}{\sqrt{1 - u^2}} = \pm \sqrt{3}$$
$$\frac{4H^2}{L^2} \cdot \frac{u^2}{1 - u^2} = 3$$

Podstawiamy dane geometryczne ramy ($L = 70 \text{ m}$, $H = 16 \text{ m}$):

$$\frac{4 \cdot (16)^2}{(70)^2} \cdot \frac{u^2}{1 - u^2} = 3$$
$$\frac{1024}{4900} \cdot \frac{u^2}{1 - u^2} = 3$$
$$1024 \cdot u^2 = 3 \cdot 4900 \cdot (1 - u^2)$$
$$1024u^2 = 14700 - 14700u^2$$
$$15724u^2 = 14700$$
$$u^2 = \frac{14700}{15724} \approx 0.9348766$$
$$u = \pm 0.96689$$

Wracamy do podstawienia $u = \frac{2x-70}{70}$ i wyliczamy x:

$$\frac{2x - 70}{70} = \pm 0.96689$$

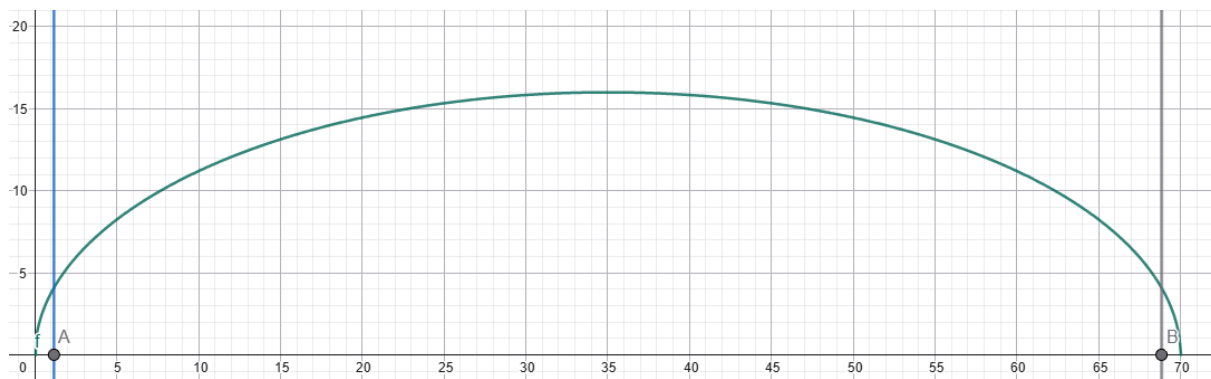
$$2x - 70 = \pm 67.6823$$

$$2x = 70 \pm 67.6823$$

Otrzymujemy dwie współrzędne określające szukane punkty:

$$x_1 = \frac{70 - 67.6823}{2} = \mathbf{1.15885 \text{ m}}$$

$$x_2 = \frac{70 + 67.6823}{2} = \mathbf{68.84115 \text{ m}}$$



Rysunek 83 Przedstawienie graficzne granic obciążenia

$$s_k^{\text{def}} \equiv 0.85 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Warunki terenowe normalne:

$$C_e^{\text{def}} \equiv 1$$

Obiekt otwarty nieogrzewany:

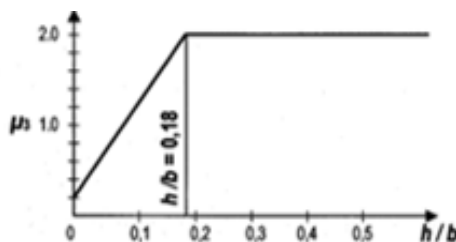
$$C_t^{\text{def}} \equiv 1.0$$

Współczynnik kształtu dachu:

$$b^{\text{def}} \equiv 70\text{m}$$

$$h^{\text{def}} \equiv 16\text{m}$$

$$\frac{h}{b} = 0.2286$$



Rysunek 84 Zalecany współczynnik kształtu dachów walcowych zgodnie z Rys.5.5 [15]

$$\mu_3 \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \frac{h}{b} \cdot \left(\frac{1.8}{0.18} \right) + 0.2 & \text{if } \left(0 \leq \frac{h}{b} \right) \wedge \left(\frac{h}{b} \leq 0.18 \right) \\ 2.0 & \text{if } \left(0.18 \leq \frac{h}{b} \right) \\ \text{"BŁĄD"} & \text{otherwise} \end{cases} = 2$$

Charakterystyczne wartości obciążenia dla poszczególnych przypadków przedstawione na ilustracji:

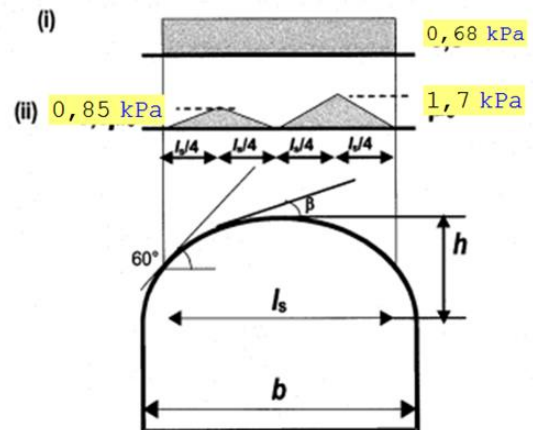
$$q_{k.dome} \stackrel{\text{def}}{=} s_k \cdot C_e \cdot C_t = 0.85 \text{ kPa}$$

$$q_{k.dome1} \stackrel{\text{def}}{=} 0.8 \cdot q_{k.dome} = 0.68 \text{ kPa}$$

$$q_{k.dome2} \stackrel{\text{def}}{=} 0.5 \cdot \mu_3 \cdot q_{k.dome} = 0.85 \text{ kPa}$$

$$q_{k.dome3} \stackrel{\text{def}}{=} \mu_3 \cdot q_{k.dome} = 1.7 \text{ kPa}$$

Przypadek



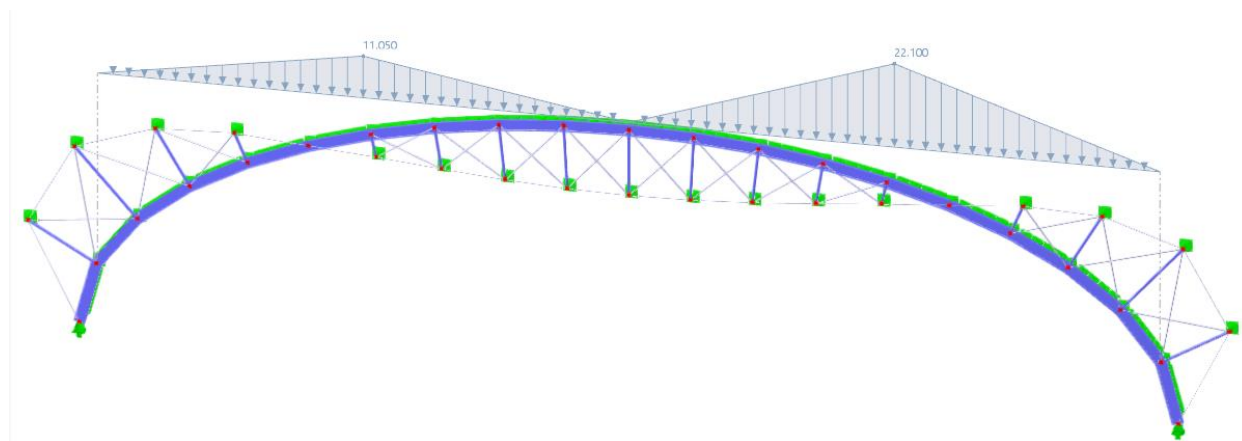
Obciążenie zostanie rozłożone na obszarze rozpiętości ramy **13m**:

$$q_{k.dome,} \stackrel{\text{def}}{=} s_k \cdot C_e \cdot C_t \cdot D_{ram} = 11,05 \text{ kN/m}$$

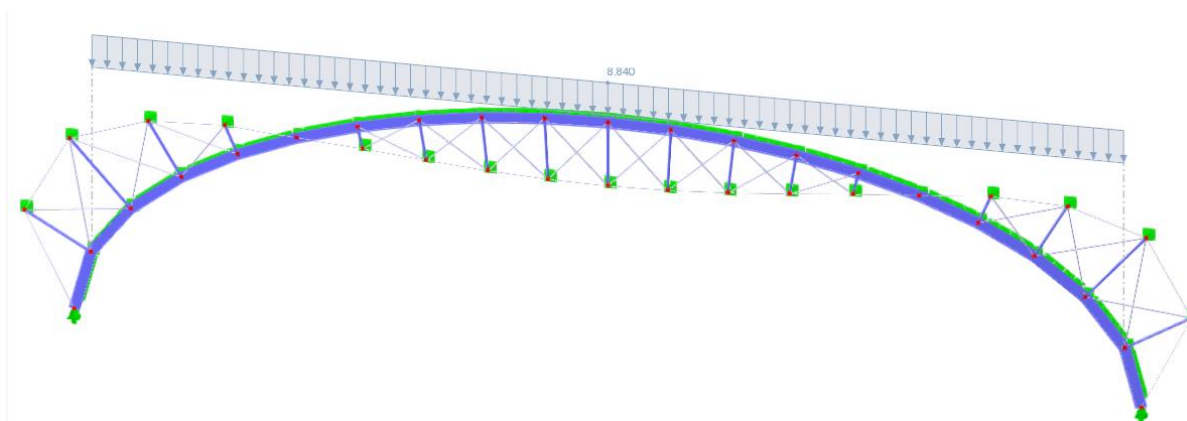
$$q_{k.dome1} \stackrel{\text{def}}{=} 0,8 \cdot q_{k.dome} \cdot D_{ram} = 8,84 \text{ kN/m}$$

$$q_{k.dome2} \stackrel{\text{def}}{=} 0,5 \cdot \mu_3 \cdot q_{k.dome} \cdot D_{ram} = 11,05 \text{ kN/m}$$

$$q_{k.dome3} \stackrel{\text{def}}{=} \mu_3 \cdot q_{k.dome} \cdot D_{ram} = 22,1 \text{ kN/m}$$



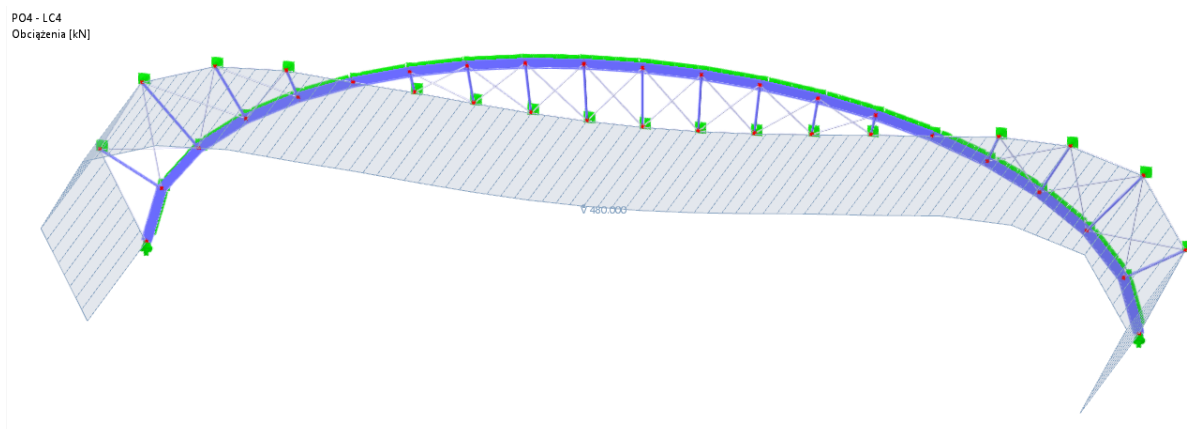
Rysunek 85 Przypadek obciążenia śniegiem LC2 w programie RFEM6.



Rysunek 86 Przypadek obciążenia śniegiem LC3 w programie RFEM6.

2.3.3 Wstępne sprężenie

Na obecnym etapie założeń wstępnych, w modelu numerycznym wprowadzono stałą, jednolitą wartość naciągu sprężającego na całej długości cięgna dolnego równą $P_0 = 480 \text{ kN}$. Wartość ta stanowi z góry założony, optymalny kompromis statyczny – została tak oszacowana, aby po uruchomieniu nieliniowego algorytmu poszukiwania trajektorii (Form-Finding), wygenerowana topologia wymusiła długości dewiatorów nieprzekraczające rygorystycznie założonego wcześniej limitu $L_{max} \leq 6,0 \text{ m}$.



Rysunek 87 Przypadek obciążenia wstępnym sprężeniem LC4 w programie RFEM6.

2.3.4 Kombinatoryka (wg EN 1990)

Podstawą do rzetelnej oceny nośności i użyteczności zdefiniowanego modelu jest poprawne ujęcie oddziaływań zewnętrznych oraz ich współdziałania. Zestawienie obciążeń i generację kombinacji przeprowadzono zgodnie z wytycznymi normy PN-EN 1990 (Podstawy projektowania konstrukcji) oraz PN-EN 1991 (Oddziaływania na konstrukcje).

Zdefiniowane Przypadki Obciążeń (LC - Load Cases)

Przyp. obciąż.	Nazwa	Do obliczenia	Typ analizy	Ustawienia analizy statycznej	EN 1990 DIN 2012-08 Kategoria oddziaływania
PO1	LC1	☒	Analiza statyczna	AS1 - Duże deformacje Metoda...	G Stałe
PO2	LC2	☒	Analiza statyczna	AS1 - Duże deformacje Metoda...	Qs Obciążenie śniegiem/łodem ...
PO3	LC2	☒	Analiza statyczna	AS1 - Duże deformacje Metoda...	Qs Obciążenie śniegiem/łodem ...
PO4	LC4	☒	Analiza statyczna	AS1 - Duże deformacje Metoda...	P Sprężenie

Nieliniowa kombinatoryka (Teoria Dużych Przemieszczeń)

Z uwagi na analizę w reżimie Teorii III rzędu, w modelu **nie obowiązuje klasyczna zasada superpozycji skutków działań**. Program wymusza generowanie rzeczywistych Kombinacji Obciążeń, a nie uproszczonych Kombinacji Wyników.

Komb. obciążeń	Nazwa	Sytuacja obliczeniowa	PO.1		PO.2		PO.3	
			Współczynnik	Nr	Współczynnik	Nr	Współczynnik	Nr
KO1	1.35 * PO1 + PO4	ULS SO1 - SGN (STR/GEO) - Trwał...	1.35	G PO1	1.00	P PO4		
KO2	1.35 * PO1 + 1.50 * PO2 + PO4	ULS SO1 - SGN (STR/GEO) - Trwał...	1.35	G PO1	1.50	Qs PO2	1.00	P PO4
KO3	1.35 * PO1 + 1.50 * PO3 + PO4	ULS SO1 - SGN (STR/GEO) - Trwał...	1.35	G PO1	1.50	Qs PO3	1.00	P PO4
KO4	PO1 + PO4	S Ch SO2 - SGU - Charakterystyczna	1.00	G PO1	1.00	P PO4		
KO5	PO1 + PO2 + PO4	S Ch SO2 - SGU - Charakterystyczna	1.00	G PO1	1.00	Qs PO2	1.00	P PO4
KO6	PO1 + PO3 + PO4	S Ch SO2 - SGU - Charakterystyczna	1.00	G PO1	1.00	Qs PO3	1.00	P PO4
KO7	PO1 + PO4	S Cp SO3 - SGU - Quasi-stała	1.00	G PO1	1.00	P PO4		
KO8								

2.4 Obliczenia statyczno-wytrzymałościowe wybranych elementów konstrukcyjnych.

2.4.1 Założenia do globalnej analizy statyczno-wytrzymałościowej ustroju

Przed przystąpieniem do właściwej oceny nośności i stateczności, konieczne jest zdefiniowanie parametrów wejściowych oraz algorytmu postępowania obliczeniowego dla całego ustroju. Z uwagi na nieliniowy charakter pracy cięgien wiotkich oraz znaczne gabaryty konstrukcji, model przestrzenny poddano analizie według teorii dużych przemieszczeń (Teoria III rzędu).

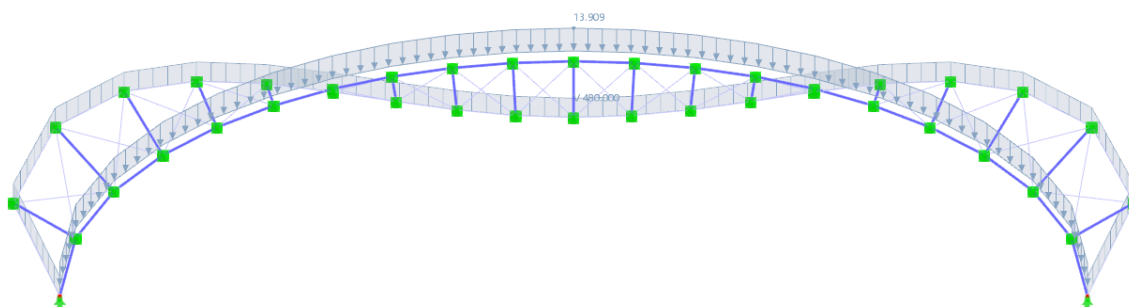
Kluczowym kryterium determinującym sztywność przekroju łuku oraz cięgna jest Stan Graniczny Użytkowalności (SGU). Dla rozpatrywanego przekrycia o rozpiętości $L=70$ m, współpracującego ze sztywną fasadą szklaną, przyjęto rygorystyczny limit maksymalnego ugięcia pionowego od obciążeń charakterystycznych na poziomie $w_{max} \leq L/300$, co odpowiada wartości dopuszczalnej 233 mm.

$$w_{max,SGU} \leq L/300 = 70m/300 = 233mm$$

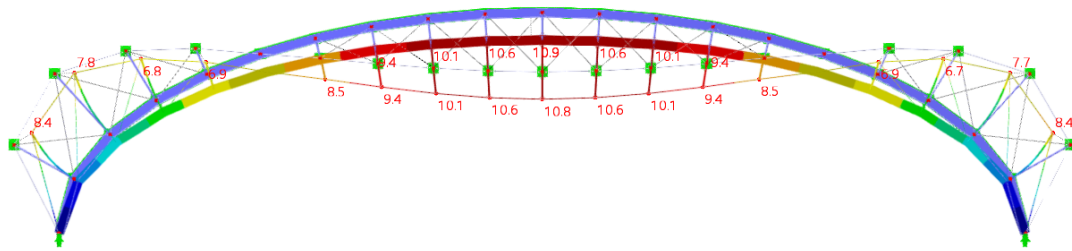
2.4.2 Iteracyjna optymalizacja trajektorii cięgna

W celu ukształtowania geometrii stanu zerowego dachu zastosowano autorski algorytm poszukiwania formy (*Form-Finding*), zainicjowany i opisany w części studialnej niniejszej pracy. Obliczenia optymalizacyjne przeprowadzono dla kombinacji quasi-stałej, obejmującej ciężar własny konstrukcji, warstwy dachu oraz naciąg wstępny liny ($P_0 = 480$ kN).

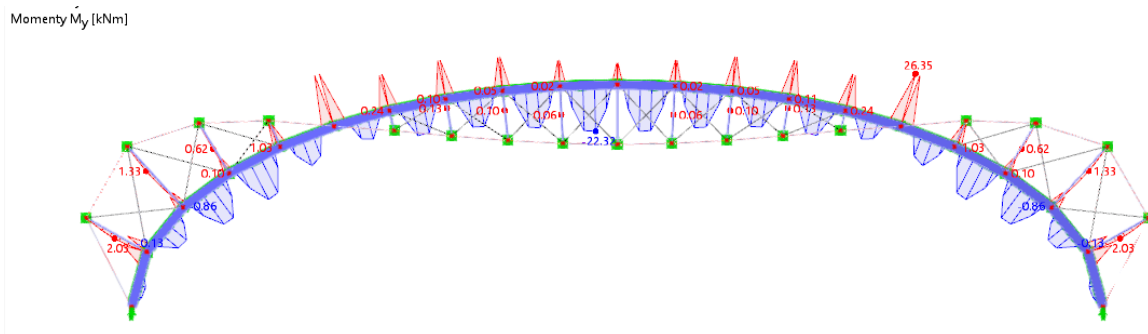
PO1 - LC1
Obciążenia [kN], [kN/m]



Algorytm w pętli iteracyjnej modyfikował rzędne wysokościowe węzłów dewiatorów, dążąc do zrównoważenia sił odchylających z linii z siłami grawitacyjnymi. W stanie początkowym (przed optymalizacją) w łuku HEB 700 występowały znaczne momenty gnące M_y . Finalna iteracja autorskiego algorytmu pozwoliła uzyskać trajektorię docelową, dla której ugięcie pionowe od pełnego obciążenia stałego zostało całkowicie skompensowane i sprowadzone do wartości bliskich zera.



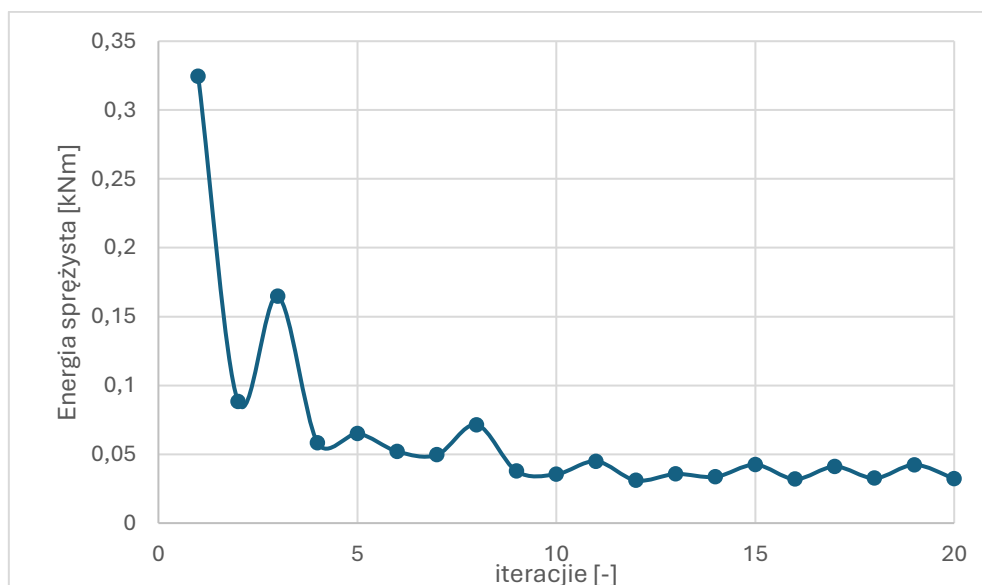
Rysunek 88 Geometria docelowa i zminimalizowane ugięcia pionowe po finalnej iteracji



Rysunek 89 Optymalny przebieg momentów gnących w ramie przy obciążeniach quasi statycznych [kNm].

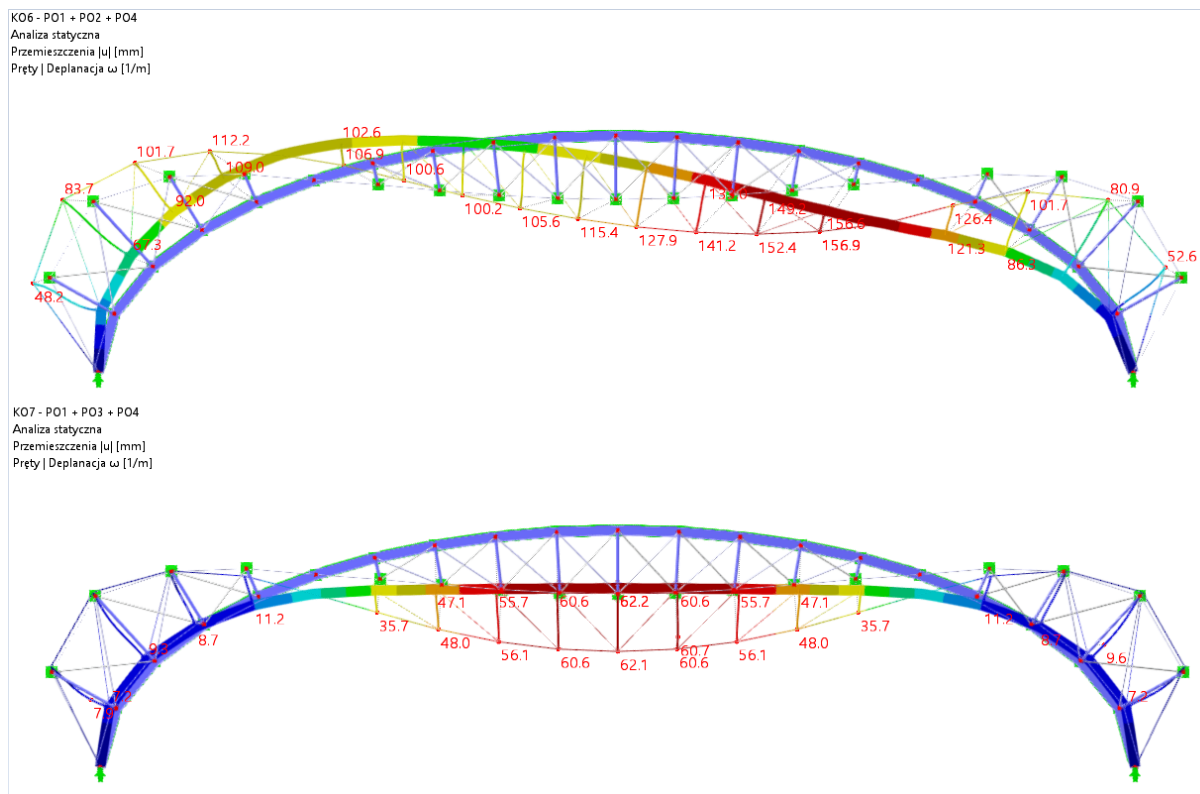
Kryterium energetyczne: Wykres zbieżności wykazał asymptotyczny spadek całkowitej energii odkształcenia sprężystego (ΣU) ramy do minimum, co potwierdza matematyczne osiągnięcie stanu zbliżonego do kratownicy.

Tabela 7 Wykres energii sprężystej od momentu gnącego w ramie (jako wyznacznika błędu iteracji)



2.4.3 Globalna weryfikacja Stanu Granicznego użytkowalności (SGU) w fazie eksploatacji

Ocena globalnych przemieszczeń ustroju



Rysunek 90 Charakterystyczne przypadki przemieszczeń dla SGU

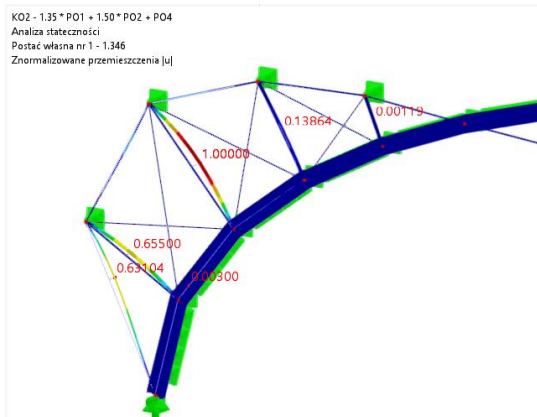
$$w_{max,SGU} \leq L/300 = 70m/300 = 233mm$$

$$w_{max,SGU} = 156.9mm$$

Warunek spełniony

2.4.4 Wymiarowanie profilu rygla wg PN-EN 1993-1-1

W celu ominięcia konserwatywnych i uproszczonych założeń normowych, które domyślnie dedykowane są dla elementów prostych, a nie zakrzywionych rygli weryfikację stateczności ustroju zintegrowano z Liniową Analizą Wyboczeniową (LBA) oraz uwzględnieniem 7. stopnia swobody. Pierwszym krokiem było przeprowadzenie globalnej analizy stateczności, która wykazała, że elementami najbardziej podatnymi na lokalną utratę stateczności są dewiatory (pierwsza postać wyboczeniowa Rys.91). Pierwsza globalna postać wyboczeniowa dla samej ramy głównej uaktywnia się dopiero na 10. pozycji.

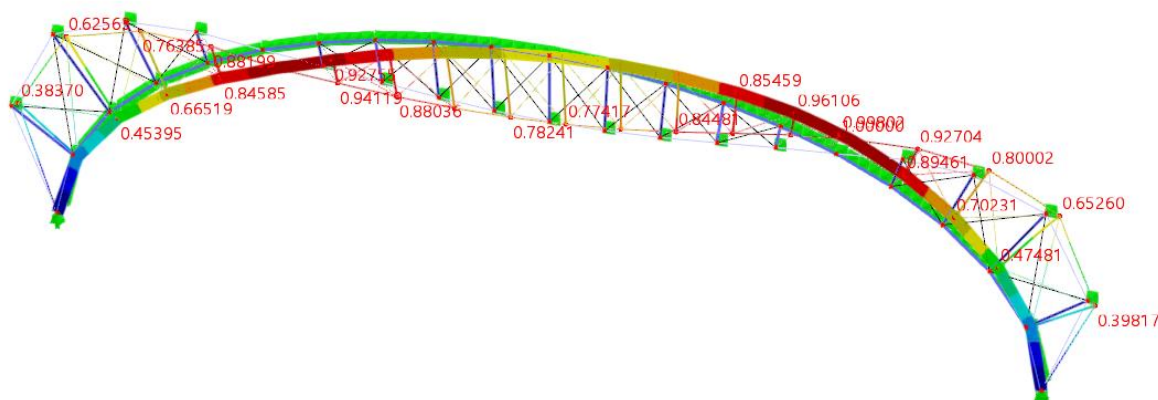


Rysunek 91 Lokalna postać wyboczeniowa / pierwsza postać wyboczeniowa najbardziej niekorzystnej kombinacji

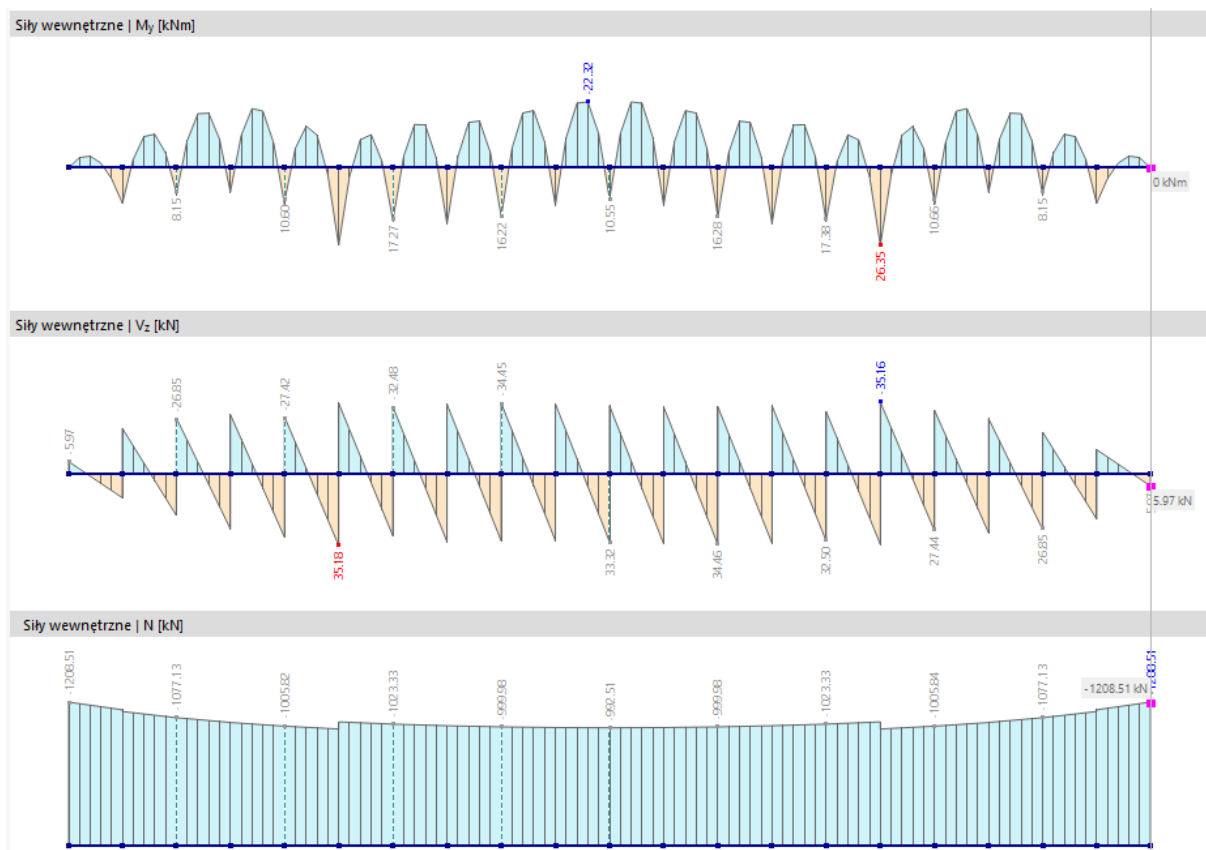
Zamiast szacować parametry wyboczeniowe rygla analitycznie lub opierać się na uproszczonych współczynnikach, zaimportowano je bezpośrednio z wyników analizy LBA do modułu wymiarowania stali. W środowisku oprogramowania RFEM proces ten odbywa się na drodze przeliczenia sił krytycznych. Na podstawie wyznaczonego przez solver globalnego mnożnika obciążenia krytycznego (α_{cr}) dla danej postaci drgań, program ustala krytyczną siłę osiową w elemencie, a następnie bazując na klasycznym wzorze Eulera wyznacza wstecznie jego rzeczywistą długość efektywną (L_{cr}) oraz współczynnik długości wyboczeniowej.

Dodatkowo, aktywacja 7. stopnia swobody dla elementów ramy pozwoliła algorytmowi wyznaczyć precyzyjną wartość sprężystego momentu krytycznego (M_{cr}), uwzględniając rzeczywistą krzywiznę łuku, warunki podparcia oraz podatność na wyboczenie skrętne i zwichrzenie, co stanowiło kluczową przewagę nad tradycyjnym wymiarowaniem normowym.

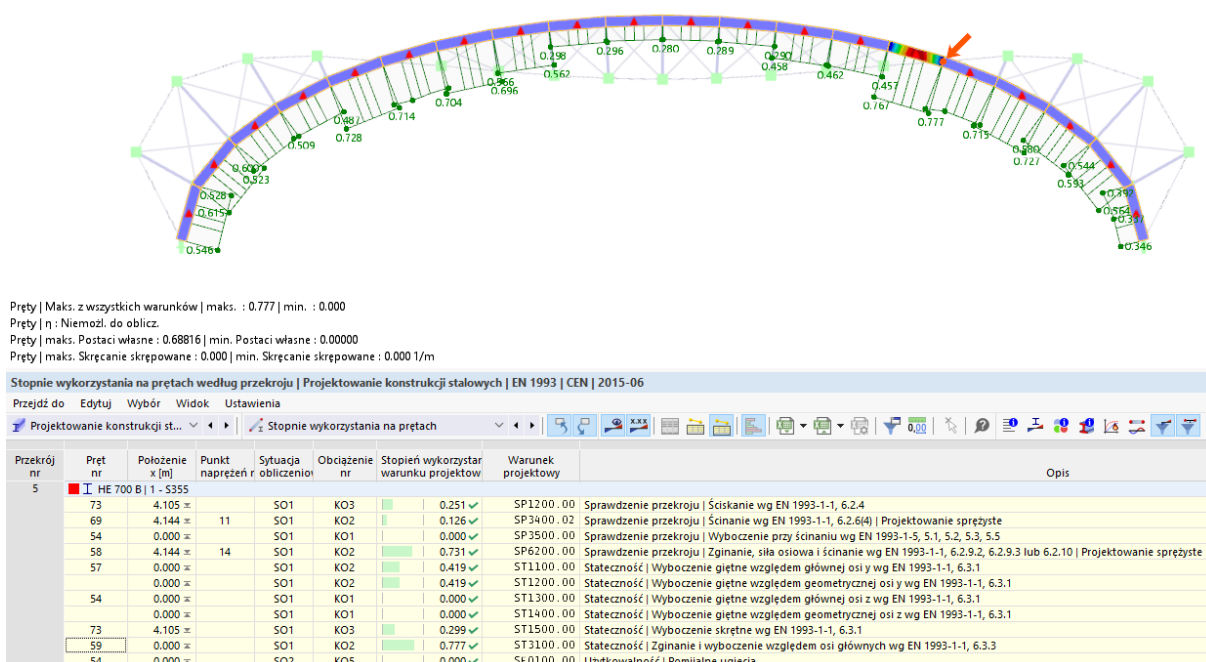
K02 - 1.35 * P01 + 1.50 * P02 + P04
Analiza stateczności
Postać własna nr 10 - 3.642
Znormalizowane przemieszczenia [u]



Rysunek 92 Pierwsza globalna postać wyboczeniowa najbardziej niekorzystnej kombinacji

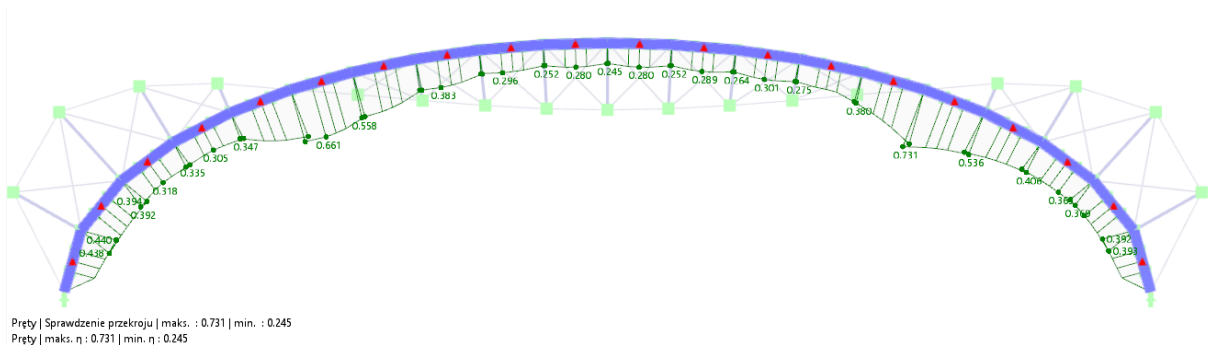


Rysunek 93 wykresy poszczególnych sił wewnętrznych oddziałujących na rygiel stalowy



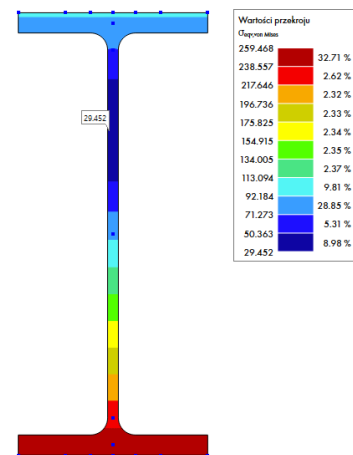
Rysunek 94 Wytężenie ramy głównej zgodnie z 1993-1-1 obliczone za pomocą modułu zaimplementowanego w RFEM6

Dodatkowo z analizy numerycznej wyizolowano wykres interakcji zginania z siłą osiową oraz ścinaniem dla najbardziej wyężonego punktu rygla, sporządzony na podstawie procedur nieliniowych zawartych w punktach 6.2.9.2, 6.2.9.3 oraz 6.2.10 normy PN-EN 1993-1-1.



Rysunek 95 Wykres wyężenia przekroju z uwagi na interakcję sił wewnętrznych zgodnie z [16]

Graficzna prezentacja stopnia wykorzystania wykresu interakcji sił wewnętrznych pozwala na precyzyjne zlokalizowanie rezerwy nośności zadanego profilu. Uzyskane wyniki jednoznacznie wskazują optymalną ścieżkę do przeprowadzenia kolejnego etapu ewentualnej optymalizacji polegającej na redukcji lub zmienności przekroju poprzecznego wzdłuż długości łuku. Taki zabieg pozwoli w przyszłych krokach projektowych na jeszcze większe odchudzenie konstrukcji i maksymalne zbliżenie formy architektonicznej projektowanej ramy do oryginalnego, ikonicznego kształtu zadaszenia zrealizowanego w Berlinie.



Rysunek 96 Naprężenia von Missesa w najbardziej wyężonym miejscu

2.4.5 Wymiarowanie cięga głównego (PN-EN 1993-1-11)

Na podstawie uprzednio zdefiniowanych limitów normowych oraz wytycznych producenta (Pfeifer), przeprowadzono końcową weryfikację wyężenia cięga głównego. Wartości sił wewnętrznych wyekstrahowano z nieliniowej analizy modelu globalnego RFEM 6 (Teoria III rzędu).

Weryfikację podzielono na trzy krytyczne stany pracy układu:

Faza budowy i sprężania

Zgodnie z wymogami technologicznymi, siła wprowadzana z siłowników podczas naciągu wstępnego (P_0) nie może przekroczyć limitu **60%** charakterystycznej siły zrywającej (F_{uk}), wyznaczonego podczas fabrycznego przeciągania liny.

$$P_0 \leq 0,60 \cdot F_{uk}$$

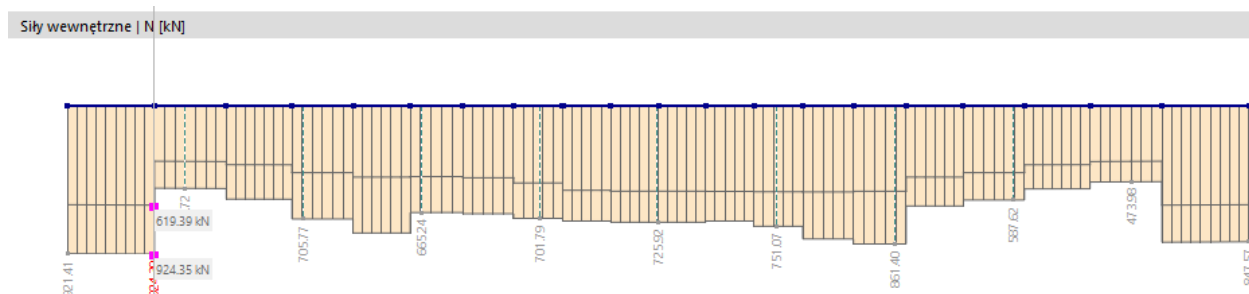
$$610 \text{ kN} \leq 1812 \text{ kN}$$

Warunek spełniony.

Naciąg technologiczny jest w pełni bezpieczny i nie narusza splotów kabla.

Faza eksploatacji – Stan Graniczny Użytkowalności (SGU)

Dla kombinacji charakterystycznej obciążeń, maksymalna siła w ciągnię ($F_{Ed,SLS}$) została ograniczona do poziomu **45%** charakterystycznej siły zrywającej (F_{uk}). Zapewnia to utrzymanie parametrów kabla w rygorystycznym zakresie liniowo-sprężystym.



Rysunek 97 Wykres obwiedni sił osiowych dla ciągu dla SGU [kN]

$$F_{Ed,SLS} \leq 0,45 \cdot F_{uk}$$

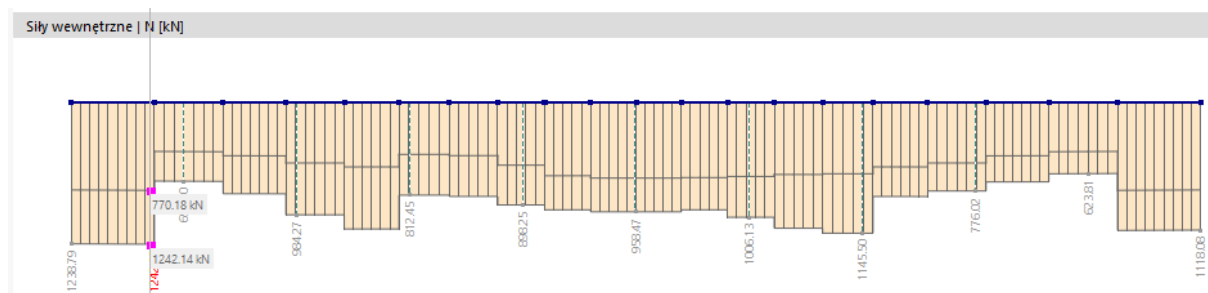
$$924,35 \text{ kN} \leq 1359 \text{ kN}$$

Warunek spełniony.

Przekrój liny posiada odpowiednią sztywność, eliminując ryzyko zjawisk nieliniowych podczas standardowego użytkowania.

Faza eksploatacji – Stan Graniczny Nośności (SGN)

W ekstremalnej kombinacji obliczeniowej, charakteryzującej się maksymalnym obciążeniem asymetrycznym dachu, siła osiowa w ciągnię ($F_{Ed,ULS}$) musi być mniejsza od ustalonej nośności obliczeniowej kabla (F_{Rd}).



Rysunek 98 Wykres obwiedni sił osiowych dla ciągu dla SGN [kN]

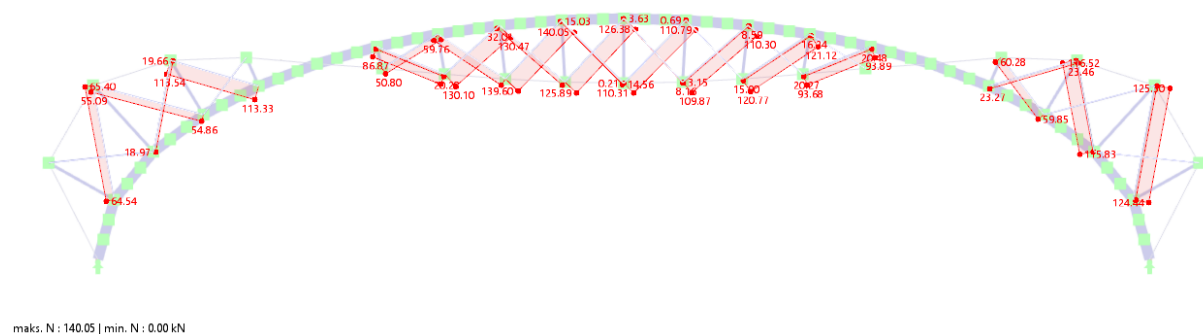
$$F_{Ed,ULS} \leq F_{Rd}$$

$$1242,14 \text{ kN} \leq 2237,0 \text{ kN}$$

Warunek spełniony.

Końcowe wyężenie ciągu wynosi **55,53%**.

2.4.6 Wymiarowanie stężeń



Rysunek 99 Wykres siły osiowej występującej w stężeniach [kN]

$$F_{Ed,ULS} \leq F_{Rd}$$

$$140.05 \text{ kN} \leq \mathbf{286,0 \text{ kN}}$$

Warunek spełniony.

Końcowe wyężenie ęięgna wynosi **55,53%**.

2.4.7 Wymiarowanie dewiatorów

Aby precyzyjnie uchwycić zjawiska lokalnej koncentracji naprężeń oraz zweryfikować podatność ścianek na niestateczność miejscową, w niniejszej pracy zbudowano zaawansowany sub-model powłokowy (3D) dewiatora w programie Dlubal RFEM 6. Do weryfikacji nośności i stateczności elementu zastosowano procedurę **GNIA** (*Geometrically Nonlinear Analysis with Imperfections*) zgodną z załącznikiem C do normy PN-EN 1993-1-5.

Założenia modelowe, dyskretyzacja i warunki brzegowe

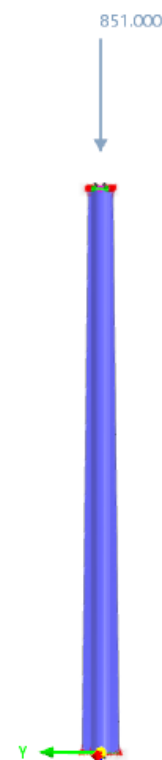
Trzon dewiatora oraz przyspawane szprosy usztywniające odwzorowano za pomocą powłokowych elementów skończonych o optymalnej gęstości siatki MES 025mm, zapewniającej zbieżność wyników numerycznych. Warunki brzegowe (podparcie i utwierdzenie sub-modelu) odzwierciedlają rzeczywiste połączenie dewiatora z dźwigarem głównym (łukiem HEB700) jako połączenie sztywne.

Model został obciążony siłą wyizolowaną bezpośrednio z globalnego modelu prętowego ramy dla najbardziej niekorzystnej, ekstremalnej kombinacji Stanu Granicznego Nośności (SGN), uwzględniającej m.in. naciąg wstępny ęięgien oraz obciążenie klimatyczne.

Liniowa Analiza Wyboczeniowa (LBA) i identyfikacja postaci własnych

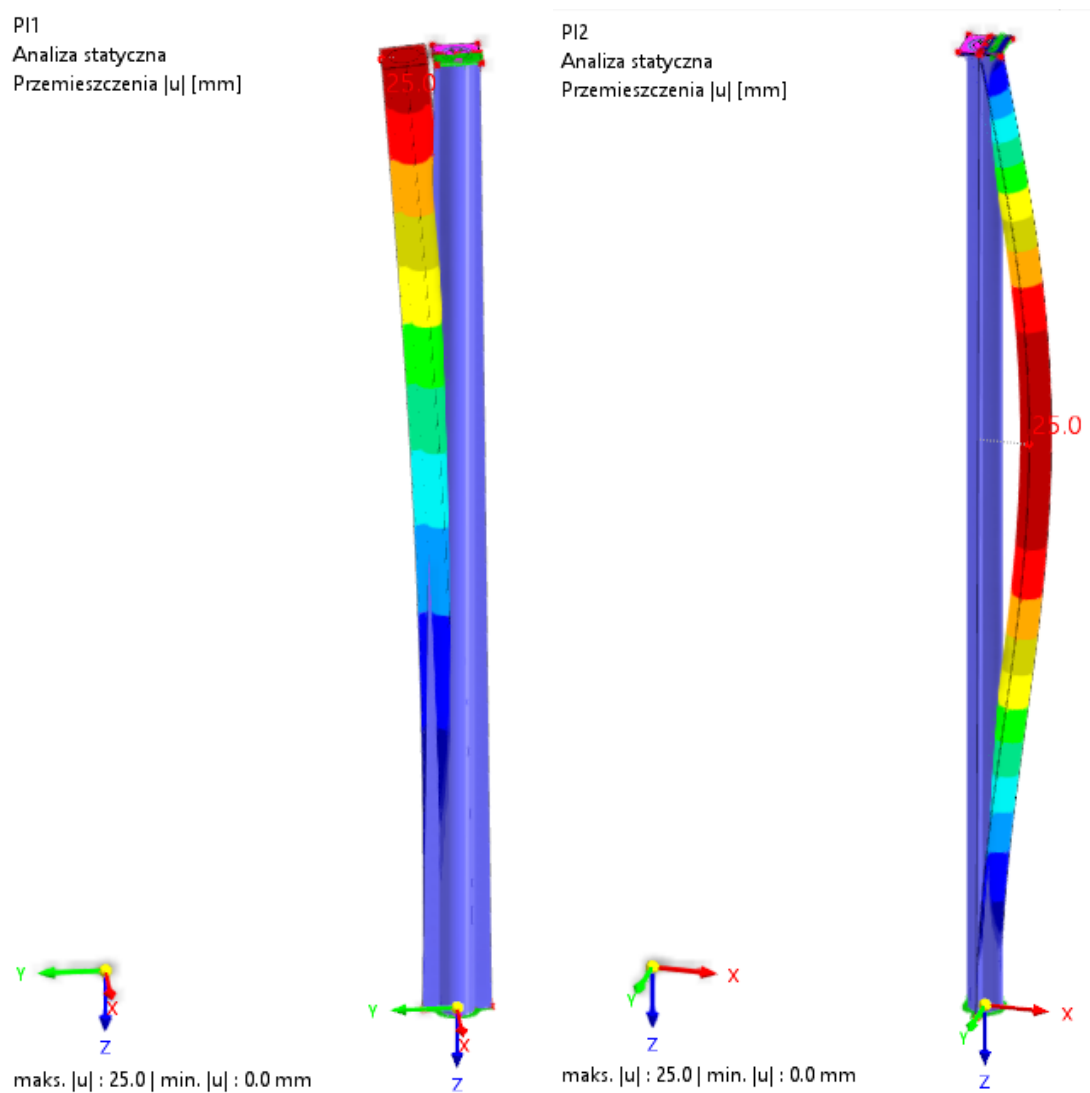
Przed przystąpieniem do właściwej analizy wytrzymałościowej przeprowadzono sprężystą liniową analizę stateczności (LBA – *Linear Buckling Analysis*). Celem tego kroku było zidentyfikowanie teoretycznych postaci utraty stateczności konstrukcji oraz określenie miejsc najbardziej podatnych na lokalne i globalne formy wyboczenia.

Solver MES zidentyfikował dwie kluczowe postacie własne, determinujące zachowanie elementu:



Rysunek 100 model powierzchniowy dewiatora z założoną siłą

- **Postać nr 1:** Wyboczenie o charakterze globalnym, objawiające się pochyłem całego słupka w kierunku poprzecznym.
- **Postać nr 2:** Wyboczenie o charakterze lokalnym, widoczne jako wygięcie i wybrzuszenie środkowej części trzonu dewiatora oraz ścianek bocznych.



Rysunek 101 Decydujące postacie wyboczeniowe użyte do dalszej analizy jako imperfekcje globalne odpowienia P11, P12

Implementacja imperfekcji geometrycznych (Analiza II rzędu)

Z uwagi na fakt, że idealna geometria w warunkach wykonawstwa konstrukcji stalowych nie istnieje, do modelu wprowadzono wstępne imperfekcje geometryczne. Jako geometrię startową zaimplementowano superpozycję kształtów uzyskanych z analizy LBA (Postać 1 i Postać 2).

Zgodnie z rygorystycznymi zaleceniami normy PN-EN 1993-1-1 (Tabela 5.1) dla przekrojów spawanych, amplitudę maksymalnego wygięcia wstępnego przeskalowano do wartości:

$$e_0 = \frac{L}{200} = 25 \text{ mm}$$

Tak zdefektowany numerycznie model powłokowy poddano analizie statycznej według **Teorii II rzędu (P-Delta)**, która w sposób przyrostowy uwzględnia wpływ sił osiowych na dodatkowe momenty zginające wynikające z geometrii odkształconej ustroju.

Przypadki imperfekcji			
	Nazwa przypadku imperfekcji	Współczynnik	Operator
1	Buc  PI2	1.00	i
2	Buc  PI1	1.00	

Rysunek 102 Przypadek imperfekcji zdefiniowany w programie obliczeniowym MES

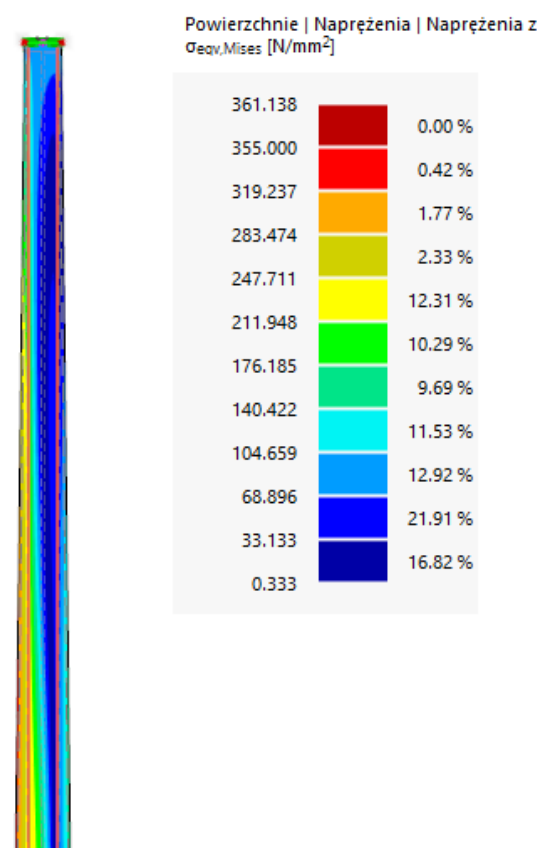
Analiza stanu naprężeń

W analizie numerycznej zdecydowano się na zastosowanie sprężystego modelu materiału stali (zgodnie z prawem Hooke'a), rezygnując z aktywacji nieliniowości fizycznych (plastyczności).

Po przeliczeniu modelu według teorii nieliniowości geometrycznej (II rzędu) z uwzględnieniem imperfekcji, przeanalizowano rozkład naprężeń zredukowanych von Misesa. Maksymalne zanotowane naprężenia punktowe w żadnym miejscu dewiatora oraz szprośów usztywniających nie przekroczyły granicy plastyczności zastosowanej stali:

$$\sigma_{max} \leq f_y = 355 \text{ MPa}$$

Skoro ekstremalne wyężenie materiału mieści się w bezpiecznym zakresie sprężystym, stal nie ulega uplastycznieniu. Wprowadzanie nieliniowego modelu plastycznego (analiza MNA/GMNIA) byłoby z punktu widzenia matematycznego redundantne i nie wpłynęłoby na zmianę sztywności czy redystrybucję sił. Konstrukcja w całości bezpiecznie przenosi obciążenia SGN w fazie sprężystej.



Rysunek 103 Rozkład naprężeń zredukowanych von Misesa na powierzchni dewiatora [MPa]

Nieliniowa ocena stateczności ustroju i wnioski

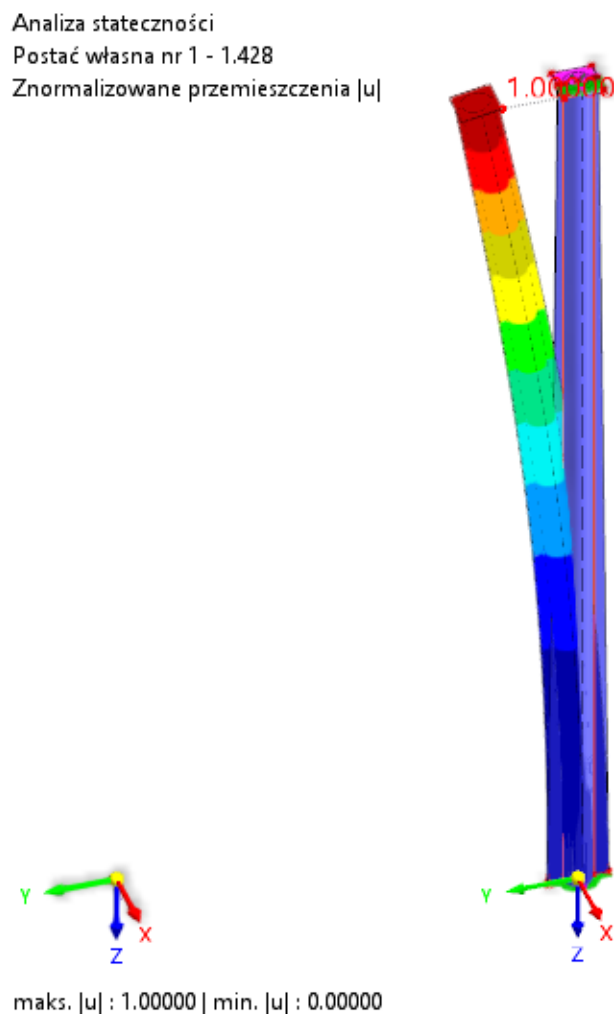
Jako ostateczną weryfikację bezpieczeństwa, dla modelu powłokowego obciążonego pełnym układem sił SGN z uwzględnieniem imperfekcji 25 mm i efektów II rzędu, wyznaczono mnożnik obciążenia krytycznego. Uzyskany wynik wyniósł:

$$\alpha_{cr} = 1,428$$

W klasycznej analizie prętowej LBA wartość $\alpha_{cr} < 3,0$ lub $10,0$ mogłaby budzić niepokój i wymagać korekt współczynników wybożeniowych. Jednak w przypadku pełnej analizy nieliniowej z imperfekcjami (GNIA) na modelu powierzchniowym, warunkiem bezpiecznym jest po prostu osiągnięcie stabilności pod pełnym obciążeniem normowym, czyli:

$$\alpha_{cr} > 1,0$$

Wynik na poziomie 1,428 oznacza, że konstrukcja posiada dodatkowo blisko 43-procentowy zapas stateczności strukturalnej względem skrajnej kombinacji SGN przed wystąpieniem nieliniowego zjawiska niestateczności lub przeskoku powłoki. Przeprowadzona zaawansowana weryfikacja numeryczna jednoznacznie potwierdza poprawność ukształtowania geometrii dewiatora, optymalny dobór grubości blach żeber usztywniających wynoszące **22mm** oraz pełne bezpieczeństwo eksploatacyjne elementu



Rysunek 104 Pierwsza postać wyboczeniowa dewiatora

3 Wnioski końcowe i perspektywy rozwoju

Zaprezentowane w niniejszej pracy wielokryterialne podejście do analizy i wstępnego wymiarowania struktur typu **CAS (Cable Arch Structure)** pozwala na sformułowanie syntetycznych wniosków o charakterze konstrukcyjnym, metodologicznym oraz badawczym.

W zakresie wytycznych metodologicznych oraz ograniczeń przyjętego modelu należy wskazać, że zaproponowana procedura obliczeniowa, oparta na nieliniowej analizie geometrycznej III rzędu, stanowi wysoce efektywne narzędzie na wstępnym etapie koncepcyjno-projektowym. Podejście to umożliwia szybką ocenę globalnej sztywności oraz dystrybucji sił wewnętrznych

w ustroju hybrydowym, determinując optymalną podbudowę pod właściwą, docelową procedurę projektową. W tym kontekście warto odnieść się do literatury przedmiotu – m.in. do pracy Schlaicha, Schobera i Justiza [5], dokumentującej projektowanie zadaszania dworca Lehrter Bahnhof w Berlinie. Autorzy wskazali tam, że docelową nośność i stateczność rzeczywistego ustroju weryfikuje się ostatecznie na zintegrowanym modelu przestrzennym, w którym ortogonalna siatka zadaszania pełni funkcję płaszczyzny ściśle współpracującej z głównymi ramami łukowymi, a obliczenia prowadzone są przy uwzględnieniu globalnych imperfekcji geometrycznych całego ustroju. Należy jednak wyraźnie podkreślić, że publikacje te skupiają się wyłącznie na finalnym sprawdzeniu gotowej konstrukcji, nie udostępniając szczegółowych informacji na temat metod optymalizacji ramy oraz sposobów poszukiwania idealnej trajektorii cięgien sprężających. Ta wyraźna luka poznawcza, w połączeniu z ograniczeniami powszechnie dostępnego oprogramowania komercyjnego, w pełni uzasadniała konieczność opracowania autorskiego, uniwersalnego narzędzia parametrycznego w środowisku Grasshopper. Rynkowe, standardowe moduły *Form-Findingowe* zintegrowane z programami MES (jak np. Dlubal RFEM) doskonale radzą sobie z wyznaczaniem geometrii struktur czysto rozciąganych – takich jak membrany tekstylne czy odizolowane, pojedyncze cięgna – kształtując je zgodnie z ich naturalną linią zwisu. Wykazują one jednak brak uniwersalności w przypadku zaawansowanych ustrojów hybrydowych, nie posiadając funkcji jednoczesnego determinowania wielu sprzężonych ze sobą założeń projektowych. Stworzenie dedykowanego środowiska algorytmicznego pozwoliło na wykreowanie optymalnej geometrii początkowej układu.

Rozpatrując dalsze kierunki automatyzacji i optymalizacji parametrycznej w procesie poszukiwania kształtu (*Form-Finding*), należy podkreślić, że ze względu na silnie nieliniowy charakter pracy konstrukcji typu CAS, klasyczne, jednorazowe podejście do optymalizacji dla obciążeń statycznych okazuje się niewystarczające. Przyszłościowym i wysoce pożądanym kierunkiem rozwoju jest implementacja do opracowanego algorytmu w środowisku Grasshopper modułu optymalizacji dwukierunkowej, który w sposób iteracyjny modyfikowałby formę ramy w oparciu o bieżący zwrot informacji z solvera MES. Do pełnej automatyzacji projektowania takich ustrojów niezbędne jest ponadto wdrożenie zoptymalizowanych algorytmów estymacji i predykcji, na przykład opartych na sztucznych sieciach neuronowych lub zaawansowanej metamodelizacji.

Podsumowanie naukowe w kontekście rozwoju struktur CAS uwypukla fakt, że te systemy cięgnowo-stalowe są rozwiązaniem stosunkowo młodym w historii inżynierii lądowej, a ich globalny rozwój trwa zaledwie od około 60 lat. Z tego względu wiedza teoretyczna oraz wytyczne normowe w Europie wciąż nie są w pełni sprecyzowane, co czyni ten temat wysoce rozwojowym i o dużym potencjale badawczym. Obecnie można zaobserwować swoisty azjatycki renesans i zwrot ku estetyce filigranu, jako że główny ciężar ewolucji, badań laboratoryjnych oraz spektakularnych realizacji systemów kablowo-łukowych przeniósł się do dynamicznie rozwijających się krajów azjatyckich, ze szczególnym uwzględnieniem Chin, Japonii i Korei Południowej. Struktury te stanowią tam manifest nowoczesnej inżynierii, pozwalając na kreowanie monumentalnych, wieloprzestrzennych obiektów, które dzięki redukcji sekcji stalowych na rzecz wiotkich lin zachowują niespotykaną, ekstremalnie filigranową i lekką formę architektoniczną.

4 Literatura:

- [1] dr inż. Andrzej Kasprzak, *Ocena możliwości wykorzystania konstrukcji tensegrity w budownictwie mostowym*
- [2] dr hab. inż. R. Szydłowski, mgr inż. B. Łabuzek; *Kondycja dachu katowickiego Spodka w świetle aktualnych pomiarów sił w dźwigarach linowo-prętowych*
- [3] Masao Saitoh, *Aesthetics and Technology of the Beam String Structures*
- [4] PN-EN 1993-1-11: *Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-11: Projektowanie konstrukcji z elementami rozciąganymi.*
- [5] Jörg Schlaich, Hans Schober, Stefan Justiz; *Entwurf und Konstruktion der Bahnsteighalle des Lehrter Bahnhofs in Berlin*
- [6] Chodor L., *Konstrukcje cięgnowe*, Portal internetowy Chodor-Projekt, <https://chodor-projekt.net/encyclopedia/konstrukcje-ciegnowe/>
- [7] Lee S., Seo M., Baek K.-Y., Jeong J., Kim S.-M., Lee J., *Experimental study of two-way beam string structures*, Engineering Structures, vol. 191, 2019, s. 563–574. (DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.04.033)
- [8] Petersen C., (2013), *Stahlbau: Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten*, 4 Wydanie
- [9] Oasys Software, *Dynamic relaxation analysis, GSA References & Theory*, <https://docs.oasys-software.com/structural/gsa/references-theory/dynamic-relaxation-analysis/>
- [10] PN-EN 12385-1 +A1:2007, *Liny stalowe – Bezpieczeństwo – Część 1: Wymagania ogólne*
- [11] H. Klimke, S. Stephan, J. Gschwind, U. Stief, H. Range, „Diethard Kiehn, *Die Ausführung des Ost-West-Glasdaches über dem Lehrter Bahnhof*
- [12] F. Laccone, N. Pietroni, P. Cignoni, L. Malomo, *Bending-Reinforced Grid Shells for Free-form Architectural Surfaces*
- [13] Pfeifer – Karta techniczna systemu cięgien typu PV
- [14] Springer O., *Traglastberechnung unterspannter Träger*, Stahlbau 73, Heft 5, 2004, s. 331–337.
- [15] DIN EN 1991-1-3: *Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen – Schneelasten* (Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 1-3: Oddziaływania ogólne – Obciążenie śniegiem, implementacja niemiecka).
- [16] PN-EN 1993-1-1: *Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.*
- [17] PN-EN 1991-1-1: *Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 1-1: Oddziaływania ogólne – Ciężar objętościowy, ciężar własny, obciążenia użytkowe w budynkach.*
- [18] PN-EN 1993-1-5: *Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-5: Blachownice.*
- [19] PN-EN 1990: *Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.*

- [20] Kocur R., *Szklane konstrukcje ciągnowe na Muzeum i Centrum Ruchu Harcerskiego w Krakowie. Część I – Koncepcja konstrukcyjna*, Magazyn Świat Szkła, nr 06/2023, <https://swiat-szkla.pl/article/18562-szklane-konstrukcje-ciagnowe-na-muzeum-i-centrum-ruchu-harcerskiego-w-krakowie-cz-1-koncepcja-konstrukcyjna>
- [21] Markowski M., *An engineering masterpiece in the US: Dorton Arena by Maciej Nowicki*, Portal magazynu WhiteMAD, 2024, <https://www.whitemad.pl/en/an-engineering-masterpiece-in-the-us-dorton-arena-by-maciej-nowicki/>
- [22] Sehlström A., *Prestress and its application to shell, fabric, and cable net structures*, Doctoral thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg, 2021.
- [23] Saitoh M., Okada A., *The role of string in hybrid string structure*, "Engineering Structures", vol. 21, 1999, s. 756-769.
- [24] Luo B., Ruan Y., Li J., Ding M., Wang H., *Numerical and Experimental Study on Anti-slipping Performance of Cable Clamp for Two-Way Orthogonal Full Locked Coil Cables*, Korean Society of Steel Construction, 2020.
- [25] The Constructor, *Cable and Tension Structures*, <https://theconstructor.org/structural-engg/cable-and-tension-structures-2/419/>.
- [26] Lewis W. J., *Konstrukcje napięte. Ich forma i praca*, Wydawnictwo Instytut Śląski, Opole 2008.
- [27] Schober H., *Geometrie-Prinzipien für wirtschaftliche und effiziente Schalentragerwerke*, "Bautechnik", vol. 79, nr 1, 2002.
- [28] Guscetti G., Pirazzi C., Degani N., Hess I., *Das Stahldach der BCF-Arena in Fribourg, Schweiz*, "Stahlbau", vol. 89, nr 7, 2020.
- [29] Chea P., Guo Y.-L., Zhang D.-X., Wang H.-F., Wu J.-P., *Buckling behaviors and load resistance design of steel cable-arches under in-plane loads*, "Journal of Constructional Steel Research", vol. 210, 2023
- [30] Bechtold M., Saal H., *Tragverhalten lösbarer Seilklemmen für Spiralseile*, "Stahlbau", vol. 74, nr 11, 2005.
- [31] Shen Y., Cheng H., Yang P., Luo Y., *A Static Control Algorithm for Adaptive Beam String Structures Based on Minimal Displacement*, "Mathematical Problems in Engineering", 2013.
- [32] Zhao X., Yan S., Xu Z., Wu A., *Research and Application of Beam String Structures*, "Structural Engineering International", vol. 25, nr 1, 2015.
- [33] Shen Y., Xu W., Wang Y., Zhang X., Xu X., Zheng X., *Internal force minimization-based adaptive beam string structure: Numerical analysis and experimental study*, "Engineering Structures", vol. 296, 2023.
- [34] Muttoni A., *Brücken mit vorgespannter Stahlunterspannung*, "Stahlbau", 2002.
- [35] Zhou H., Jiang Y., Adhikari S., Yin Q., Cai J., *Comparisons of design methods for beam string structure based on reliability and progressive collapse analysis*, "Structures", vol. 33, 2021, s. 2166–2176.

[36] Wu M., *Analytical method for the lateral buckling of the struts in beam string structures*, "Engineering Structures", vol. 30, nr 9, 2008, s. 2301–2310.

[37] Saitoh M., *40 Years After - Development and Possibility of Beam String Structures*, Proceedings of the IASS Annual Symposium 2019, Barcelona, 2019.

[38] Zhu H., Wang Y., *Key Component Capture and Safety Intelligent Analysis of Beam String Structure Based on Digital Twins*, "Symmetry", vol. 14, nr 6, 2022.

5 Załączniki

- Rysunek zbiorczy konstrukcji ramy nr A-1
- Rysunek elementu wysyłkowego nr A-101-4