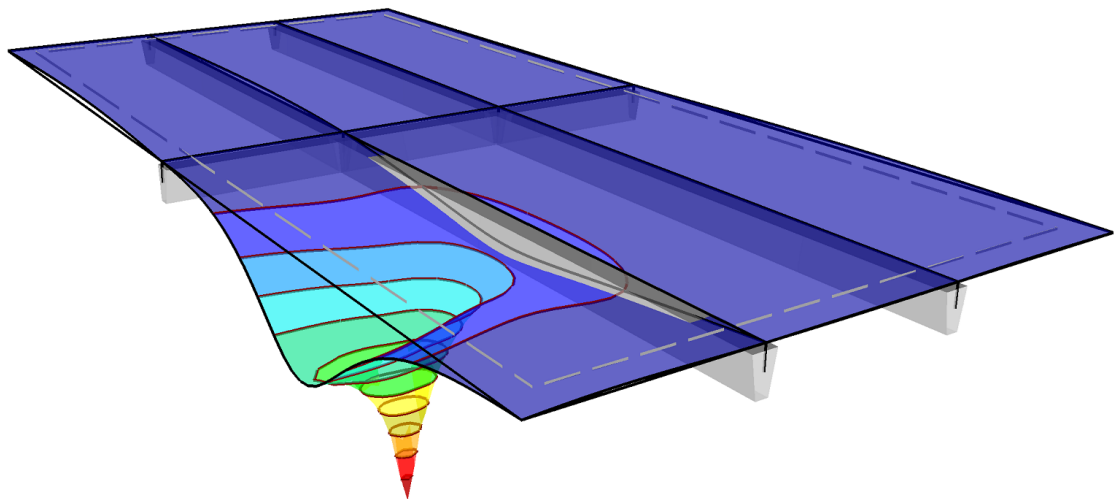
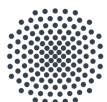


Einflussflächen von Rippenplatten

Evelin Temesgen



vorgelegt an der



Universität Stuttgart

Institut für Baustatik und Baudynamik
Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff

Einflussflächen von Rippenplatten

von

Evelin Temesgen

bearbeitet im Zeitraum

Mai 2025 bis Oktober 2025

(Abgabedatum: 30.11.2025)

im Studiengang

Bauingenieurwesen (B.Sc.)

unter der Betreuung von

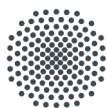
Axel Trautwein, M.Sc.

Erklärung

- Hiermit erkläre ich, dass ich die hier vorliegende Arbeit selbstständig verfasst habe.
- Es wurden nur die in der Arbeit ausdrücklich benannten Quellen und Hilfsmittel verwendet. Wörtlich oder sinngemäß übernommenes Gedankengut habe ich als solches gekennzeichnet.
- Die eingereichte Arbeit war und ist weder vollständig noch in wesentlichen Teilen Gegenstand eines anderen Prüfungsverfahrens.
- Ebenso habe ich die Arbeit weder vollständig noch in Teilen bereits veröffentlicht.
- Ich versichere, dass das elektronische Exemplar mit den anderen Exemplaren übereinstimmt.
- Zusätzlich versichere ich, dass ich KI-gestützte Tools (z. B. zur Texterstellung, Sprachkorrektur oder inhaltlichen Unterstützung) nur in einem zulässigen Rahmen genutzt habe. Der Einsatz und sein Umfang beeinträchtigen nicht die Eigenständigkeit meiner wissenschaftlichen Arbeit.

Stuttgart, 2. Dezember 2025

(Unterschrift Studierende/r)

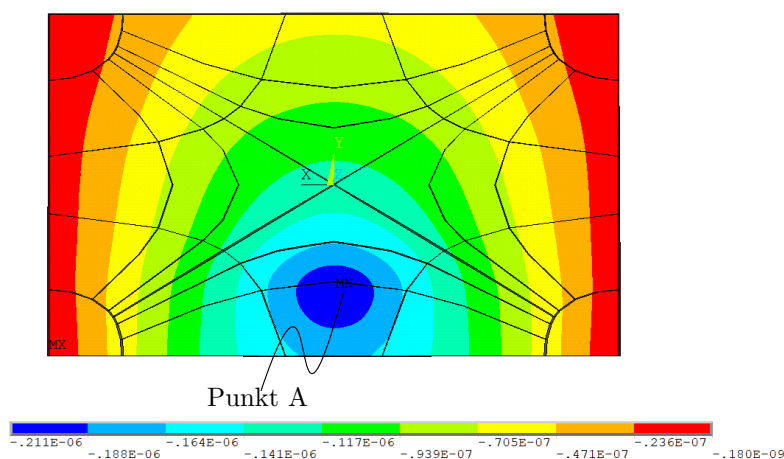


Bachelorarbeit

Einflussflächen von Rippenplatten

Einflusslinien stellen ein elegantes und anschauliches Mittel dar, um beispielsweise maßgebende Laststellungen für gewisse Verschiebungs- und Kraftgrößen zu bestimmen. Dabei ist die Bestimmung der Einflusslinien oft schneller und einfacher als hunderte von Laststellungen zu berechnen und zu überlagern. Die aus der Baustatikvorlesung bekannten Einflusslinien lassen sich dabei nicht nur auf Stabtragwerke anwenden, sondern können als Einflussflächen auch auf Flächentragwerke übertragen werden.

Als Flächentragwerke sollen in dieser Arbeit Rippenplatten untersucht werden. Dabei soll die Anordnung der Rippen von einfachen bis hin zu ungewöhnlichen Geometrien (s. Arbeiten von Philippe Block) variiert werden. Dazu sollen für ausgewählte Verschiebungs- und Kraftgrößen die zugehörigen Einflussflächen berechnet werden und daraus die maßgebenden Laststellungen bestimmt werden. Hierfür soll kommerzielle FE-Software verwendet werden.



Einflussfläche für die Verschiebung an Punkt A der Rippenplatte.

Teilaufgaben

- Einarbeiten in die Theorie der Einflusslinien und Einflussflächen.
- Berechnung von Einflussflächen für Kraft- und Verschiebungsgrößen von verschiedenen Rippenplatten und die darauffolgende Identifizierung maßgebender Lastfälle.
- Zusammenfassen der Ergebnisse und Interpretation im Hinblick auf gebräuchliche Normen im Bauwesen.

Empfohlene Interessengebiete

Baustatik, Modellierung, Flächentragwerke

Kurzfassung

Einflussflächen sind alternative Möglichkeiten, um maßgebende Laststellungen für Tragfähigkeits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweise zu identifizieren. In dieser Arbeit wird die Theorie der Einflusslinien und -flächen auf Rippenplatten übertragen und mithilfe von vier FE-Modellen mit variierenden Geometrien und Lagerbedingungen untersucht. Die Einflussflächen werden mit dem Modul RF-INFLUENCE des Softwaretools RFEM5 berechnet und bekannten Tabellenwerken sowie dem Belastungsumordnungsverfahren gegenübergestellt. Dabei zeigt sich, dass Einflussflächen eine schnelle und anschauliche Beurteilung ungünstiger Laststellungen ermöglichen. Das Belastungsumordnungsverfahren erweist sich für Rippenplatten als als nur eingeschränkt exakt, liefert aber praktikable Näherungen.

Abstract

Influence surfaces are an alternative method for identifying critical load positions for ultimate and serviceability limit state checks. In this work, the theory of influence lines and influence surfaces is transferred to ribbed slabs and examines four FE models with varying geometries and support conditions. The influence surfaces are calculated with the RF-INFLUENCE module of the RFEM5 software and are compared with established reference tables and the load rearrangement method. The results show that influence surfaces enable a fast and intuitive assessment of unfavorable load positions. The load rearrangement method proves to be only partially accurate for ribbed slabs, yet it still proves practical approximations.

Vorwort

An dieser Stelle möchte ich mich herzlich beim Institut für Baustatik und Baudynamik dafür bedanken, dass ich die Möglichkeit hatte, meine Bachelorarbeit dort zu verfassen.

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Axel Trautwein, der mich während des gesamten Prozesses begleitet und unterstützt hat.

Ebenso möchte ich mich von Herzen bei meinen Eltern bedanken, ohne deren Unterstützung dieses Studium nicht möglich gewesen wäre.

Stuttgart, im Oktober 2025

Evelin Temesgen

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation und Zielsetzung	1
1.2	Aufbau der Arbeit	2
2	Grundlagen	3
2.1	Einflusslinien	3
2.1.1	Einflusslinien für Kraftgrößen	4
2.1.2	Einflusslinien für Verschiebungsgrößen	9
2.1.3	Auswertung der Einflusslinien	10
2.2	Einflussflächen	11
2.2.1	Materielle Voraussetzungen	12
2.2.2	Auswertung der Einflussflächen	13
2.3	Gebrauch von Einflussflächen/Stand der Technik	13
2.3.1	Rippenplatten	14
2.3.2	Belastungsumordnungsverfahren für Durchlaufplatten	16
3	Modellbildung	19
3.1	Voraussetzungen und Herangehensweise	19
3.1.1	Plattentheorie	19
3.1.2	RFEM 5 als gewählte FE-Software	20
3.2	Beschreibung der Rechenmodelle	20
3.2.1	P1: 8-Feld-Platte	20
3.2.2	P2: 6-Feld-Platte	20
3.2.3	P3: Kassettendecke	21
3.2.4	P4: Ex Lanificio Gatti	21
3.3	Lastannahmen	22
3.4	Variation der Randbedingungen	23
4	Auswertung	25
4.1	Einflussflächen für P1	25
4.1.1	Punktlagerung	25

4.1.2	Linienlagerung	28
4.2	Einflussflächen für P2	31
4.2.1	Querschnitt 400/200/600	31
4.2.2	Querschnitt 400/200/1200	37
4.3	Einflussflächen für P3	47
4.3.1	Einflussflächen für Feldmomente am Knoten 29	47
4.3.2	Einflussflächen für Stützmomente am Knoten 28	52
4.4	Einflussflächen für P4	55
4.5	Beurteilung der Ergebnisse	58
4.5.1	Modellannahmen und softwarebedingte Einschränkungen	58
4.5.2	Besonderheiten bei Einflussflächen	59
4.5.3	Belastungsumordnungsverfahren	59
5	Zusammenfassung und Ausblick	61
	Literaturverzeichnis	63

Einleitung

1.1 Motivation und Zielsetzung

Um Tragfähigkeits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweise im Bauwesen durchzuführen, spielt das Ermitteln der maßgebenden Laststellungen eine wichtige Rolle. Dabei werden in der heutigen Zeit Hunderte von verschiedenen Laststellungen mit Computer-Statik-Programmen berechnet und überlagert. Eine etwas ältere, aber dennoch effiziente, alternative Methode, mit der geschickt die ungünstigsten Laststellungen von Einzel- und Streckenlasten grafisch ersichtlich sind, ist die Verwendung von Einflusslinien.

Mithilfe des Wissens aus der Vorlesung „Baustatik“ soll hier nun die Theorie der Einflusslinien auf Flächentragwerke übertragen werden.

Seit Mitte des 20. Jahrhunderts wurden mehrere Bücher mit Einflussflächen für verschiedene Plattenbalken und Abmessungen veröffentlicht – angefangen mit Adolf Pucher (1951), Hellmut Homberg, Josef Weinmeister (1956), Stefan Graßhoff (1973) und Siegfried Burmester (1981). Im Jahr 1984 wurde in der Zeitschrift „Beton- und Stahlbetonbau“ (79. Jahrgang) ein Artikel über die modellstatische Ermittlung von Einflussflächen herausgebracht. Aktuellere wissenschaftliche Arbeiten, die sich auf die Methode der Einflussflächen stützen, sind noch vereinzelt zu finden.

In dieser Arbeit werden Rippenplatten mit dem Ziel untersucht, die Geometrien der verschiedenen Plattenmodelle zu variieren, die Einflussflächen für ausgewählte Kraft- und Verschiebungsgrößen zu ermitteln und die maßgebenden Laststellungen zu bestimmen. Es werden selbst konstruierten Modelle, die unterschiedliche Randbedingungen aufweisen, untersucht. Die Einflussflächen werden mit einer kommerziellen FE-Software berechnet.

Abschließend werden die ermittelten Ergebnisse im Bezug auf die heutigen Normen im Bauwesen gedeutet und beurteilt.

1.2 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit ist in fünf Kapiteln aufgeteilt. Kapitel 2 legt die Grundlagen zu dem Verständnis der Einflussflächen. Es werden zuerst die Einflusslinien an zweidimensionalen Tragwerken erklärt. Daraufgehend wird das Wissen auf die Einflussflächen übertragen. Der letzte Abschnitt des Kapitels behandelt die heutige Anwendung von Rippenplatten.

In Kapitel 3 werden die vier Modelle vorgestellt, die für die Untersuchung der Einflussflächen genutzt werden.

Im Anschluss werden in Kapitel 4 die Einflussflächen mithilfe von FE-Modellen ausgewertet und im Hinblick auf verschiedene Plattenrandbedingungen untersucht. Es wird u.a. auf das Belastungsumordnungsverfahren für durchlaufende Platten eingegangen.

Im letzten Kapitel 5 werden die Ergebnisse der Untersuchung zusammengefasst und ein Ausblick auf weitere Aspekte gegeben, die für die Untersuchung der Einflussflächen relevant sein könnten.

Grundlagen

2.1 Einflusslinien

Die *Einflusslinie* ist eine Funktion, die das Verhalten eines ebenen Tragwerks an einem bestimmten Punkt unter einer sich bewegenden Einzellast beschreibt. Dabei wird eine Einflusslinie für eine bestimmte Reaktionsgröße, der Kraft- oder Verschiebungsgröße F_m an der Stelle m , berechnet; die Koordinate ξ gibt den Lastangriffspunkt der Wanderlast an. Die Ordinaten $\eta_{F_m}(\xi)$ der Einflussfunktion werden in Lastrichtung der Wanderlast eingetragen. Anders als bei Zustandslinien, die den Verlauf der Größe F innerhalb eines Tragwerks aufgrund einer ortsfesten Last darstellen, beschreiben Einflusslinien den Wert einer ortsfesten Größe in Abhängigkeit von der Position der Wanderlast. Beispiele für Zustandslinien sind Schnittgrößenverläufe oder Biegelinien.

Zum Zweck einer leichten Berechnung wird eine Einheitslast als Belastung angenommen.

Die Abbildung 2.1 zeigt am Beispiel eines Einfeldträgers, wie die Einflusslinie schrittweise ermittelt wird.

In der ersten Zeile der Abbildung befindet sich die Einheitslast an verschiedenen Lastangriffspunkten $r(\xi)$ entlang des Lastgurtes. Die Lastangriffspunkte wurden zunächst einmal nur exemplarisch gewählt. Jede dieser Laststellungen führt zu einem eigenen Momentenverlauf $M(x)$. Anhand dieser Verläufe kann der Wert des Moments M_m , d.h. das Moment an der Querschnittsstelle m - auch Aufpunkt genannt - abgelesen werden. Im unteren Teil des Bildes ist die Einflusslinie η_{M_m} der Schnittgröße M_m zusammengestellt.

Aus der Abbildung 2.1 wird außerdem ersichtlich, dass für einen exakten Einflusslinienverlauf theoretisch betrachtet unendlich viele Laststellungen berechnet werden müssten. Im Folgenden werden Methoden vorgestellt, mit denen sich Einflusslinien für Kraft- und Verschiebungsgrößen eindeutig bestimmen lassen - teils sogar von Hand.

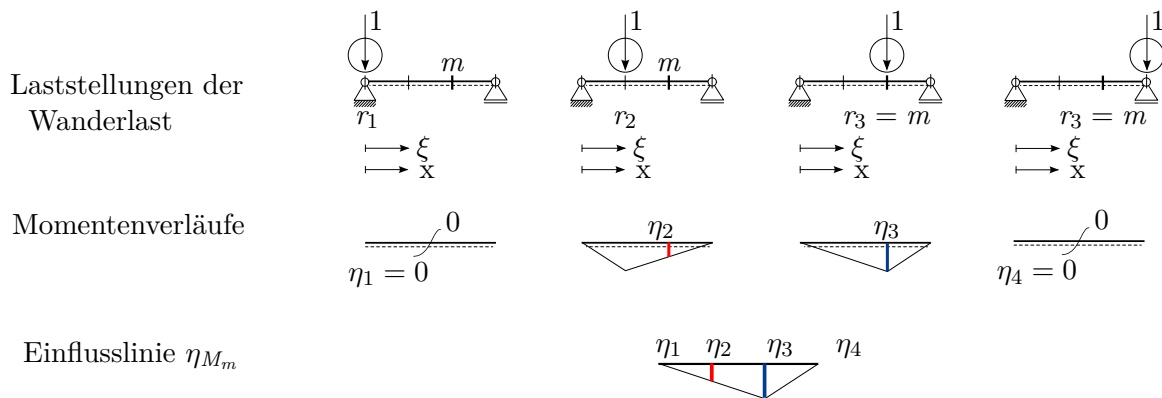


Abbildung 2.1: Entstehung der Einflusslinie, nach[1]

2.1.1 Einflusslinien für Kraftgrößen

Einflusslinien werden für ortsfeste Größen bestimmt (vgl. Kapitel 2.1), daher können sowohl Schnittgrößen als auch Lagerreaktionen untersucht werden. Nachfolgend werden zwei grundlegende Methoden beschrieben und miteinander verglichen.

Statische Methode

Die *statische Methode* basiert direkt auf der Definition der Einflusslinie und beschreibt die Berechnung von Schnitt- oder Auflagergrößen für ausgewählte Lastorte der Wanderlast.

Bei statisch bestimmten Systemen wird die Tatsache, dass die Einflusslinie abschnittsweise linear (für Momente) bzw. konstant (für die Querkraft) ist, zur schnellen Berechnung ausgenutzt. Bei Querkraft. Die Linearität ergibt sich daraus, dass nur die Gleichgewichtsbedingungen der STATIK gebraucht werden, um die Schnitt- und Lagerkräfte zu berechnen. Die einzige Größe, die sich bei jeder neuen Laststellung der Wanderlast variiert, ist das Moment um die Stelle m . Dabei verändern sich bei der Aufstellung der Gleichgewichte die Hebelarme der Auflagerkräfte und der Wander-Einzellast linear, vgl. [1]. Deshalb genügt es zur Ermittlung der Einflusslinie für eine bestimmte Größe, beispielsweise für die Schnittgröße M_m , die Last an ausgewählten Punkten entlang des Tragwerks zu positionieren. Solche Punkte sind z.B. Gelenke, biegesteife Ecken, freie Enden oder der Aufpunkt selbst. Für jede dieser Laststellungen berechnet man den entsprechenden Momentenverlauf über das gesamte Tragwerk, bzw. nur den Momentenwert an der charakteristischen Stelle m . Anschließend werden die erhaltenen Werte für M_m an der jeweiligen Koordinate ξ angetragen und die Ordinaten linear miteinander verbunden.

Im folgenden Beispiel wird das Brückentragwerk mit zwei Stützen aus Abbildung 2.2 betrachtet. Um die Einflusslinie für das Schnittmoment am Knoten 2 zu bestimmen, wird der Riegel des Rahmensystems, also der Lastgurt 1-2-3-4-5, durch eine vertikale Wanderlast belastet. Die relevanten Knoten des statisch bestimmten Systems für die Laststellungen sind hier Knoten 1 (freies Ende), Knoten 2 (biegesteife Ecke) und Knoten 3 (Gelenk), sowie Knoten 4 und 5.

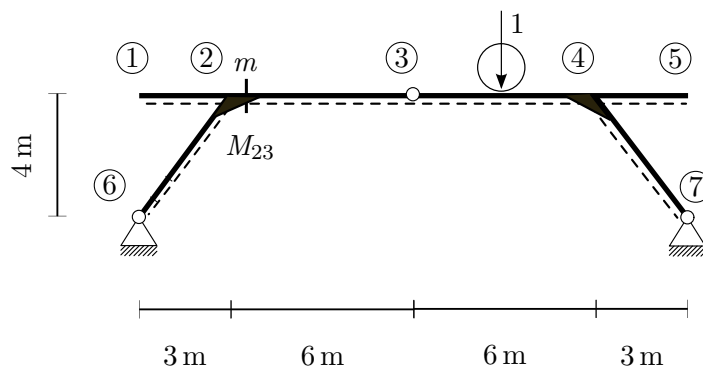
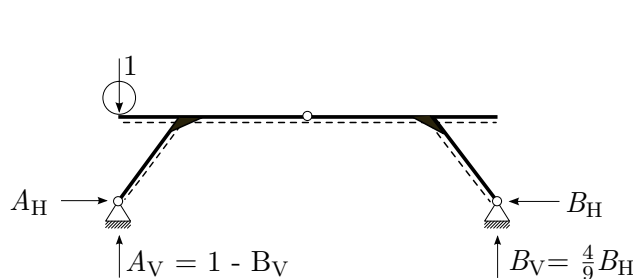


Abbildung 2.2: Brückentragwerk

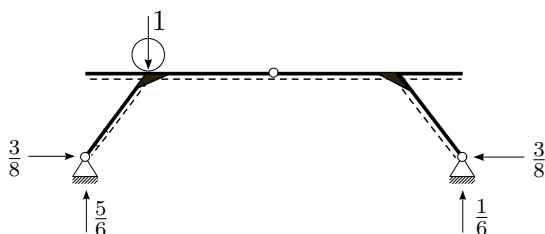
In Abbildung 2.3 ist die erste Laststellung an Knoten 1 dargestellt. Zunächst werden die Reaktionskräfte mithilfe der Gleichgewichtsbedingungen ermittelt. Der Rechenweg ist in der Abbildung aufgeführt. Daraufhin wird der Momentenwert M_{23} - also der Ordinatenwert der Einflusslinie $\eta_{M_{23}}$ am Knoten 1 - durch das Momentengleichgewicht am Schnittpunkt m berechnet.



$$\begin{aligned}\sum M_6 &= 0 : B_V \cdot 18 = 0 \\ &\Rightarrow B_V = 0 \\ &\Rightarrow B_H = A_H = 0 \\ &\Rightarrow A_V = 1 \\ M_{23} &= A_V \cdot 3 - A_H \cdot 4 - 1 \cdot 3 \\ &\Rightarrow M_{23} = 0 \\ M_{32} &= B_V \cdot 3 - B_H \cdot 4 \\ &\Rightarrow M_{32} = 0\end{aligned}$$

Abbildung 2.3: Laststellung 1

Für die Laststellung 2 und 3 (siehe Abbildungen 2.4 und 2.5) können dieselben Gleichgewichtsbedingungen wie bei der Laststellung 1 genutzt werden. Die ermittelten Momentenwerte an der Stelle m entsprechen den Ordinatenwerten der Einflusslinie.



$$\begin{aligned}M_{23} &= \frac{5}{6} \cdot 3 - \frac{3}{8} \cdot 4 = 1 \\ M_{32} &= \frac{1}{6} \cdot 3 - \frac{3}{8} \cdot 4 = -1\end{aligned}$$

Abbildung 2.4: Laststellung 2

Die verbleibenden zwei Laststellungen ergeben sich aus den Belastungen der Knoten 4 und 5. Aufgrund der Symmetrie ist das Moment M_{23} wegen der Wanderlast am Knoten 4 gleich dem Moment M_{32} durch die Last am Knoten 2. Auch entspricht M_{23} dem Momentwert M_{32} . Die Rechenwege für M_{23} und M_{32} sind in Abbildung 2.3, 2.4 und 2.5 ersichtlich. Anschließend werden die Ordinaten der Einflusslinie in Richtung der Wanderlast - also vertikal - eingetragen. Der fertige Graph ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Positive Werte der Einflusslinie werden konventionell nach unten angetragen und nach rechts für horizontale Wanderlasten.

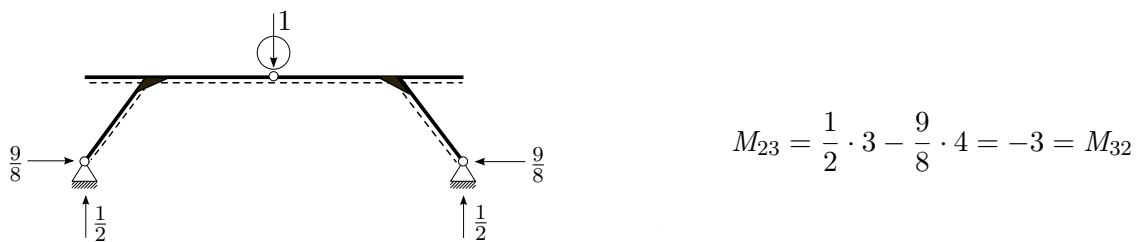


Abbildung 2.5: Laststellung 3

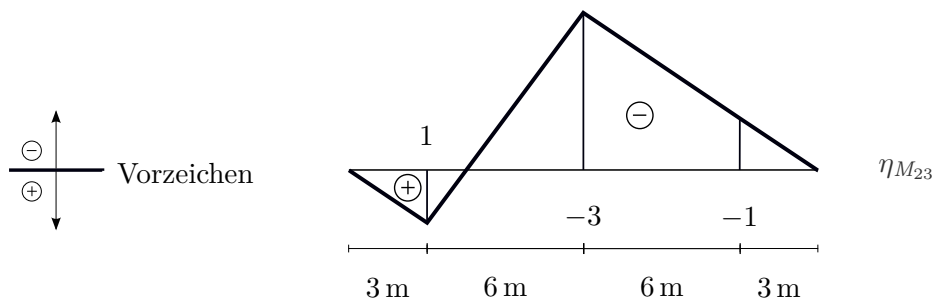


Abbildung 2.6: fertige Einflusslinie

Für den Brückenbau sind neben den vertikalen auch die horizontalen Lasten, etwa durch Wind, von wesentlicher Bedeutung. Hierbei kann die Einflusslinie aufgrund einer horizontalen Wanderlast zur Hilfe gezogen werden. Bei der Betrachtung des Lastgurtes werden an den zuvor beschriebenen Knoten die Einzellasten horizontal angesetzt. Um die horizontalen Laststellungen zu demonstrieren, ist in Abbildung 2.7 die Einflusslinie für das Eckmoment M_{26} der linken Stütze des Tragwerks dargestellt.

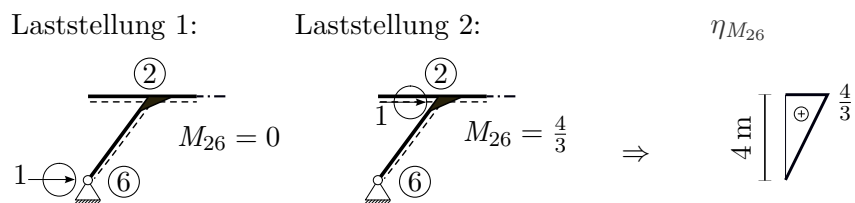


Abbildung 2.7: Einflusslinie aufgrund einer horizontalen Wanderlast

In dem Fall der Stütze werden für die Berechnung nur zwei Laststellungen benötigt. Der Graph erstreckt sich über die in vertikaler Richtung projizierte Länge der Stütze. Der Rechenweg für die Momentenverläufe wird hier nicht näher dargestellt.

Bei einem statisch unbestimmten System hat die statische Methode für Handrechnungen keine besonderen Vorteile, da hier die Einflusslinie gekrümmt ist und einzelne Laststellungen für die exakte Berechnung nicht mehr ausreichen([1]). Dazu kommt auch noch die Schwierigkeit, dass die statisch unbestimmten Aufgaben mithilfe des Kraftgrößen- oder Verschiebungsgrößenverfahrens gelöst werden müssen. Als Grenzfall können einzelne Ordinatenwerte der Einflusslinie berechnet und Zwischenwerte qualitativ geschätzt bzw. interpoliert werden.

Kinematische Methode

Die *kinematische Methode* ist ein (grafischer) Lösungsweg zur Ermittlung von Einflusslinien. Ihr Vorteil gegenüber der statischen Methode liegt darin, dass nur ein einzelner Lastfall untersucht werden muss. Ein weiterer Unterschied: Bei der kinematischen Methode wird kein Kraft- sondern ein Verschiebungslastfall aufgebracht.

Es gilt folgender Zusammenhang (*Satz von Land*, Robert Land, 1882):

„Zur Ermittlung der Einflusslinie für eine Kraftgröße S an der Stelle m , wird eine der gesuchten Kraft entsprechende Verschiebung (*Unverträglichkeit*) $d = -1$ angebracht und die Verschiebung des Lastgurtes auf die Lastrichtung projiziert.“ [1](S. 94)

Im Folgenden wird die Herleitung des Satzes näher erläutert:

Die Ermittlung der Einflusslinie erfolgt mithilfe des *Prinzips der virtuellen Verschiebungen* (PvV). Dieses besagt, dass die Summe der virtuellen Arbeiten, die an einer beliebigen virtuellen Verschiebungsfigur durch äußere und innere Kräfte geleistet wird, gleich Null ergibt:

$$\delta W^e = -\delta W^i \quad \forall \delta d \quad (2.1)$$

$$\delta W^e = \sum_i F_i \delta d_i + \sum_i Q_i \delta w_i + \sum_i N_i \delta u_i + \sum_i M_i \delta \varphi_i + \int_x p \delta d \, dx \quad (2.2)$$

$$-\delta W^i = \int_x M \delta \kappa \, dx + \int_x N \delta \varepsilon \, dx + \int_x V \delta \gamma \, dx \quad (2.3)$$

Die Gleichung (2.2) beschreibt die Arbeiten durch äußere Einzel- und Streckenlasten sowie Arbeiten durch äußere Momente und eventuell ausgelöste Schnittkräfte M , Q und N . Die virtuelle Verformung δd steht für eine Verschiebung in Lastenrichtung, δw und δu beschreiben Verschiebungen senkrecht und normal zur Systemachse; die Verformung $\delta \varphi$ gibt eine virtuelle Verdrehung in der Systemebene an.

Um mithilfe des PvV eine unbekannte innere Kraftgröße S_m zu ermitteln, wird der in Gleichung (2.1) formulierte Arbeitssatz auf eine geschickt gewählte Verschiebungsfigur angewendet.

Dabei wird die gesuchte Größe durch Einfügen einer zu ihr energetisch konjugierten, kinematischen Unverträglichkeit zu einer äußeren, „sichtbaren“ Größe gemacht und an dieser Stelle eine virtuelle Einheitsverformung entgegengesetzt zu S_m aufgebracht. Die Lagerbedingungen des realen Tragwerks werden für die entstehende Verschiebungsfigur übernommen. Das bedeutet wiederum, dass sich das Tragwerk konform zu den Lagerrandbedingungen verformt. Bei statisch bestimmten Systemen wird das System durch das Auslösen einer unbekannten Größe kinematisch. Das hat zur Folge, dass die innere Arbeit δW^i verschwindet, da keine virtuellen Krümmungen $\delta\kappa$ oder Verzerrungen $\delta\varepsilon$ und $\delta\gamma$ auftreten. Auch bei statisch unbestimmten Systemen verschwindet die innere Arbeit [1], worauf aber hier nicht näher eingegangen wird.

Will man nun beispielsweise den Momentenwert M_m an der beliebigen, aber festen Stelle m ermitteln, der durch die äußere, an der Stelle ξ angreifende Wanderlast $F(\xi) = 1$ entsteht, wird M_m erst wie oben beschrieben ausgelöst. Daraufhin kann der Wert $F = 1$, sowie die uns bekannte, zu M_m entgegengesetzte Verdrehung $\delta\varphi = -1$ in (2.2) und daraufhin in (2.1) eingesetzt werden:

$$\delta W^e = 1 \cdot \delta d(\xi) + M_m \cdot (-1) = 0 \Rightarrow M_m = 1 \cdot \delta d(\xi) \quad (2.4)$$

Aus dem Ergebnis der Gleichung (2.4) wird ersichtlich, dass die Verschiebungsfigur – sofern sie passend gewählt wird – der gesuchten Einflusslinie entspricht. Der Ordinatenwert $\eta(\xi)$ kann direkt an der grafisch erstellten Verschiebungsfigur an der Stelle ξ abgelesen werden. Dabei ist zu beachten, dass für $\delta d(\xi)$ die Verschiebung des Lastgurttes projiziert auf die Lastrichtung eingesetzt werden muss [1].

In der Abbildung 2.8 werden die herausgelösten Schnittkräfte M , Q und N sowie eine zu einer äußeren Kraft „transformierten“ Auflagerkraft gezeigt, zusammen mit ihrer energetisch konjugierten Größe und der Verschiebungsfigur an der Stelle m . Wird das Schnittmoment M_m gesucht, wird ein negativer Einheitsknick eingefügt, bei Q_m , N_m und A_V wird eine negative (Differenz-)Verschiebung in Kraftrichtung aufgebracht.

Ein statisch unbestimmtes System wird nach Auslösen einer inneren Größe - im Gegensatz zu einem statisch bestimmten System - nicht kinematisch. Das bedeutet, dass die Biegelinie nach Aufbringen der vorgegebenen Einheitsverformungen nicht lineare, sondern Verläufe höherer Ordnung hat. Biegelinien lassen sich analytisch u.a. durch Integration der Differentialgleichungen oder mithilfe der ω - Tafeln lösen [1]. Aber auch qualitative Biegelinien, die lediglich durch das Berücksichtigen der Lagerbedingungen und der vorgegebenen Verformung skizziert

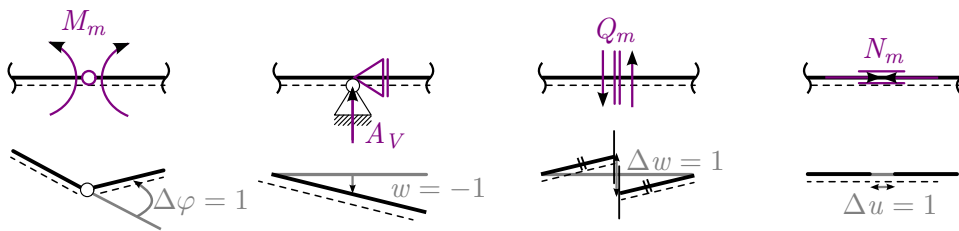


Abbildung 2.8: In lila: Einfügen von Gelenken, Auslösen von Auflagergrößen

werden, können zur groben Abschätzung des Tragverhaltens dienen - um etwa das Vorzeichen der Schnittgrößen zu erkennen oder qualitative Aussagen über den Verformungsverlauf zu treffen.

Vergleich der beiden Methoden

Beide Methoden besitzen jeweils spezifische Vorteile. Die statische Methode orientiert sich unmittelbar an der Definition der Einflusslinie und ist daher in ihrer Anwendung simpel und intuitiv. Allerdings müssen - insbesondere bei der Ermittlung exakter Einflusslinien - viele einzelne Laststellungen ausgewertet werden, was den Rechenaufwand deutlich erhöht.

Die kinematische Methode stützt sich auf das Prinzip der virtuellen Verschiebungen und erfordert lediglich einen einzigen Lastfall. Jedoch muss die zu der gesuchten Schnittgröße energetisch konjugierte Verformung korrekt gewählt werden, um die zugehörige Verformungsfigur zu bestimmen.

2.1.2 Einflusslinien für Verschiebungsgrößen

Um ein Tragwerk allumfassend beurteilen zu können, ist die Betrachtung von Verformungen wie die horizontale Verschiebung eines verschieblichen Auflagers oder die Durchbiegung eines Stabtragwerks in Feldmitte, zum Beispiel für einen Gebrauchstauglichkeitsnachweis, nicht zu ignorieren. Um die Einflusslinie einer diskreten Verformung an der Stelle m zu ermitteln, wird der *Satz von Betti und Maxwell* verwendet.

Dieser besagt, dass für linear elastische Systeme gilt:

„Die Verschiebungsgröße d_{mr} am Punkt m infolge einer Last F am Punkt r ist gleich die Verschiebungsgröße d_{rm} am Punkt r infolge einer Last F am Punkt m .“ [1](S. 99)

Diese Aussage gilt für statisch bestimmte sowie statisch unbestimmte Systeme [1]. Die Anwendung des Satzes wird in der Abbildung 2.9 für eine Einzellast F demonstriert:

Aufgrund von F stellen sich für den dargestellten Einfeldträger unterschiedliche Verschiebungsfiguren ein, je nach Ort des Lastangriffspunkts r_1 , r_2 oder r_3 . Nach Definition des *Satzes von Betti und Maxwell* entsprechen die jeweiligen vertikalen Verschiebungen d_{mr} den Verschiebungen d_{rm} an den jeweiligen ξ -Koordinaten von $r(\xi)$ aufgrund von F an der Stelle m . Die Einflusslinie $\eta_{d_{mr}}$ für die vertikale Verschiebung einer Systemachse entspricht also der Biegelinie aufgrund einer vertikalen Einheitslast am Aufpunkt m . Das Vorzeichen der Ordinaten ergibt sich – analog zur kinematischen Methode – daraus, ob die Verschiebungsrichtung des Tragwerksquerschnitts mit der Bewegungsrichtung der Wanderlast übereinstimmt, also ob positive oder negative Arbeit geleistet wird.

Somit wurde die Einflusslinie für eine vertikale Verschiebung aufgrund einer vertikalen Wanderlast bestimmt. Für die Berechnung von Einflusslinien für horizontale Verschiebungen oder

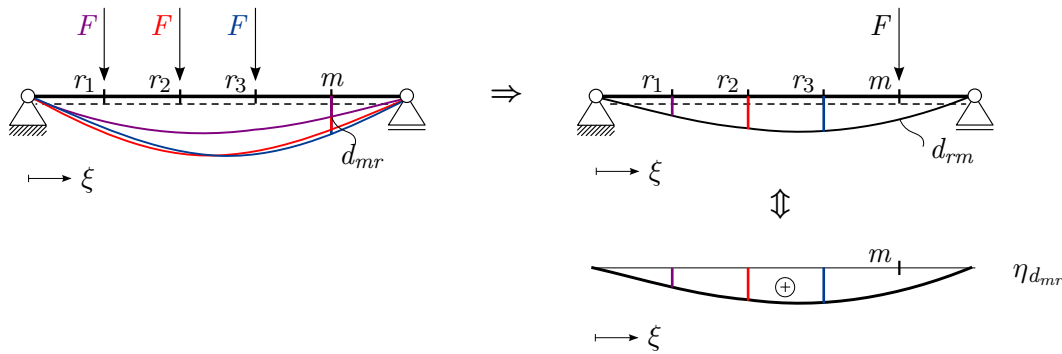


Abbildung 2.9: Anwendung des Satzes von Betti und Maxwell für die Ermittlung der Einflusslinie $\eta_{d_{mr}}$

Verdrehungen wird als Ersatzlastfall - analog zu Abbildung 2.9 - die zu der Verformung energetisch konjugierte (Kraft-)Größe an der Stelle m auf das System aufgebracht, vgl. Abbildung 2.8. Es kann beispielsweise nach einer Einflusslinie für eine horizontale Verschiebung aufgrund einer vertikalen Wanderlast gesucht werden; in diesem Fall wäre der Ersatzlastfall eine horizontale Einzellast an der Stelle m und die gesuchte Einflusslinie der vertikale Verschiebungsverlauf, also die in Wanderlastrichtung projizierte Verschiebung.

Ergänzend wird erwähnt, dass die energetisch konjugierte Größe eines Moments korrekterweise der Tangens eines Drehwinkels φ ist. Jedoch wird in den meisten Statiklehrbüchern bei kleinen Winkeln φ aufgrund von $\tan(\varphi) \simeq \varphi$ in Arbeitsgleichungen der Drehwinkel selbst verwendet [2].

2.1.3 Auswertung der Einflusslinien

Die Auswertung der Einflusslinie zur exakten Berechnung der untersuchten Kraft- oder Verschiebungsgröße F_m aufgrund der - in Realität auftretenden - äußeren Last $q(\xi)$ und F erfolgt mithilfe der Integration über die Länge l des Lastgurtes [1]:

$$F_m = \int_0^l q(\xi) \eta(\xi) d\xi + \sum_i F_i(\xi_i) \eta(\xi_i). \quad (2.5)$$

Mithilfe der Gleichung (2.5) kann für jede Laststellung die gesuchte Größe F_m bestimmt werden. Wenn bei einer Tragwerksuntersuchung der maximale bzw. minimale Wert gesucht wird, den die Größe F_m annehmen kann, werden die Lasten $q(\xi)$ und F so angesetzt, dass der Term aus (2.5) maximal bzw. minimal wird. So werden die ungünstigsten Laststellungen identifiziert.

Um beispielsweise für das in Abbildung 2.2 dargestellte Brückentragwerk das maximale Moment M_m zu ermitteln, wird die (veränderliche) Verkehrslast $q(\xi)$ über jene Länge des Last-

gurts angesetzt, in der die Einflusslinie positive Werte annimmt. Die veränderliche Einzellast F_1 , die die Achslast von Fahrzeug repräsentieren kann, wird an der Stelle mit dem maximalen Ordinatenwert der Einflusslinie positioniert, vgl. Abbildung 2.10.

2.2 Einflussflächen

Die *Einflussfläche* stellt die Theorie der Einflusslinien, erweitert für Flächentragwerke dar. Eine Einflusslinie kann als ein Schnitt durch eine Einflussfläche oder als eine Einflussfläche für ein Linientragwerk verstanden werden.

Zur Ermittlung von Einflussflächen wird das gleiche Vorgehen angewendet: Eine Einheitslast wandert über die Fläche des Tragwerks, die mit x - y -Koordinaten beschrieben wird, und erzeugt Reaktions- und Schnittkräfte an der Stelle $m(x, y)$. Einflussflächen sind demnach zweidimensionale Funktionen $\eta_{F_m}(\xi, \gamma)$. Sie können wie in Abbildung 2.11 als isometrische Höhenlinien abgebildet werden. An der Gestalt der Einflussfläche kann man direkt die Lage des Aufpunktes und die Art der Einflussfläche - also nach welcher Kraft- oder Verschiebungsgröße gesucht ist - erkennen. Die charakteristische Form der Einflussfläche eines Moments in Feldmitte ist eine Ellipse, die leicht nach innen gedrückt ist. Bei der für das Drillmoment sticht die doppelsymmetrische Anordnung der bogenförmigen Höhenlinien hervor (siehe Abbildung 2.11) [3].

Um Einflussflächen für Kraftgrößen zu ermitteln, wird die statische Methode angewendet. Die Einzellast kann in verschiedenen, vorgegebenen „Rasterpunkten“ angreifen. Die dabei resul-

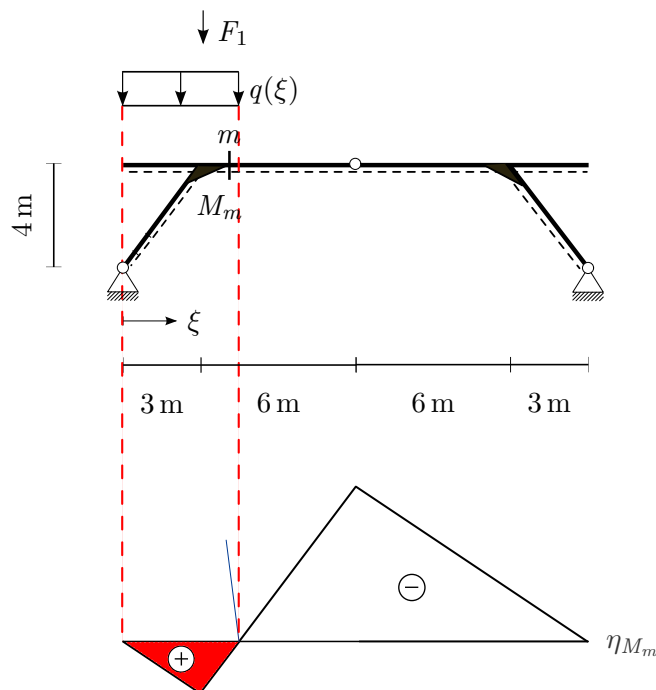


Abbildung 2.10: Maßgebende Laststellung für Schnittmoment M_m

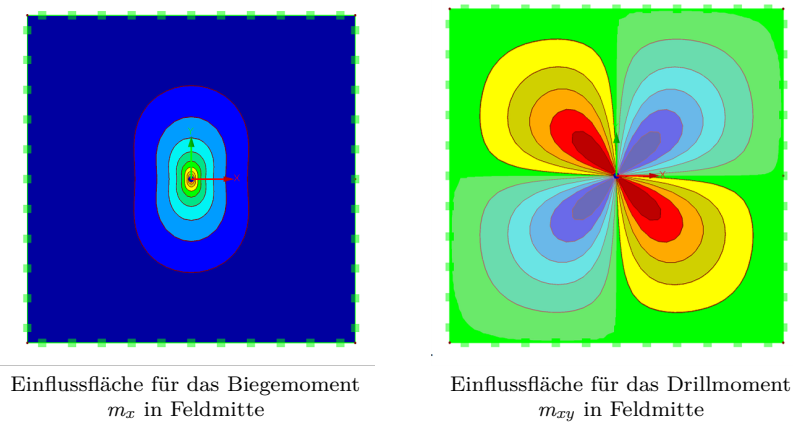


Abbildung 2.11: Qualitative Einflussflächen einer allseitig eingespannten Einfeldplatte

tierenden Reaktionskräfte an der Stelle m werden entsprechend notiert. Zwischenwerte der Einflussfläche werden interpoliert. Als Beispiel dient Abbildung 2.12, die eine zweiseitig gelagerte Platte mit beispielhafter Rasteranordnung zeigt. Diese Rasteranordnung kann z.B. aus dem Netz eines Finite-Elemente-Modells resultieren.

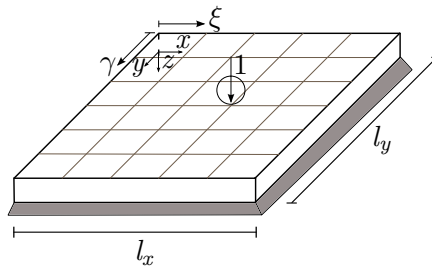


Abbildung 2.12: Wanderlast auf einer Platte

Eine andere Möglichkeit stellt die *Direkte Steifigkeitsmethode* dar. Hierbei wird erst die Systemsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ gebildet und in die Bedingungsgleichung $\mathbf{K}\mathbf{D} = \mathbf{F}$ eingesetzt. Der Systemlastvektor $\mathbf{F}$ wird mehrmalig eingesetzt. Dabei hat aufgrund der Einheitslast immer genau eine Komponente des Vektors den Wert 1, die anderen Null. Der Wert 1 wird abhängig vom Freiheitsgrad der Plattenelemente eingesetzt. Mithilfe der Bedingungsgleichung kann die Gesamtverschiebung $\mathbf{D}$ berechnet werden. Die lokalen Schnittgrößen lassen sich mittels der Spannungsmatrix und den lokalen Verformungsgrößen rückrechnen [2].

2.2.1 Materielle Voraussetzungen

Die Theorie der Einflussflächen folgt den Voraussetzungen der allgemeinen Plattentheorie. Die Dicke t der Platte wird als konstant und klein gegenüber ihren Längenabmessungen angenommen. Außerdem wird vorausgesetzt, dass der Baustoff isotrop und homogen ist und

dem *Hooke'schen* Gesetz folgt. Zudem sollen die Durchbiegungen klein gegenüber der Dicke sein [3].

2.2.2 Auswertung der Einflussflächen

Die Auswertung der Einflussfläche erfolgt analog zu den Einflusslinien. Für eine Einzellast F und eine Flächenlast p gilt [3]:

$$F_m = \iint q(\xi, \gamma) \eta(\xi, \gamma) d\xi d\gamma + \sum_i F_i(\xi_i, \gamma_i) \eta(\xi_i, \gamma_i). \quad (2.6)$$

Die Koordinaten (ξ, γ) beschreiben die Einflussfläche analog zu ξ bei der Einflusslinie. Das Integral gibt das Volumen unter dem Graphen der Einflussfunktion im Lastbereich an. Das Ergebnis dieses Integrals ist die gesuchte Kraft- oder Verschiebungsgröße.

Aus der Gleichung 2.6 wird ersichtlich, dass die Einflussfelder von den absoluten Maßen der Platte unabhängig sind nur die Gestalt der Platte bzw. die Seitenverhältnisse einen Unterschied machen.

Nach [3] und [4] werden die Volumen in einer Abschätzung bestimmt. Zur Anwendung kommt die *Simpson'sche* Regel zur numerischen Integration, mit der mithilfe des Höhenlinienplans der Einflussfläche ein Mittelwert η_m der Einflussordinaten berechnet wird.

2.3 Gebrauch von Einflussflächen/Stand der Technik

Einflussflächen finden in der Ingenieurpraxis viele Anwendungen: Besonders im Verkehrswegebau sind sie von zentraler Bedeutung, da hier bewegliche, nicht gleichmäßig verteilte Verkehrslasten auftreten, deren ungünstige Laststellungen für die Bemessung ermittelt werden müssen. Brücken und Bauwerke lassen sich häufig als zweidimensionale Tragwerke modellieren, so dass auch Einflusslinien zur Berechnung maßgebender Schnittkräfte ein geeignetes Werkzeug darstellen. Darüber hinaus dienen Einflussflächen und -linien dem Tragwerksverständnis. Sie ermöglichen sie ein schnelles und direktes Ablesen der kritischsten Laststellungen ohne umfangreiche Einzelberechnungen durchzuführen. Es existieren auch viele Tabellenwerke mit Einflusswerten für Standardtragwerke, die die Arbeit von Tragwerksplanenden erheblich erleichtern kann. Beispiele dafür sind [5] oder [3]. Ein weiteres Tabellenwerk sind die von Rüsch, der die Einflussflächen von Rechteckplatten für die Verkehrslasten bei Straßen- und Wegbrücken nach DIN 1072 ausgewertet hat [4].

Die kinematische Methode für Einflusslinien wird in einem modellstatischen Versuch auf Platten angewendet und in der Zeitschrift „Beton- und Stahlbetonbau“ beschrieben [6]. Dabei wurde für eine Momenten-Einflussfläche mit einem sogenannten „Verformer“ ein Knick in der

gewünschten Momentenebene erzeugt und die Biegefigur der Platte als Einflussfläche interpretiert.

2.3.1 Rippenplatten

Das Konstruktionselement Platte ist in der Industrie sehr verbreitet und wird z.B. als Decken- oder Bodenplatte im Hochbau oder als Fahrbahnplatte im Brückenbau verwendet. Platten werden primär dazu eingesetzt, senkrecht zu ihrer Ebene wirkende Lasten abzutragen; dabei werden sie hauptsächlich über Biegung belastet. Somit entstehen auch Querkkräfte. Je nach Lagerung und Spannweite werden *einachsig* und *zweiachsig* gespannte Platten betrachtet.

Rippenplatten, auch *Rippendecken* genannt, sind eine Variation von massiven Vollplatten und beschreiben Mehrfeldplatten, die durch stegförmige, meist geradlinige Unterzüge für einen größeren Widerstand gegen Durchbiegung oder Wölbung unterstützt werden. Sie werden hauptsächlich für den Stahlbetonbau verwendet, sind aber auch im Holzbau zu finden. Die Rippenanzahl und -querschnitte können je nach Anwendung und architektonischer Überlegungen frei variiert werden. Ein Beispiel für eine typische Rippenplatte ist in Abbildung 2.13 gezeigt.

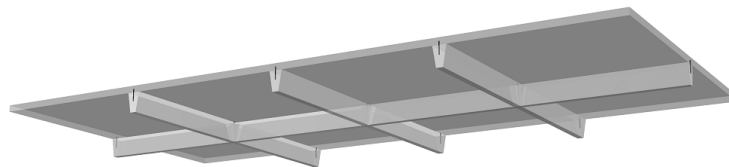


Abbildung 2.13: Rippenplatte

Tragverhalten

Rippendecken sind Sonderformen der Plattenbalken und wirken statisch gleich wie Plattenbalkenkonstruktionen. In der Stahlbetonbemessung wird die Rippenplatte in zwei Positionen aufgeteilt: Die Platte als Durchlaufträger und die Stege als Plattenbalken mit einer mitwirkenden Plattenbreite.

Obwohl die Rippenplatten materialeitig homogen sind, ist die Geometrie wegen lokal veränderter Plattenstärke nicht homogen. Sie haben demnach in Rippenrichtung wegen der höheren Plattenstärke eine größere Steifigkeit. Rippenplatten weisen demnach ein anisotropes mechanische Eigenschaften auf. *Kassettendecken* bzw. Rippendecken mit beidseitig verlaufenden Rippen weisen eine zweiachsigen Lastabtrag auf und haben demnach ein isotropes Verhalten. Rippenplatten gelten allgemein als drillweiche Konstruktionselemente [7].

Für eine optimale Lastweiterleitung zwischen der Platte und den Rippen ist ein kraftschlüssiger Verbund notwendig [8].

Bei einachsiger Tragwirkung wird die Platte vereinfacht als 1 m breiten Plattenstreifen als 2D-Tragwerk bemessen. Wenn eine zweiachsige Tragwirkung berücksichtigt werden muss, können beispielsweise die Czerny-Tafeln oder die Bemessungstafeln von Stigplat und Wippel verwendet werden. Zur Berechnung von Bemessungsmomenten von orthogonalen, durchlaufenden Mehrfeldplatten wird u.a. das Belastungsumordnungsverfahren in Verbindung mit den Czerny-Tafeln verwendet. Auf dieses Verfahren wird in Kapitel 2.3.2 näher eingegangen.

Verwendung und Forschung im Bauwesen

Während Vollplatten wegen ihrer simplen Produktion vermehrt eingesetzt werden, haben die Rippenplatten den großen Vorteil, dass sie materialeinsparend konstruiert werden, da der Werkstoff je nach innerer Belastung verteilt wird und das Plattengewicht durch die Anordnungen von Aussparungen reduziert wird [9]. Vor allem in der heutigen Zeit, in der an nachhaltigen und umweltschonenden Alternativen zu (Stahl-)Beton geforscht wird, haben schlanke Tragwerke wie Rippenplatten großes Potenzial für innovative Konstruktionen. So hat beispielsweise die Forschungsgruppe *Block Research Group* unter der Leitung von Prof. Dr. Philippe Block unter dem Ansatz von nachhaltigem Bauen an sogenannten gewölbten „funicular floor systems“ gearbeitet. Diese tragen die aufkommenden Flächenlasten ohne Einsatz von Bewehrungsstahl nur durch Druck und nicht durch Biegung ab. Die aufkommenden horizontalen Schubkräfte werden durch Zugglieder abgefangen und stabilisiert [10]. Dabei werden die aussteifenden Rippen je nach innerem Kraftfluss der Platte optimal angeordnet.

Auch das Institut für Leichtbau, Entwerfen und Konstruieren an der Universität Stuttgart arbeitet u.a. an adaptiven Rippenplatten mit nachträglichem Vorspannungsverbund, die individuelle äußere Beanspruchungen effizient abtragen.

Die Charakteristiken von Rippenplatten - im Vergleich zu Voll- oder Hohlkastendecken- lassen sich wie folgt zusammenfassen [9]:

- Sie bieten erhebliche Materialeinsparungen und Eigengewichtsreduktion
- und gleichzeitig höhere Steifigkeiten im Vergleich zu Vollplatten mit gleichem Biegegi-derstand
- Größere Spannweiten möglich
- Größere Gesamthöhe der Konstruktion
- Höhere exponierte Oberfläche, unvorteilhaft für den Feuerschutz
- Querschubbeanspruchung der Rippen
- Eventuelles Anpassen der Rippenabstände je nach Spannweite der Platte erforderlich

Es sind außerdem Normen zur Torsionssteifigkeit von Rippen- und Kassettendecken gegeben. In Eurocode 2, 5.3.1 steht:

„(6) Rippen- oder Kassettendecken brauchen für die Ermittlung der Schnittgrößen nicht als diskrete Bauteile behandelt werden, wenn die Gurtplatte zusammen mit den Rippen eine ausreichende Torsionssteifigkeit aufweist. Dies darf vorausgesetzt werden, wenn:

- der Rippenabstand 1500 mm nicht übersteigt,
- die Rippenhöhe unter der Gurtplatte das 4fache der Rippenbreite nicht übersteigt,
- die Dicke der Gurtplatte mindestens 1/10 des lichten Abstands zwischen den Rippen oder 50 mm beträgt, wobei der größere Wert maßgebend ist,
- Querrippen vorgesehen sind, deren lichter Abstand nicht größer als die 10fache Plattendicke ist. “ [11]

2.3.2 Belastungsumordnungsverfahren für Durchlaufplatten

Das *Belastungsumordnungsverfahren* (kurz *BUV*) dient dazu, die Schnittgrößen orthogonaler Mehrfeldplatten mithilfe der Tafelwerke von Czerny näherungsweise zu ermitteln [7]. Es beruht auf die Analyse von Einfeldplatten. Die Voraussetzungen bzw. Annahmen über die Platte zur Nutzung dieses Verfahrens sind:

- eine konstante Plattendicke, für alle Plattenfelder
- eine vertikal unverschiebliche Lagerung an allen Plattenrändern
- gelenkig gelagerte Außenränder
- eine gleichförmige, über ganze Plattenfelder verteilte Flächenlast
- ein regelmäßiges Raster (eine Stützweitendifferenz in einer Durchlaufrichtung von kleiner als 25%)

Es wird angenommen, dass die Steifigkeit der vertikalen Lagerung, zum Beispiel durch Wände oder Träger, so hoch ist, dass ihr Einfluss auf die Platte durch ihre vergleichsweise kleinen Verformungen vernachlässigbar sind [7]. Mithilfe dieses Verfahrens können die Laststellungen für die maximalen und minimalen Werte für das Stütz- und Feldmoment bestimmt werden. Diese werden mittels in den Czerny-Tafeln angegebenen Formeln berechnet. Dabei wird davon ausgegangen, dass die maßgebenden - also die betragsmäßig größten - Momente immer in Feldmitte auftreten.

Zur Bestimmung der Extremwerte der Feldmomente wird die ständige Last g gleichmäßig auf der ganzen Platte angesetzt, während die veränderliche Verkehrslast schachbrettartig angeordnet wird. Das betrachtete Feld wird bei der Suche nach dem maximalen bzw. minimalen Moment mit einer positiven bzw. negativen Flächenlast belastet, während die restlichen Felder ausgehend von dem dargestellten Schachbrettmuster belastet werden. Die anzusetzenden Lastfälle (LF) q' und q'' setzen sich wie in Abbildung 2.14 und 2.15 gezeigt zusammen (Belastungsumordnung). Anschließend werden für beide Lastfälle die Feldmomente mithilfe der Czerny-Tafeln bestimmt. Für den LF q' werden alle innenliegenden Ränder des betrachteten Feldes als fest eingespannt, für LF q'' als frei drehbar angenommen. Zuletzt werden die beiden Momentenwerte überlagert.

Für das maximale bzw. minimale Stützmoment wird ein modifiziertes Schachbrettmuster verwendet, siehe Abbildung 2.16 und 2.17. Hierbei werden die benachbarten Felder, welche an die Stütze anschließen, mit positiven Flächenlasten belegt. Die Stützmomente der beiden Felder

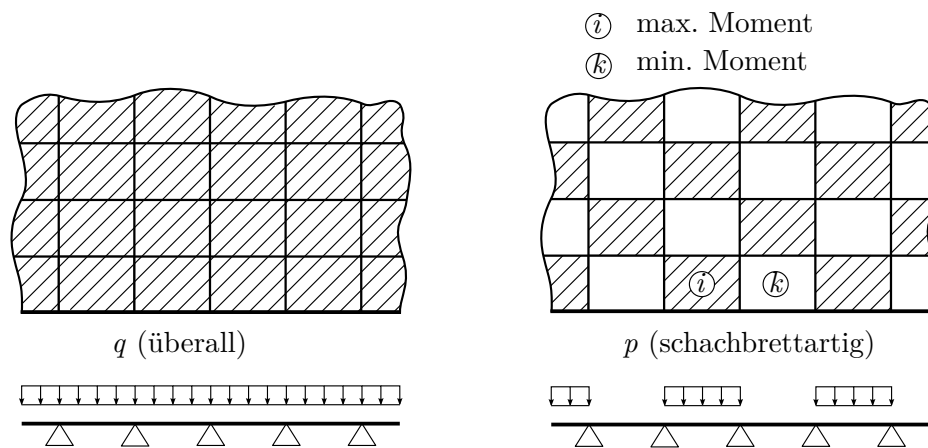


Abbildung 2.14: Belastungsanordnung für das maximale (minimale) Feldmoment, aus [7] S. 88

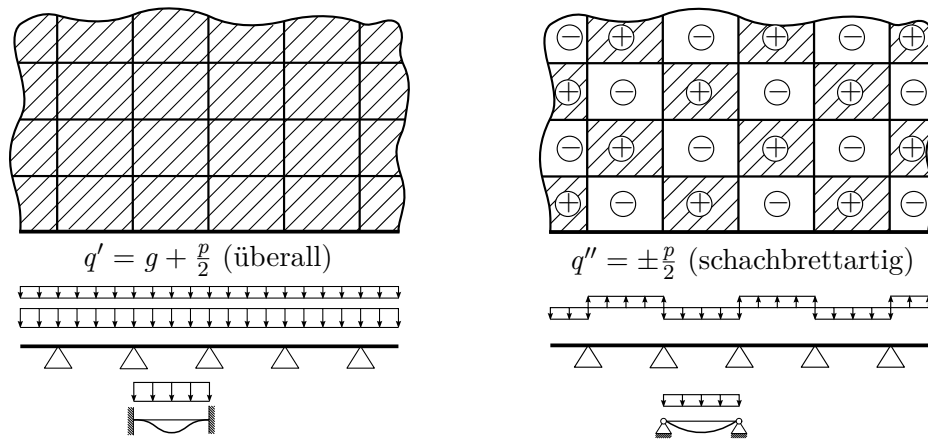


Abbildung 2.15: Belastungsanordnung für das maximale (minimale) Feldmoment, aus [7] S. 89

werden - analog zum Feldmoment - den Czerny-Tafeln entnommen, wobei für LF q' alle (inneren) Ränder als fest eingespannt gesehen werden. Für den LF q'' gilt der Rand der betrachteten Stütze als eingespannt, während die übrigen inneren Ränder als frei drehbar angesetzt werden. Das Bemessungs-Stützmoment wird - wie das Feldmoment - durch Superposition ermittelt.

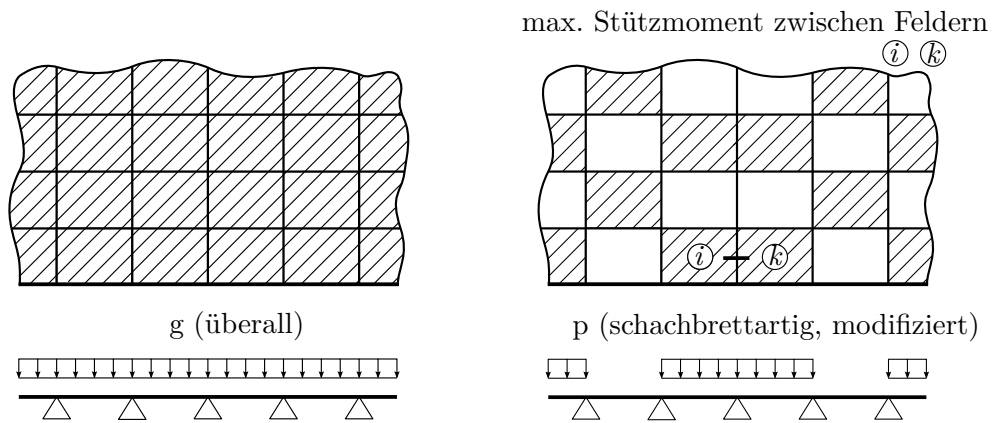


Abbildung 2.16: Belastungsanordnung für das maximale (minimale) Stützmoment, aus [7] S. 90

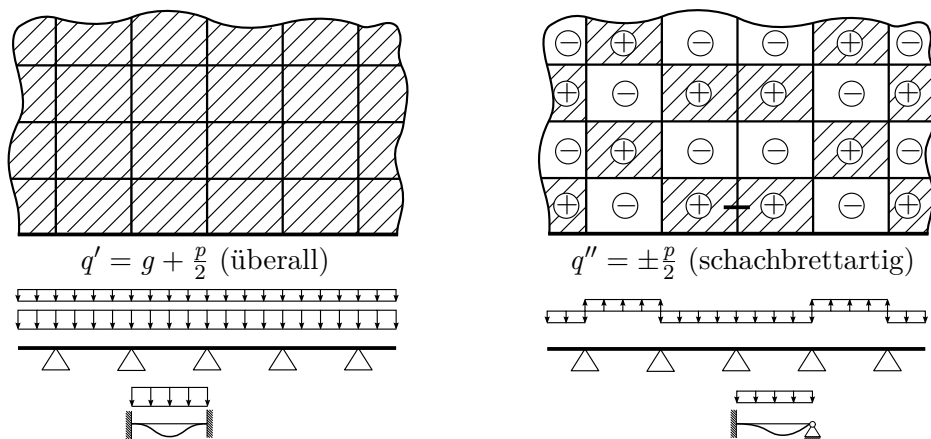


Abbildung 2.17: Belastungsanordnung für das maximale (minimale) Stützmoment, aus [7] S. 90

Modellbildung

3.1 Voraussetzungen und Herangehensweise

Um Einflussflächen von Rippenplatten zu simulieren und auszuwerten, wurden vier verschiedene Rippenplattenmodelle herangezogen. Dabei bleiben für alle Modelle folgende Randbedingungen konstant:

- Dicke der durchlaufenden Platte (200 mm)
- Materialeigenschaften (Betonfestigkeitsklasse C30/37, Querdehnzahl $\nu = 0,2$)

In den ersten drei Modellen (P1 bis P3, siehe Kapitel 3.2) beträgt das Seitenverhältnis der Platten jeweils $20\text{ m} \times 10\text{ m}$.

Für die Modellauswahl wurde ein möglichst realitätsnaher Ansatz gewählt. Gleichzeitig wurde bewusst ein Gestaltungsfreiraum beibehalten, da im Rahmen des Optimierungsprozesses auch unkonventionelle oder neuartige Geometrien identifiziert und entwickelt werden sollen.

3.1.1 Plattentheorie

Die Modelle beschreiben Betonplatten ohne Stahlbewehrung.

Laut [7] (S. 39) kann die Kirchhoff-Biegetheorie für mitteldicke Platten im Bereich $1/5 > t/l > 1/50$ angenommen werden. Weil jedoch ein zu Beginn (noch nicht vollständig abgeschätzter) Einfluss der Rippen auf das Tragverhalten zu erwarten ist, wird sicherheitshalber die Mindlin-Biegetheorie verwendet, da sie Schubverformungen berücksichtigt. Diese werden bei dickeren Plattenquerschnitt relevant. Beide Biegetheorien beschreiben ein elastisches Materialverhalten [4].

3.1.2 RFEM 5 als gewählte FE-Software

Die Modelle wurden in der FE-Software **RFEM 5** erstellt und die Einflussflächen anschließend mithilfe des Zusatzmoduls **RF-INFLUENCE** berechnet. Dieses Software-Tool stellt Algorithmen und eine Benutzeroberfläche für die Modellierung und Durchführung von Finite-Elemente-Simulationen bereit, u.a. zur Bewertung von Belastungen von Tragwerkskonstruktionen. Das FE-Netz wurde vom Programm automatisch generiert. Die angestrebte Elementgröße beträgt 0,5 m. Um zu untersuchende Knoten im FE-Netz zu integrieren, war an diesen Stellen eine lokale Netzverfeinerung notwendig. Hierfür wurde innerhalb eines Radius von 2,5 m eine Elementgröße von 0,3 m eingestellt.

Die wirksame Breite der Rippen wurde entsprechend der üblichen Bemessungskonvention auf $L/6$ gelegt, wobei L die Länge des jeweiligen Feldabschnitts beschreibt.

Um eine mit den Beispielrechnungen der Einflusslinien (aus Kapitel 2.1) konsistente Vorzeichenkonvention sicherzustellen, wird die z -Achse nach unten als positiv definiert.

Zu Beginn - noch vor der Untersuchung der eigentlichen Modelle - wurde zur Überprüfung der Programmausgaben Feldmoment-Einflussflächen zweifeldriger Platten mit zwei freien und zwei frei drehbaren Außenrändern erzeugt und mit den vertafelten Einflusssdiagrammen aus [12] verglichen.

Nach positiver Plausibilitätskontrolle wurden die angesetzten Parameter übertragen.

3.2 Beschreibung der Rechenmodelle

3.2.1 P1: 8-Feld-Platte

Das erste Modell bildet die Geometrie einer üblichen Rippendecke ab. Der Rippenquerschnitt ist trapezförmig mit einer unteren Breite von 200 mm, einer oberen Breite von 400 mm und einer Höhe von 600 mm (siehe Abbildung 3.1). Die Rippenplatte wurde, wie alle weiteren Modelle, als Betonfertigteil modelliert. Rippe und Platte sind dabei monolithisch miteinander verbunden. Die Unterzüge kreuzen sich orthogonal und begrenzen quadratischen Felder mit Abmessungen von 5 m $\times$ 5 m. Durch die in beide Richtungen verlaufenden Rippen ergibt sich ein zweiachsiges Tragverhalten.

3.2.2 P2: 6-Feld-Platte

Das in Abbildung 3.2 dargestellte Plattenmodell ist eine leicht modifizierte Variante von P1 und besteht lediglich aus sechs Feldern. Der Rippenquerschnitt entspricht dem der achtfeldrigen Platte. Das Modell stellt einen zweistegigen Plattenbalken (auch *TT-Träger* genannt) mit

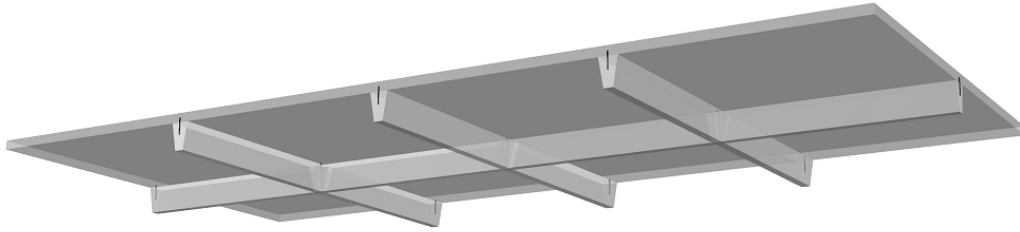


Abbildung 3.1: 8-Feld-Platte

einem zusätzlichen Querunterzug dar, es trägt bei angemessenen Lagerbedingungen hauptsächlich in Rippenrichtung ab. Die Felder sind nicht mehr quadratisch. Ihre Abmessungen betragen nun $10\text{ m} \times 3,33\text{ m}$.

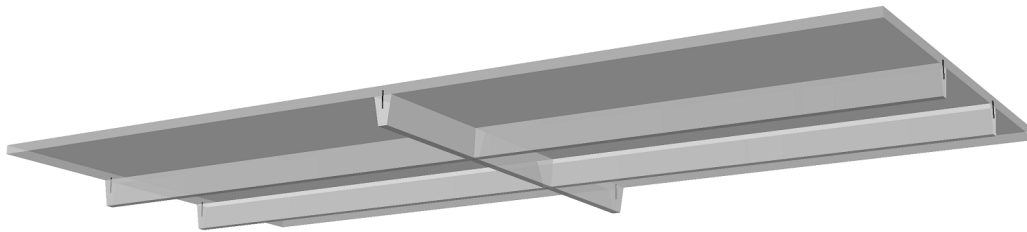


Abbildung 3.2: 6-Feld-Platte

3.2.3 P3: Kassettendecke

Das Modell in Abbildung 3.3 ist ebenfalls eine direkte Weiterentwicklung des Modells P1. Die Einzelfelder wurden auf ein Viertel der ursprünglichen Fläche reduziert und weisen nun Kantenlängen von $2,5\text{ m} \times 2,5\text{ m}$ auf. Damit sind sie deutlich kleiner als in den Modellen P1 und P2. Diese deutliche Reduzierung der Fläche trägt zu einer besseren Lastverteilung bei. Kassettendecken tragen zweiachsig ab und weisen ein mechanisch isotropes Verhalten auf, anders als z.B. das Modell P2, dessen Hauptrippen nur in eine Richtung verlaufen.

3.2.4 P4: Ex Lanificio Gatti

Das in Abbildung 3.4 gezeigte Modell orientiert sich an der Rippenplatte des ehemaligen Einkaufskomplexes „Ex Lanificio Gatti“ in Rom, Italien. Das 1951 nach einem Entwurf des italienischen Architekten *Pier Luigi Nervi* errichtete Gebäude zeichnet sich durch seine gekrümmten Rippen und die punktförmige Stützung aus. Die horizontale Aussteifung der offenen Halle erfolgte durch einen umlaufenden Ringbalken. Besonders bemerkenswert ist das Plattendesign, da der Verlauf der Rippen dem der Hauptbiegemomente einer allseitig gelagerten Platte folgen soll [13].

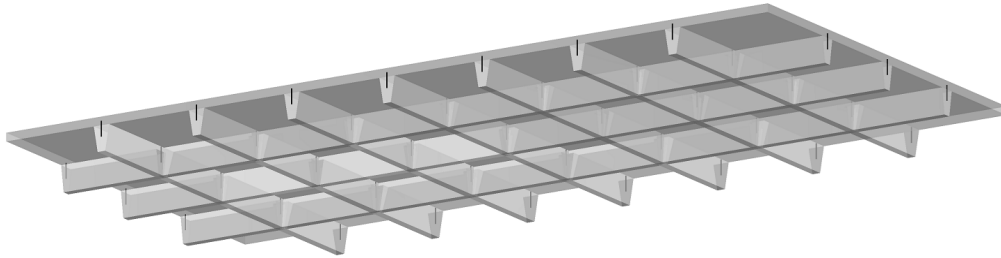


Abbildung 3.3: Kassettendecke

Eine weitere Inspirationsquelle für dieses Modell ist die Forschung von Prof. Dr. Philippe Block und der *Block Research Group* (BRG) zur sogenannten *Stiffened Funicular Shell*, einer Plattenkonstruktion, deren aussteifende Rippen dem inneren Kräfteverlauf folgen (Konstruktionsprinzip „Form follows force“) [10]. Der Begriff *funicular geometry* beschreibt die Form, die ein flexibles, an beiden Enden gehaltenes Seil unter seinem Eigengewicht annimmt. Diese von der BRG entwickelten Platten weisen an ihrer Unterseite eine Krümmung auf. Diese Krümmung wurde in dem Modell wegen fehlender exakter Maßangaben nicht nachgebildet.

Da die Flächen zwischen den einzelnen Rippen in diesem Modell teilweise sehr gering ausfallen, wurde auf die Festlegung einer wirksamen Breite der Platte verzichtet.

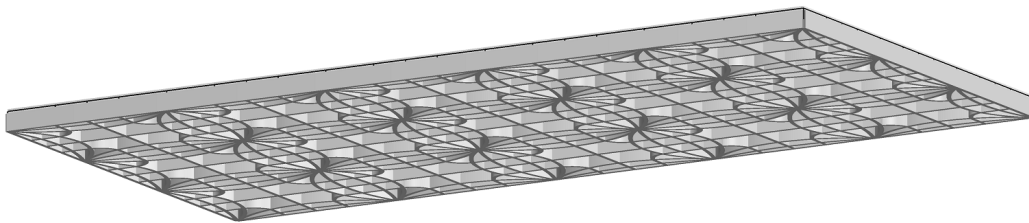


Abbildung 3.4: Ex Lanificio Gatti

3.3 Lastannahmen

Für die vorliegende Arbeit wird auf die Einflussflächen für Biegemomente in Feld- und Stützmitte, für Drillmomente in den Ecken sowie für Durchbiegungen in Feldmitte eingegangen. Als wandernde Einheitslast wird eine vertikal wirkende Einzellast verwendet.

Es werden als Aufpunkte Knoten in Feldmitte der Einzelfelder und Stützknoten derselben Einzelfelder betrachtet, mit der Annahme, dass an diesen Stellen relevante Einflussgrößen für die Platte entstehen.

3.4 Variation der Randbedingungen

Mithilfe der Modelle P1 bis P4 werden folgende Randbedingungen systematisch variiert und hinsichtlich ihres Einflusses auf das Trag- und Verformungsverhalten untersucht:

- Rippenabstand
- Seitenverhältnis der Einzelfelder
- Rippenquerschnittshöhe
- Spannrichtung (einachsig und zweiachsig)
- Lagerung

Auswertung

4.1 Einflussflächen für P1

4.1.1 Punktlagerung

Im Folgenden wird das Modell P1 mit einer punktförmigen Lagerung betrachtet, die um die x - und y -Achse frei drehbar ist und lediglich in vertikaler Richtung gehalten ist. Die Lager befinden sich an den Eckpunkten der einzelnen Plattenfelder (vgl. Abbildung 4.1).

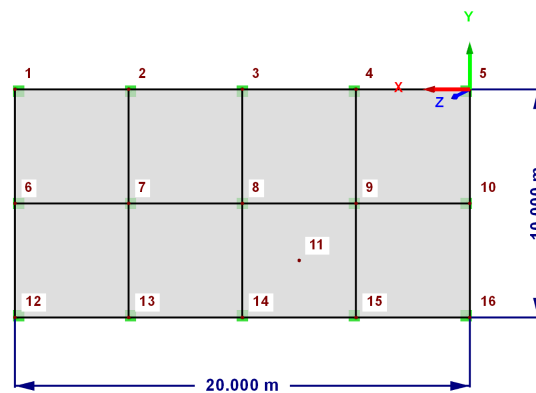


Abbildung 4.1: Modell P1 mit ihren Knotennummerierungen

Abbildung 4.2 zeigt die isometrische Darstellung der Einflussfläche η_{m_x} für das Moment m_x am Querschnittspunkt 11. Es wird deutlich, dass sich der Einfluss der Einheitslast überwiegend auf dasjenige Feld konzentriert, in dem Punkt 11 liegt. Der größte Momentenwert tritt auf, wenn die Last am Aufpunkt angreift. Je näher sich die Einheitslast diesem Punkt nähert, desto stärker steigt der Wert der Einflussfläche an. Der in der Mitte zu sehende, nach unten ragende „Schlauch“ ist in der Abbildung verkürzt dargestellt, da durch die FE-Diskretisierung der Platte die mathematisch theoretischen, unendlich großen Werte der Einflussfläche nicht exakt abgebildet werden können.

In den benachbarten Feldern werden durch die sich leicht nach oben gewölbten Flächen sichtbar, dass für Laststellungen in diesen Bereichen am Knoten 11 ein negatives Moment entsteht.

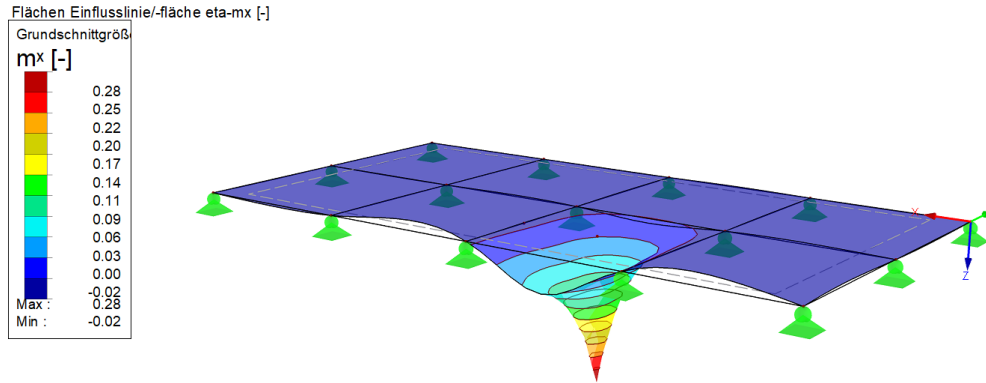


Abbildung 4.2: Einflussfläche η_{m_x} für eine Punktlagerung

Analog zur Einflussfläche des Moments m_x zeigt Abbildung 4.3 die Einflussfläche η_{m_y} für das Moment m_y . Im direkten Abgleich mit η_{m_x} wird hier deutlich, dass sich der Einflussbereich der Einzellast in Richtung der Momentachse, bei m_y in die x -Achsenrichtung, ausstreckt. Am freien Feldrand senkt sich die Einflussfläche in die negative z -Richtung ab. Bei einem Lastangriff im Randbereich entstehen somit am Knoten 11 negative Momentenwerte. Mit einem Maximalwert von etwa 0,25 erreicht η_{m_y} eine ähnliche Größenordnung wie η_{m_x} .

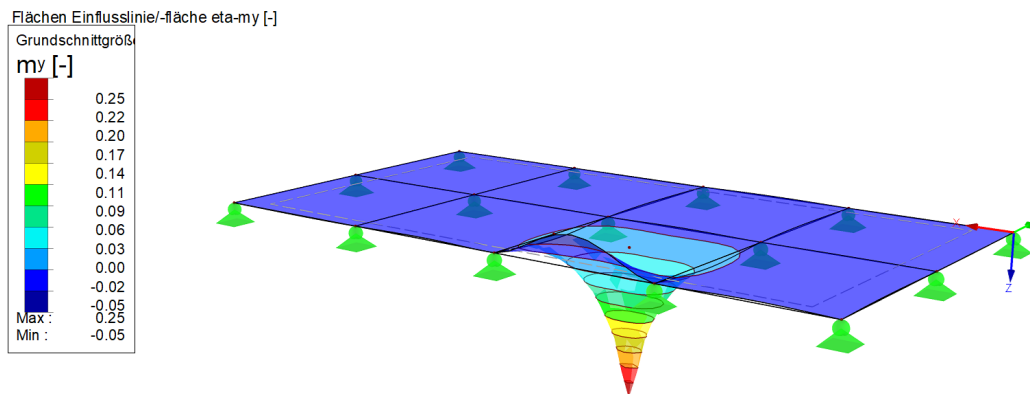


Abbildung 4.3: Einflussfläche η_{m_y} für eine Punktlagerung

Die Einflussfläche für das Drillmoment m_{xy} am Punkt 11 zeigt eine deutlich andere Anordnung der Isoflächen auf als auf die zuvor gezeigten Einflussflächen der Schnittmomente (Abbildung 4.4). Der größte Einfluss entsteht, analog zu den Biegemomenten, bei einem Lastangriff innerhalb des zugehörigen Feldes. Greift die Einheitslast direkt am Knoten 11 an, so beträgt das resultierende Torsionsmoment $m_{xy} = 0$. Bewegt sich die Last in den blau markierten Viertelsbereich des Feldes, nimmt das Drillmoment negative Werte an. Bei der Laststellung in den

symmetrisch gegenüberliegenden Bereichen wird das Drillmoment positiv. Darüber hinaus sind auch die positiven Einflussanteile in den rechts und links angrenzenden Feldern im Bereich der freien Ränder nicht zu vernachlässigen.

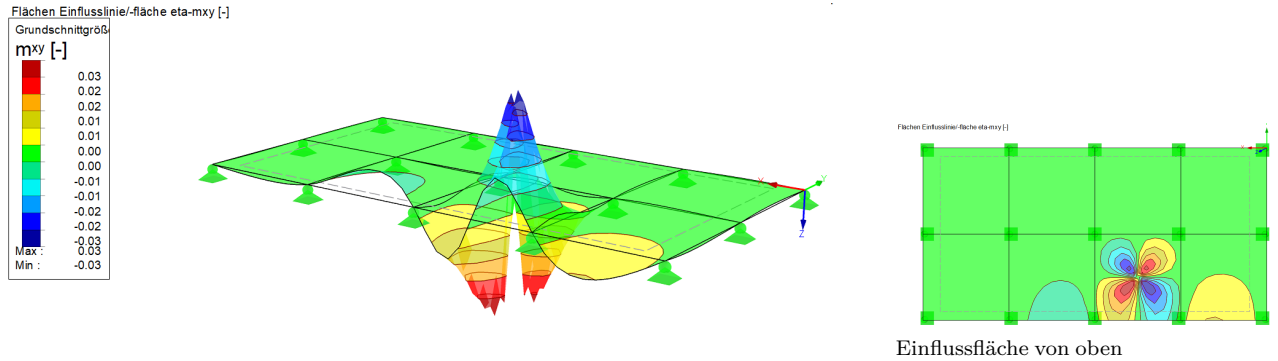


Abbildung 4.4: Einflussfläche $\eta_{m_{xy}}$ für eine Punktlagerung

Im Gegensatz zu den Einflussflächen in Abbildung 4.2 und 4.3 treten beim Drillmoment vier - und nicht nur eine - Stellen mit theoretisch unendlich hohen Einflusswerten auf. In der oberen Darstellung der Abbildung 4.4 sind die schlauchartigen Graphen an ihren Spitzen entsprechend verkürzt dargestellt. Außerdem lässt sich der Farbskala entnehmen, dass der maximale Einflusswert des Drillmoments lediglich etwa 0,03 beträgt und damit im Vergleich zu den Biegemomenten qualitativ deutlich geringer ausfällt.

Die Abbildung 4.5 zeigt die Einflussfläche für die Querkraft v_x . Der Einflussbereich der Einzellast ist erkennbar an den beiden kleinen kreisförmigen Flächen, im Vergleich zu den Einflussflächen zu den Momenten besonders lokal begrenzt. Ähnlich wie beim Drillmoment ergibt sich eine symmetrische Anordnung der Einflusswerte, die sich in ihren Vorzeichen abwechseln. Ein geringer Einfluss auf die benachbarten Felder ist dennoch erkennbar. Die nahezu kreisförmigen Einflussbereiche liegen entlang der x -Achsenrichtung nebeneinander. Dabei treten links positive und rechts negative Einflusswerte auf.

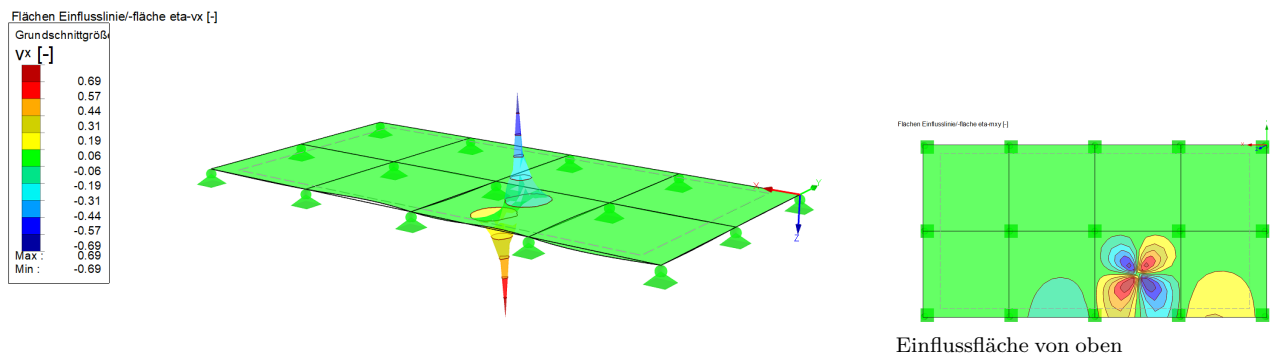


Abbildung 4.5: Einflussfläche η_{v_x} für eine Punktlagerung

Abschließend zeigt Abbildung 4.6 die Einflussfläche für die Verschiebung des Knotens 11 in z -Richtung. Die Werte der Einflussfläche liegen vollständig bei etwa 0,00. Dennoch lässt sich durch Überhöhung der Abbildung qualitativ gut erkennen, an welchen Stellen die Verformung

am größten ausfällt. Auffällig ist das schachbrettartige Muster der benachbarten Felder, die abwechselnd Wölbungen in negative und positive z -Richtung aufweisen. Eine im Betrag besonders große Durchbiegung tritt auf, wenn die Einzellast entlang der freien Feldränder in der Nähe des Knotens 11 angreift. Am Aufpunkt selbst erreicht die Einflussfläche ihren Maximalwert.

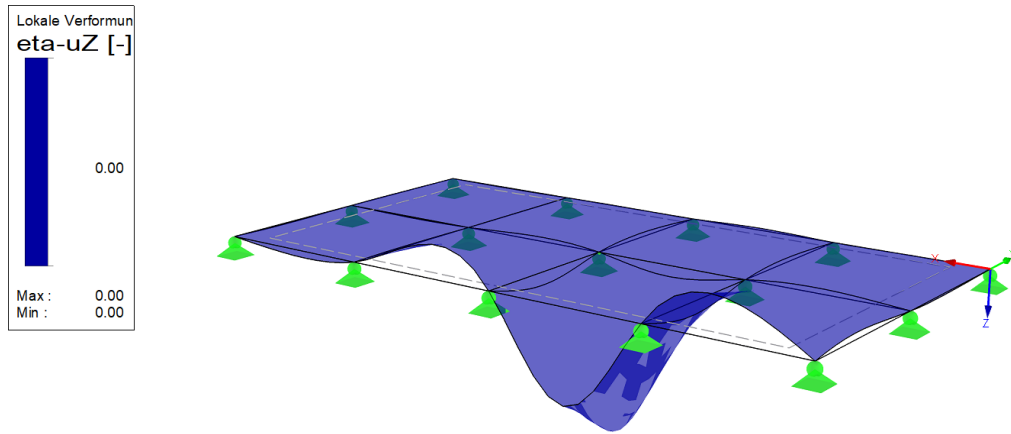


Abbildung 4.6: Einflussfläche η_{u_z} für eine Punktlagerung

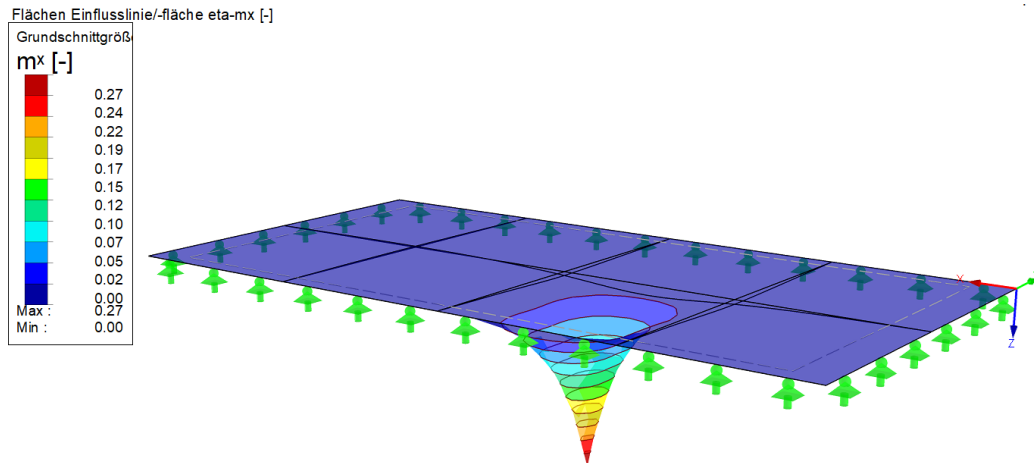
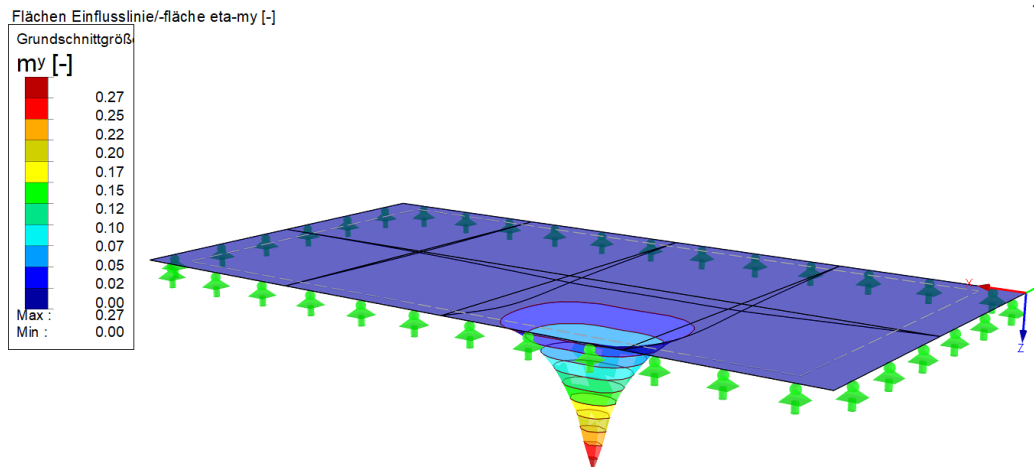
4.1.2 Linienlagerung

Um beispielsweise großflächige Lagerhallen im Industriebaubereich mit einer stützenfreien Deckenkonstruktion zu realisieren, bietet es sich an, eine Lösung mit Rippenplatten mit einer linienförmigen Auflagerung entlang der Raumränder zu untersuchen. Diese Linienlager können konstruktiv etwa durch stützende Wände umgesetzt werden. Die Plattenränder sind dadurch frei drehbar und in vertikaler Richtung gestützt.

Im folgenden Abschnitt werden die im Kapitel 4.1.1 dargestellten Einflussflächen für den Knoten 11 für die neuen Lagerbedingungen berechnet und mit den Ergebnissen der punktförmigen Lagerung verglichen.

In den Abbildungen 4.7 und 4.8 sind die Einflussflächen bei Linienlagerung für die Biegemomente m_x und m_y zu sehen. Die Maximalwerte unterscheiden sich im Vergleich zur punktförmigen Lagerung kaum. Auch der Einflussbereich erstreckt sich weiterhin überwiegend über dasjenige Plattenfeld, in dem der Aufpunkt liegt. Jedoch hat sich dieser Bereich im Vergleich zur punktförmigen Lagerung verkleinert.

Außerdem ist nun eine leichte Durchbiegung der Einflussflächen in Plattenmitte erkennbar, während die steil abfallende Absenkung im Bereich des Aufpunktes bestehen bleibt. Aufgrund der vertikalen Lagerung entlang der Ränder treten ausschließlich positive Einflusswerte auf. Die Laststellung am Plattenrand hat wegen der vertikalen Lagerung kein Moment am Aufpunkt mehr.

Abbildung 4.7: Einflussfläche η_{m_x} für eine **Linienlagerung**Abbildung 4.8: Einflussfläche η_{m_y} für eine **Linienlagerung**

Die Werte für die $\eta_{m_{xy}}$ in Abbildung 4.9 haben sich durch die neue Lagerungsart ebenfalls nicht wesentlich verändert. Die Form der Einflussfläche hingegen hat sich deutlich geändert: Der Einflussbereich erstreckt sich nun weiter bis in die Plattenmitte. Dies deutet darauf hin, dass sich die Einflussfläche aufgrund der fehlenden Auflager in der Plattenmitte weiter ausdehnen kann. Am freien Rand nimmt der Ordinatenwert der Einflussfläche wie zu erwarten den Wert 0 an.

Auch die Einflussfläche für die Querkraft zeigt im Vergleich zur Punktlagerung nur geringe Änderungen. Auffällig ist jedoch das Fehlen der leichten Anhebung und Absenkung in den

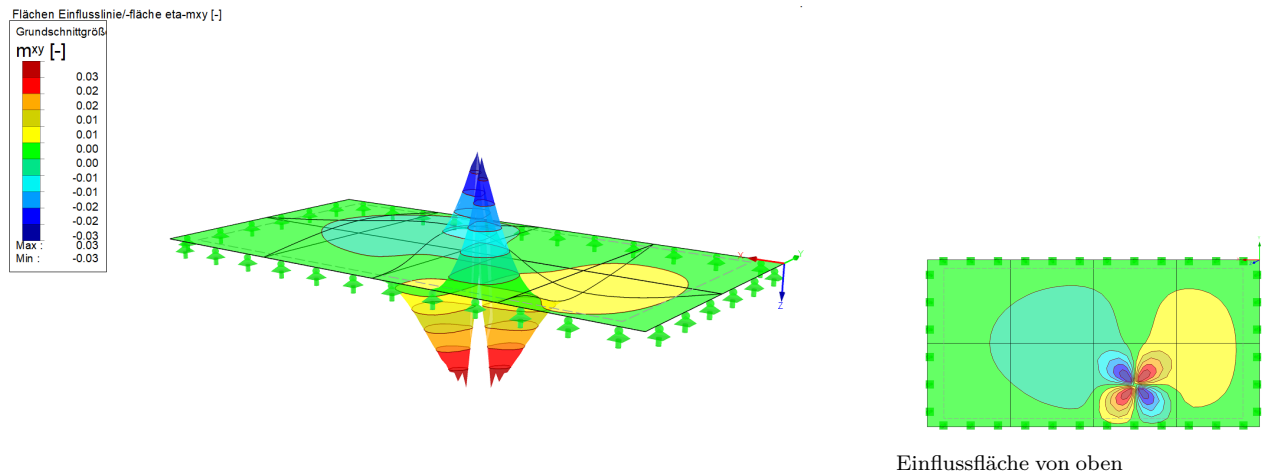


Abbildung 4.9: Einflussfläche für m_{xy} für eine **Linienlagerung**

benachbarten Feldern sowie eine stärkere, dennoch minimale, Durchbiegung entlang der Mittelachsen der Platte.

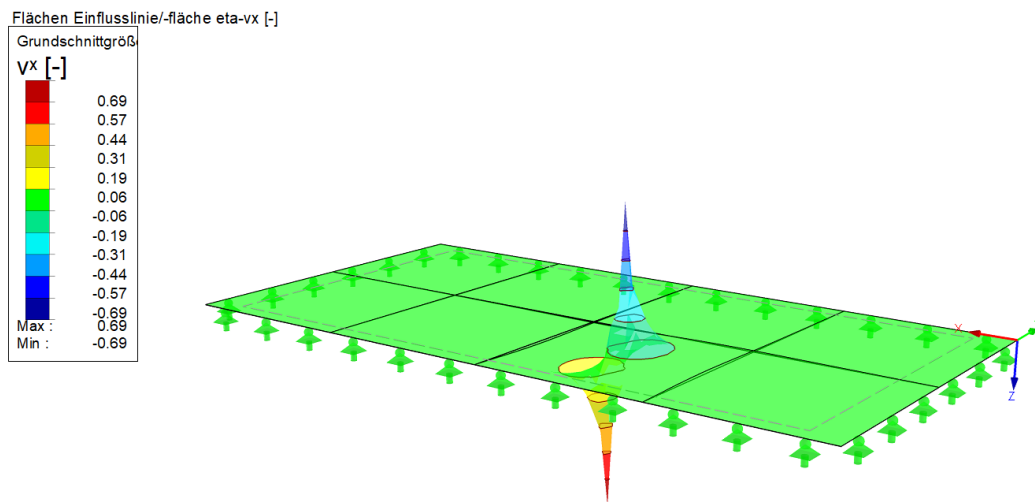


Abbildung 4.10: Einflussfläche für v_x für eine **Linienlagerung**

Bei der Einflussfläche η_{u_z} ist der Einfluss der Last auf den mittleren Bereich der Platte deutlich erkennbar. Die vertikale Verschiebung des Knotens 11 wird maximal, wenn der Knoten 11 selbst belastet wird.

Durch die Variation der Lagerung - von punktförmig verteilten Auflagern hin zu einer Linienlagerung entlang der Plattenränder - wird sichtbar, dass sich weder die Extremwerte noch die grundsätzliche qualitative Form der Einflussflächen wesentlich ändern. Die Punktlagerung an den Rippenenden führt zu Einflussflächen, die die Einzelfelder stärker hervorheben. Bei der Li-

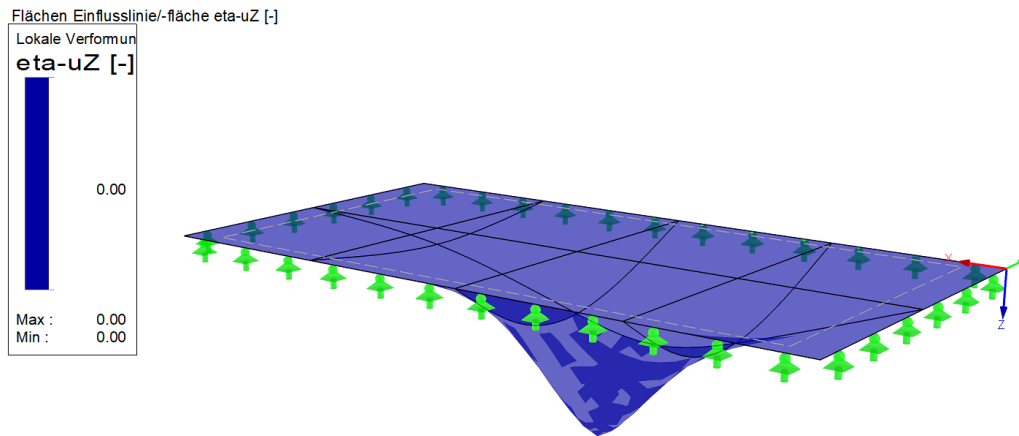


Abbildung 4.11: Einflussfläche η_{u_z} für eine **Linienlagerung**

nienlagerung hingegen verschiebt sich der Einflussbereich verstärkt in Richtung Plattenmitte, sodass sich die Platte eher wie ein zusammenhängendes System verhält.

4.2 Einflussflächen für P2

Im Folgenden wird anhand des Modells P2 der Einfluss des Seitenverhältnisses der Einzelfelder sowie der Effekt einer vergrößerten Rippenhöhe untersucht. Für die Analyse der Rippenplatte P2 wird analog zum Modell P1 aus Kapitel 4.1.1 durchgängig eine punktförmige Lagerung an den Rippenenden und - schnittpunkten angesetzt. Die nachfolgend dargestellten Ergebnisse werden daher ausschließlich mit denen aus dem genannten Kapitel verglichen.

Untersucht wird der Knoten 12, also erneut ein Knoten in der Mitte eines Plattenfeldes. In Abbildung 4.12 auf der folgenden Seite ist die neue Knotennummerierung für P2 dargestellt.

4.2.1 Querschnitt 400/200/600

In diesem Abschnitt wird zunächst das Modell P2 mit den Ausgangsabmessungen des Rippenquerschnitts betrachtet. Auf den kommenden Seiten sind die Abbildungen 4.13, 4.14, 4.15, 4.16 und 4.17 der Einflussflächen für die Schnittgrößen m_x , m_y , m_{xy} und v_x sowie für die vertikale Verschiebung u_z zu sehen.

Gemeinsam ist den Einflussflächen weiterhin das charakteristische Verhalten der einzelnen Plattenfelder: Jedes Feld weist eine Durchbiegung nach oben bzw. nach unten auf, wobei die Extremwerte jeweils in der unmittelbaren Umgebung des Aufpunktes auftreten.

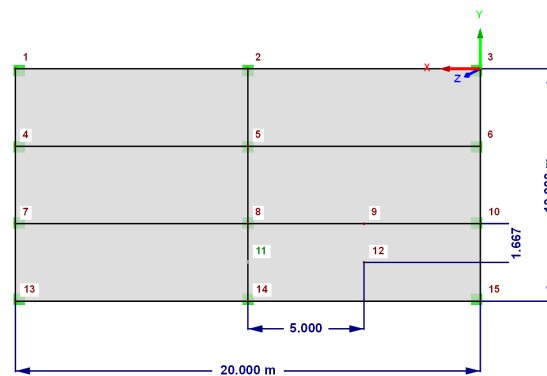


Abbildung 4.12: Modell P2 mit ihren Knotennummerierungen

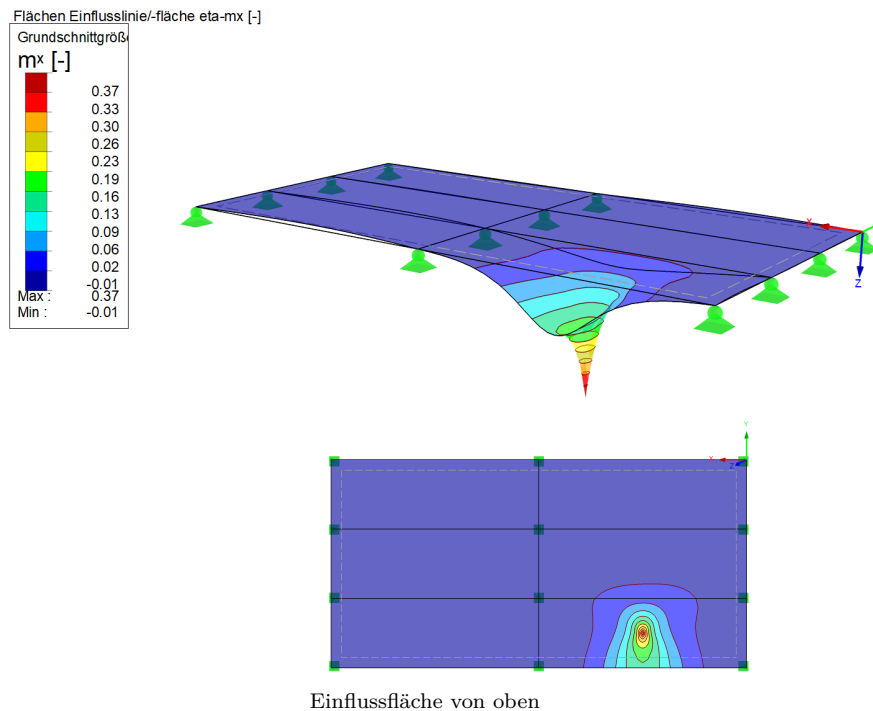


Abbildung 4.13: Einflussfläche η_{m_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/600

Formänderung

Der Einflussbereich der Einzellast auf das Schnittmoment m_x hat sich gegenüber P1 in y -Richtung über das ursprüngliche Einzelfeld hinaus ausgedehnt (siehe Abbildung 4.13 rechts). Eine prägnante Gestaltsveränderung ist an der Einflussfläche für das Drillmoment m_{xy} , wie Abbildung 4.15 zeigt. Die Isoflächen sind nicht mehr doppelt symmetrisch. Die positiven und negativen Einflussbereiche am freien Rand gegenüber den ihnen symmetrisch gegenüberliegen-

den Bereichen deutlich angewachsen. Diese fehlende Symmetrie lässt sich dadurch erklären, dass die Plattenfelder aufgrund des geänderten Seitenverhältnisses nicht mehr quadratisch sind und somit keine doppelte Symmetrie besitzen.

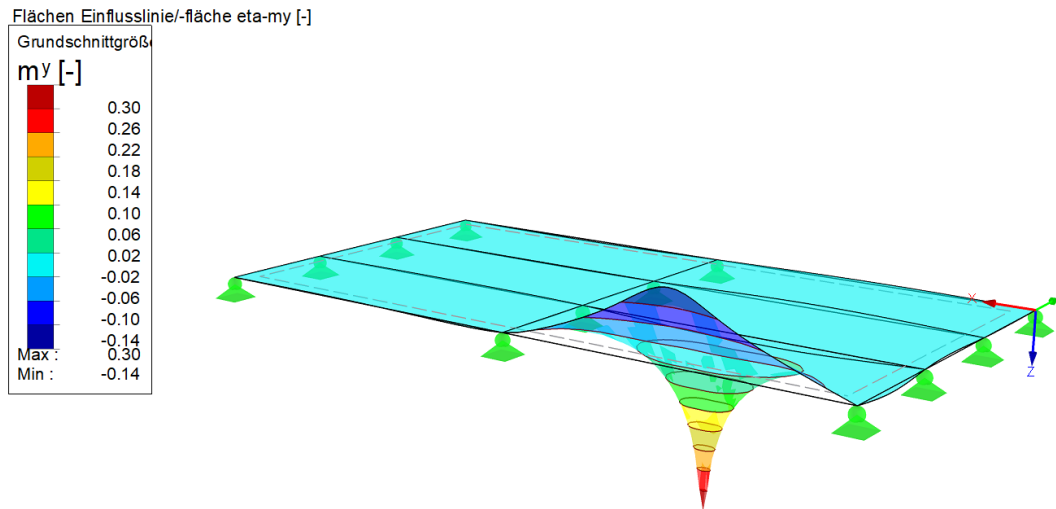
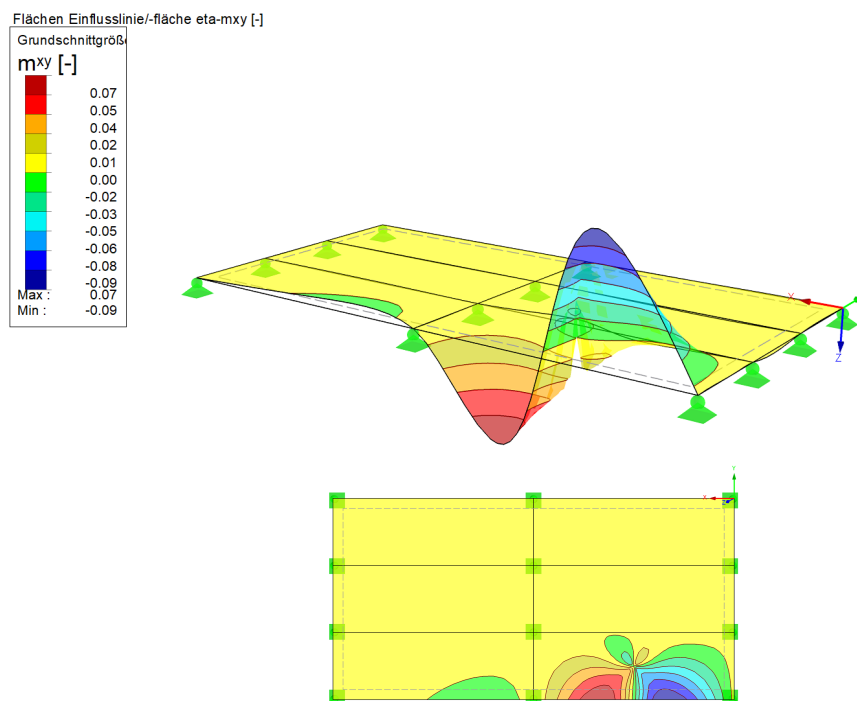


Abbildung 4.14: Einflussfläche η_{m_y} für einen Rippenquerschnitt 400/200/600



Einflussfläche von oben

Abbildung 4.15: Einflussfläche $\eta_{m_{xy}}$ für einen Rippenquerschnitt 400/200/600

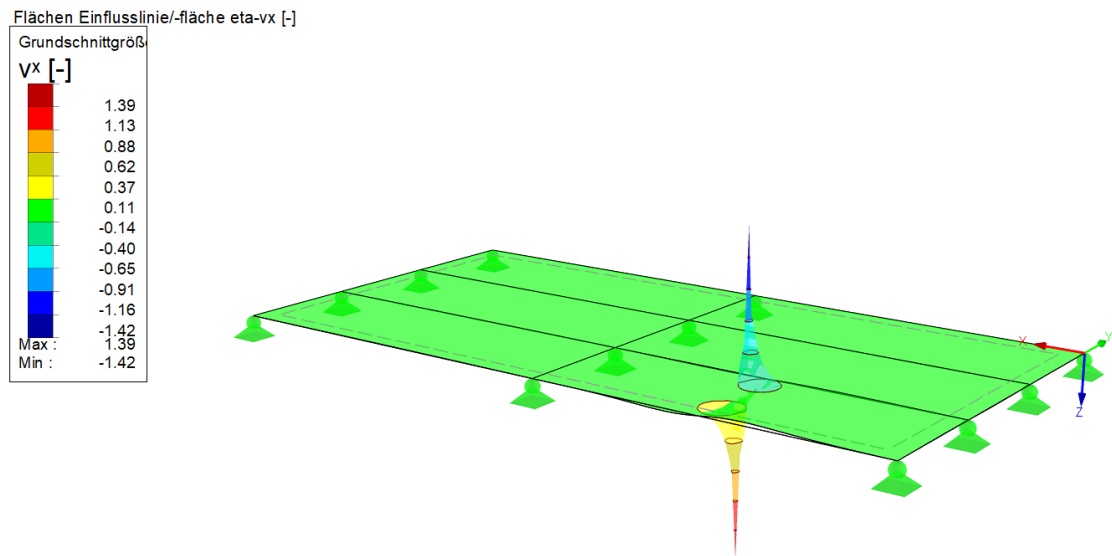


Abbildung 4.16: Einflussfläche η_{v_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/600

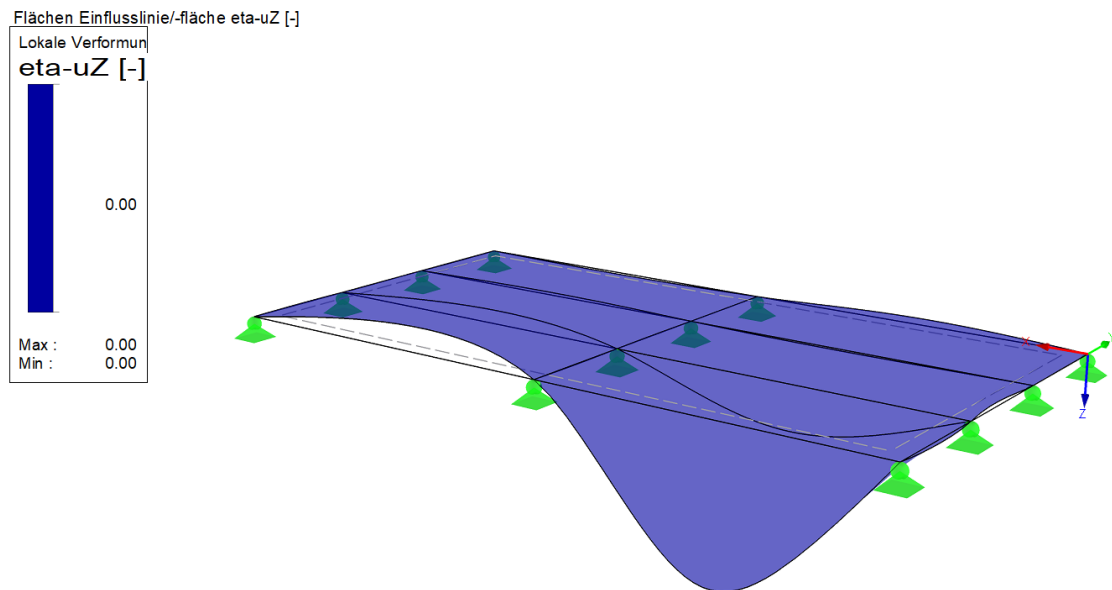


Abbildung 4.17: Einflussfläche η_{u_z} für einen Rippenquerschnitt 400/200/600

Aus Abbildung 4.17 wird ersichtlich, dass der Maximalwert der Einflussfläche für die Durchbiegung nicht mehr direkt am Aufpunkt liegt. Während die x -Koordinate des Maximums weiterhin mit der des Aufpunktes übereinstimmt, hat sich die y -Koordinate verschoben: Die maximale Verschiebung des Knotens 12 tritt nun bei einer Belastung des freien Feldrandes bei $x = 5$ m

auf. Das resultierende Verformungsbild erinnert an das eines Durchlaufträgers in x -Richtung; das Lagersystem in y -Richtung hat im Vergleich dazu einen geringeren Einfluss.

Zur vereinfachten Interpretation des Tragverhaltens kann die Platte mithilfe von 2D-Tragsystemen idealisiert werden. Abbildung 4.18 zeigt eine Darstellung als Durchlaufträger sowohl in x - als auch in y -Richtung. Der Zweifeldträger in x -Richtung erklärt die oben beschriebene, in zwei Felder aufgeteilte Biegeform der Platte. In y -Richtung entsteht durch die drei hintereinanderliegenden, punktförmigen Lager eine gewisse Steifigkeit, die aufgrund der engen vertikalen Lagerabstände einer abgeschwächten Linienlagerung ähneln.

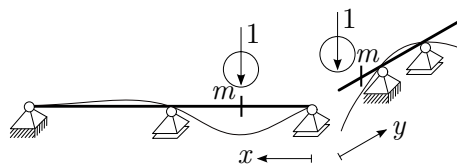


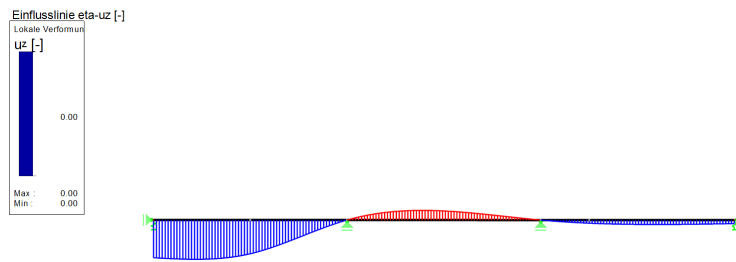
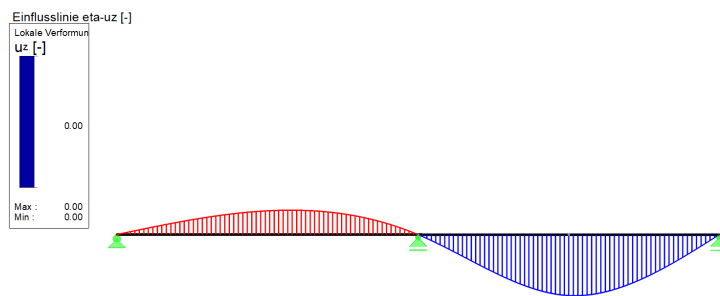
Abbildung 4.18: Modell P2 als 2D-Modell mit ihrer Verformung aufgrund der Einheitslast

Für einen Durchlaufträger ist die maximale Durchbiegung in einem Feld bei einer Belastung durch eine Einzellast stets am größten, wenn die Last unmittelbar am betrachteten Aufpunkt wirkt. Anschaulich lässt sich dies auch an einem Einfeldträger verdeutlichen: An jedem Aufpunkt m entsteht die größte Verformung, wenn die Last in die Feldmitte gesetzt wird.

Schneidet man die Platte am Punkt 12 entlang der y -Achse, können die vier punktförmigen Lager in dieser Richtung, analog zur Situation in x -Richtung, als Linienlager interpretiert werden, allerdings mit einer geringeren Steifigkeit, wie sich aus dem Verformungsbild ableiten lässt. Dennoch ist aufgrund der in y -Richtung verlaufenden Rippen eine gewisse Steifigkeit zu vermuten. Deshalb wurde in Abbildung 4.18 als vereinfachtes 2D-Modell ein Einfeldträger mit zwei Kragarmen gewählt. Da an den äußeren Plattenrändern keine Rippen vorhanden sind, fehlt dort zusätzliche Steifigkeit, daher erfolgte die Modellierung als Kragarm. Aus diesem Modell wird ersichtlich, dass eine maximale Verschiebung des Aufpunktes m erreicht wird, wenn die Einzellast am Ende des Kragarms und nicht direkt am Punkt m selbst angreift.

Um die Übertragbarkeit der Einflussfläche auf die Durchlaufträgermodelle zu überprüfen, wurden Einflusslinien für das Moment M_y entlang der entsprechenden Schnitte durch die Platte erzeugt und mit dem qualitativen Verlauf der zuvor bestimmten Einflussflächen verglichen. Das Modell des Einfeldträgers mit Kragarmen in Abbildung 4.18 wurde dabei weiterentwickelt, indem die Kragarme durch vertikale Federn mit einer Steifigkeit von $C_{u_z} = 2 \text{ kN/m}^2$ ersetzt wurden. Dies spiegelt wider, dass die in x -Richtung angeordneten Punktlager eine gewisse - wenn auch geringe - vertikale Steifigkeit vermitteln.

In Abbildung 4.19 der Einflusslinie wird der primäre Einfluss des Lagersystems in y -Richtung auf die Platte noch nicht berücksichtigt. In der Einflussfläche für m_y ist dieser Einfluss durch die leichte Durchbiegung der Fläche auf derjenigen Schnittachse zu erkennen, die durch den

Abbildung 4.21: Platte durch Knoten 12 in y -Richtung geschnittenAbbildung 4.22: Platte durch Knoten 12 in x -Richtung geschnitten

- er erfährt nahezu eine Verdreifachung (von -0,05 auf -0,14). Die Werte des Drillmoments am Knoten 12 haben sich ebenfalls stark erhöht: Der Maximalwert beträgt nun 0,07, der Minimalwert -0,09, was ebenfalls einer nahezu dreifachen Zunahme entspricht.

Für die vertikale Verschiebung ergeben sich hingegen keine signifikanten Änderungen. Die Werte der Einflussfunktion bleiben weiterhin unter 0,00.

Die Extremwerte der Querkraft-Einflussfläche η_{v_x} haben sich im Betrag nahezu verdoppelt und liegen nun bei etwa 1,4 (zuvor etwa 0,69).

4.2.2 Querschnitt 400/200/1200

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Rippenhöhe auf die Einflussfläche und somit auf das Tragwerk untersucht. Die Querschnittshöhe der trapezförmigen Rippe wird von 600 auf 1200 mm verdoppelt. Die entsprechenden Einflussflächen sind auf den folgenden Seiten sichtbar.

Die Einflussflächen für das Drillmoment (Abbildung 4.25) und die Querkraft (Abbildung 4.26) haben sich bezüglich der Gestalt und der Extremwerte nicht verändert. Der Einflussbereich bei dem Drillmoment hat sich auf das Einzelfeld beschränkt: Bei der Einflussfläche für den Querschnitt 400/200/600 hat die Einflussfläche im benachbarten linken Feld am freien Rand einen betragsmäßig kleinen, negativen Wert, der sich im Modell 400/200/1200 betragsmäßig leicht verkleinert hat.

Der Maximalwert der Einflussfläche für m_x ist von 0,37 auf 0,32 gesunken (siehe Abbildung 4.23). Dabei beschränkt sich der Einflussbereich dieses Mal nur auf das Einzelfeld. Auch bei der Einflussfläche für m_y in Abbildung 4.24 ist der Maximalwert von 0,3 auf 0,28 gesunken. Dabei ist auch der Minimalwert betragsmäßig von $|-0,14|$ auf $|-0,16|$ gewachsen. Der Einflussbereich hat sich in x -Richtung noch innerhalb des Einzelfeldes weiter zum freien Rand ausgebreitet.

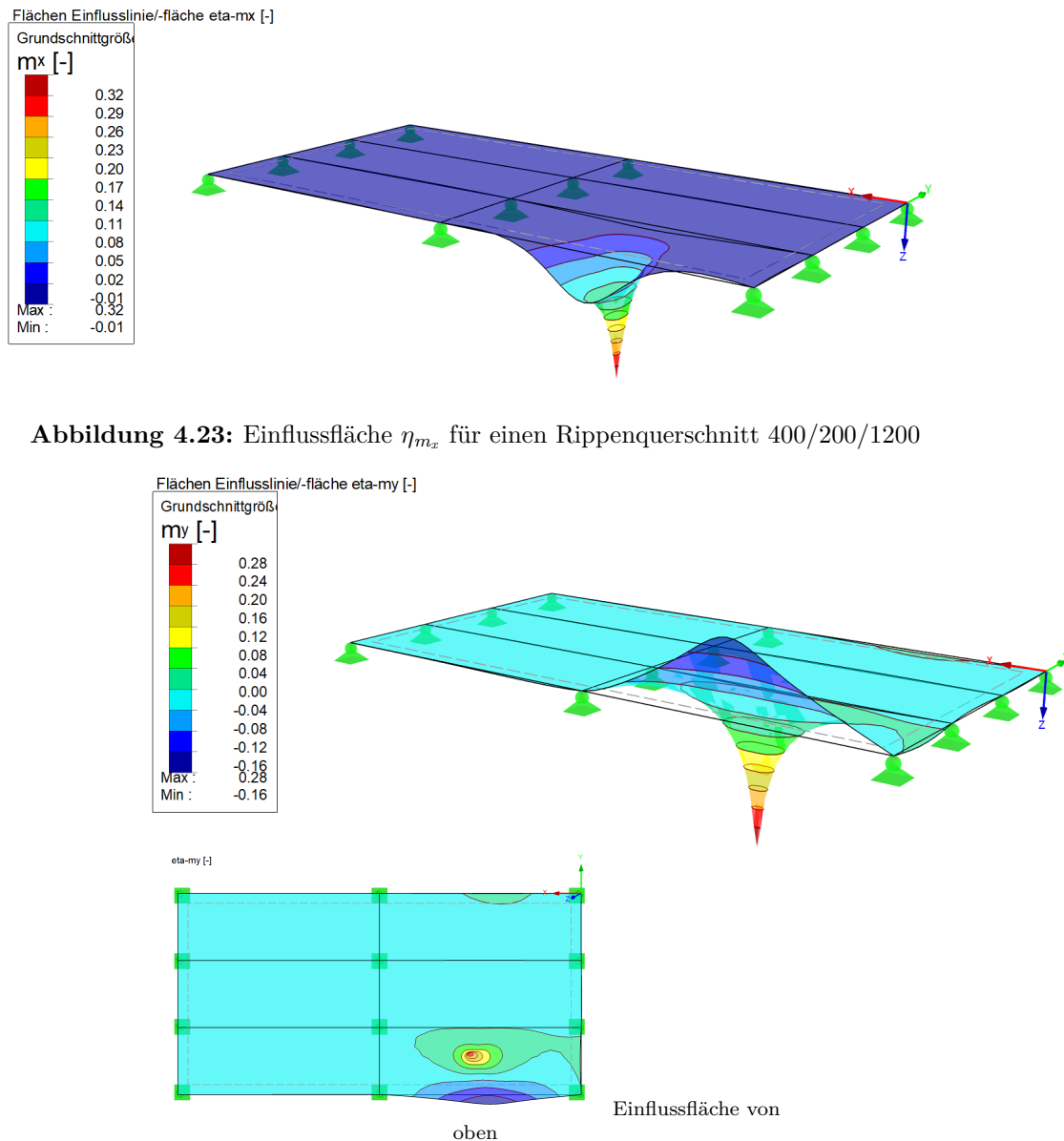


Abbildung 4.24: Einflussfläche η_{m_y} für einen Rippenquerschnitt 400/200/1200

Eine mögliche Erklärung dafür, dass die Extremwerte bei η_{m_x} und η_{m_y} für einen größeren Querschnitt gesunken sind, ist die Durchlaufwirkung. Im statisch unbestimmten System haben Steifigkeiten wegen fehlender Gleichgewichtsbedingungen Einfluss. Durch eine größere Quer-

schnittsgröße kann eine höhere Steifigkeit über die mittlere Stützen der Durchlaufträgermodelle angenommen werden. Durch diese Steifigkeitszunahme erhöht sich in den Stützbereichen der Betrag des negativen Biegemoments, während sich das Moment in den Feldbereichen verkleinert. Da sich nur der Extrempunkt und nicht die Größenordnung des Einflussbereichs verändert hat, kann davon ausgegangen werden, dass der Momentenwert in Feldmitte durch einen Lastfall im Einflussbereich definitiv verkleinert hat.

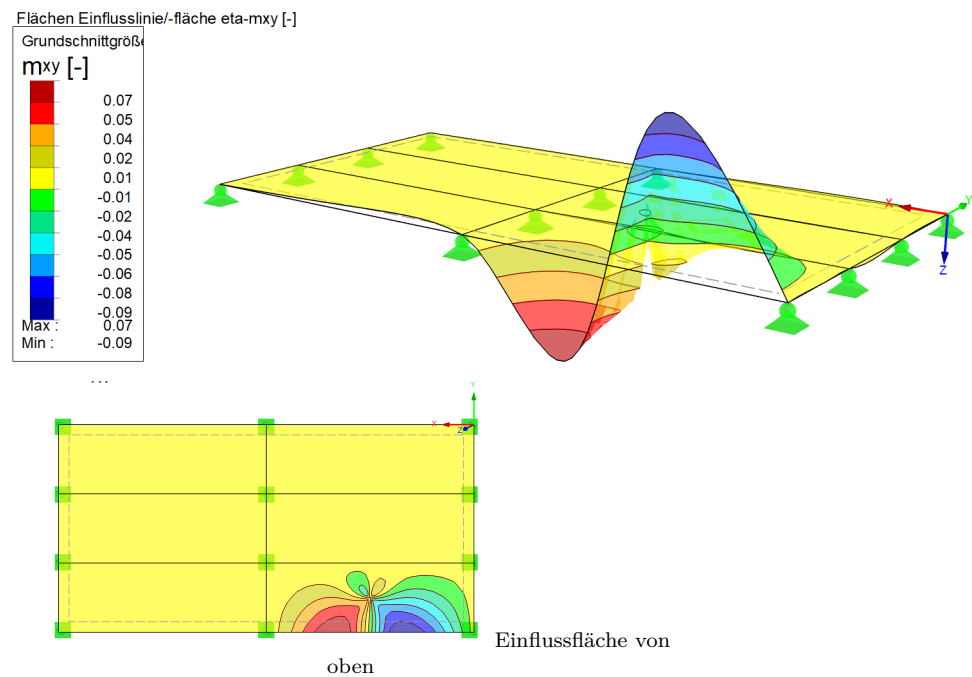


Abbildung 4.25: Einflussfläche $\eta_{m_{xy}}$ für einen Rippenquerschnitt 400/200/1200

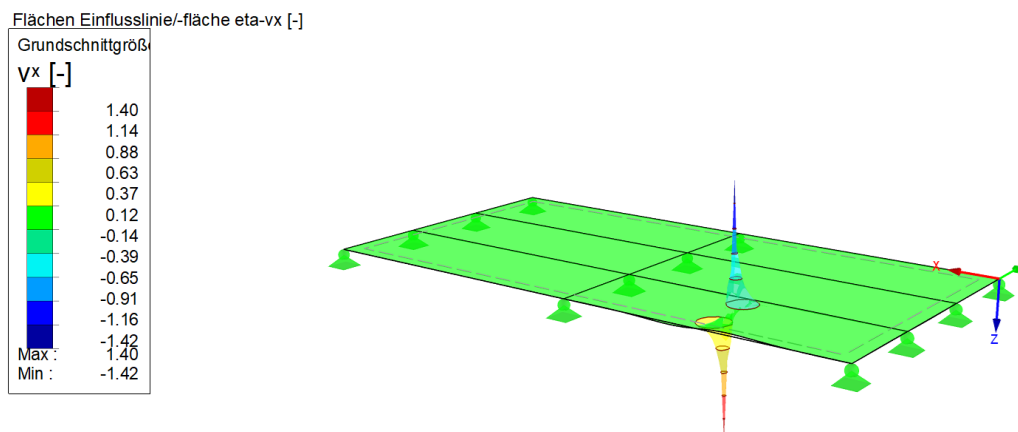


Abbildung 4.26: Einflussfläche η_{v_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/1200

Momenteneinflussflächen für Stützknöten

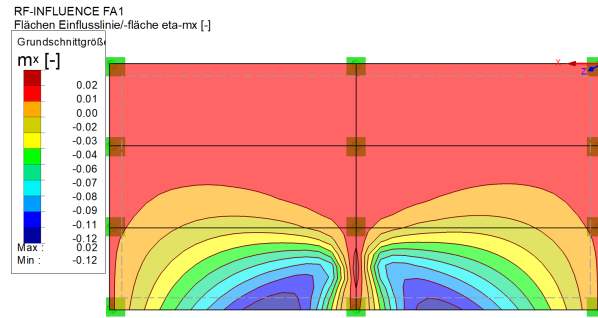
Für die Betrachtung von Stützknöten wird zur besseren Anschaulichkeit neben dem Querschnitt 400/200/1200 auch der vergrößerte Querschnitt 400/200/2000 herangezogen.

Für die Einflussfläche in Abbildung 4.27 wurde der Knöten 11 betrachtet. Die Extremstellen der Einflussfunktion für die Querschnittshöhe 600 mm können mit denen eines Durchlaufträgers verglichen werden: Sie liegen in Feldmitte. Mit zunehmender Querschnittshöhe wandert dieser blau abgebildete Minimalbereich näher zum Stützenbereich, also zum Knöten hin. Bei einer realistischen Belastung durch eine Einzellast würde der betragsmäßig größte Momentenwert bei einem Lastangriffspunkt nahe der Stütze entstehen, was schwer vorstellbar ist. Die zunehmende Steifigkeit der Rippe resultiert in eine „Lastanziehung“. Der Minimalwert bleibt mit $-0,12$ konstant.

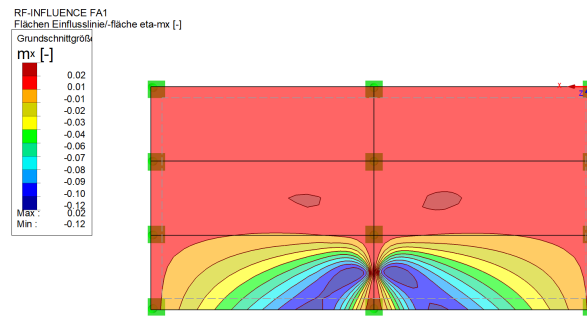
Für das Moment m_y (siehe Abbildung 4.28) wird die Platte in y -Richtung betrachtet. Für den - im 2D-Fall - vierfeldrigen Durchlaufträger liegt der Knöten 11 in Feldmitte; die Einflussfläche weist die für ein Feldmoment charakteristische Form auf. Die Einflussfunktion am Aufpunkt hat einen positiven Wert. Auch hier verengt sich der Einflussbereich zum Aufpunkt hin, sobald sich der Querschnitt erhöht.

In Abbildung 4.29 werden die verschiedenen Einflussflächen für m_x am Knöten 9 gegenübergestellt. Hier befindet sich der beobachtete Knöten im Feldbereich des Durchlaufträgers in x -Richtung, daher gilt die bekannte Form der Einflussfläche. Durch die Anordnung der Isoflächen ist ein Verhalten einer zweifeldrigen Platte erkennbar. Mit zunehmender Rippensteifigkeit verhält sich der Knöten 9 nicht mehr wie ein in einem Feld befindlicher Knöten. Die Maximalwerte von η_{m_x} reduzieren sich von 0,06 auf 0,01. Bei der Querschnittshöhe von 2000 mm verengt sich der Einflussbereich entlang der x -Achse. Nur am Aufpunkt selbst und am rot markierten Bereich hat die Einflussfläche einen positiven Wert, sonst nur negative.

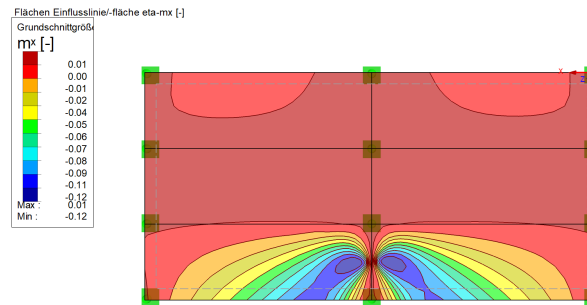
Bei η_{m_y} für den Knöten 9 in Abbildung 4.30 sehen wir eine ähnliche Form zu m_x . Hier erkennt man bei den Rippenquerschnitten 400/200/1200 und 400/200/2000 erhöhte Ordinatenwerte an den Plattenrändern, die bei der niedrigsten Querschnittsgröße 400/200/600 noch negative Werte besaßen.



Einflussfläche η_{m_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/600

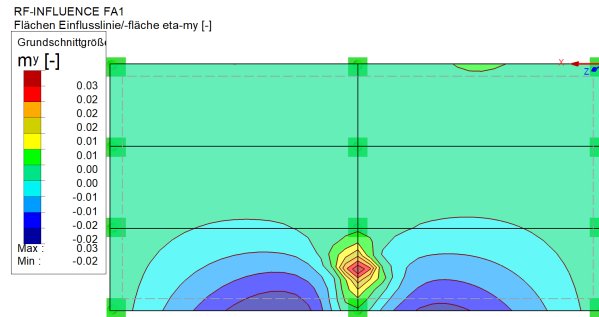


Einflussfläche η_{m_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/1200

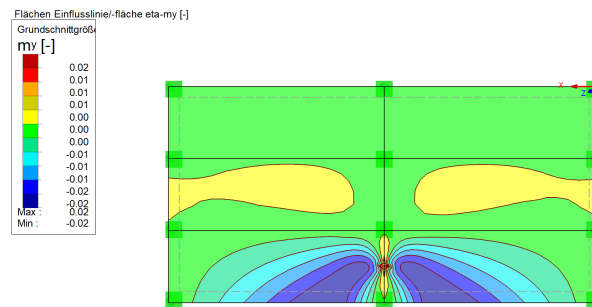


Einflussfläche η_{m_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/2000

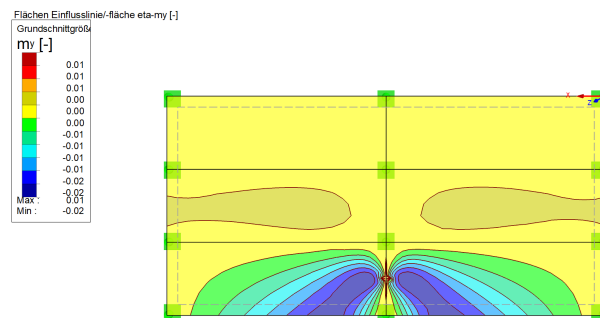
Abbildung 4.27: Vergleich der Einflussflächen für m_x am Knoten 11



Einflussfläche η_{m_y} für einen Rippenquerschnitt 400/200/600

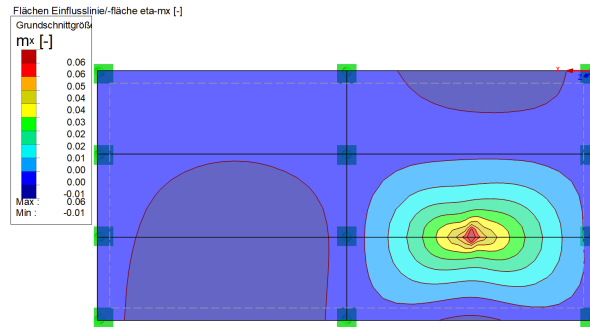
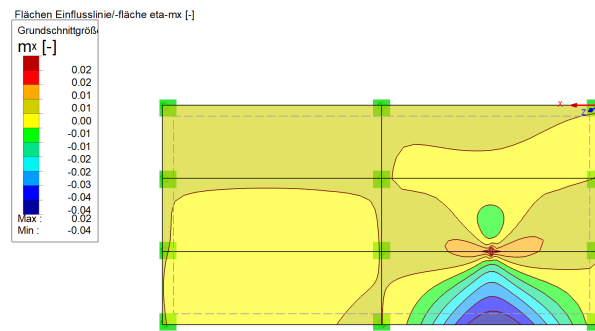
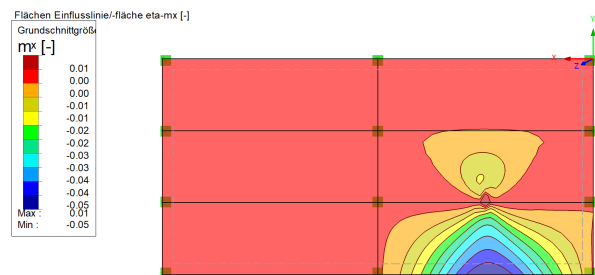


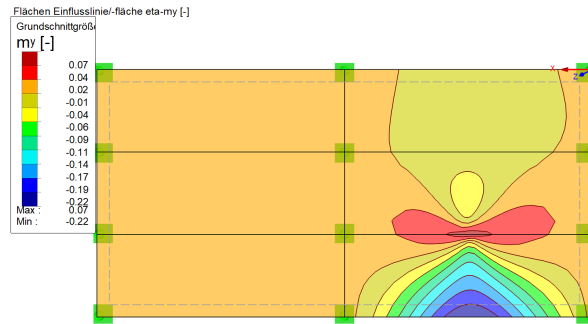
Einflussfläche η_{m_y} für einen Rippenquerschnitt 400/200/1200



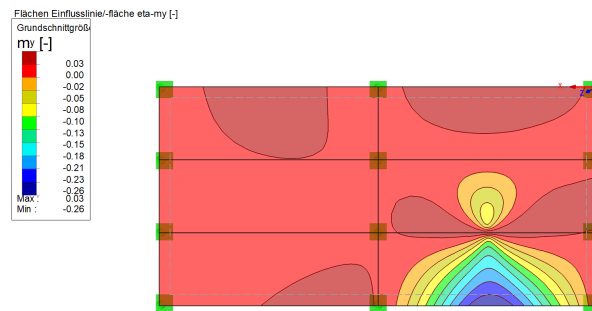
Einflussfläche η_{m_y} für einen Rippenquerschnitt 400/200/2000

Abbildung 4.28: Vergleich der Einflussflächen für m_y am Knoten 11

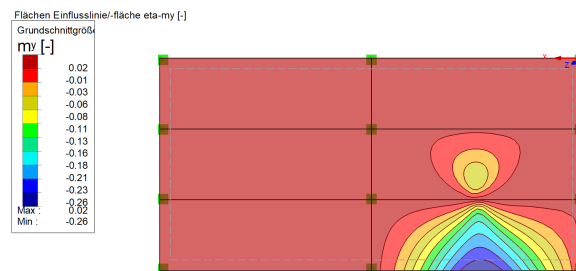
Einflussfläche η_{m_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/600Einflussfläche η_{m_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/1200Einflussfläche η_{m_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/2000**Abbildung 4.29:** Vergleich der Einflussflächen für m_x am Knoten 9



Einflussfläche η_{m_y} für einen Rippenquerschnitt 400/200/600



Einflussfläche η_{m_y} für einen Rippenquerschnitt 400/200/1200



Einflussfläche η_{m_x} für einen Rippenquerschnitt 400/200/2000

Abbildung 4.30: Vergleich der Einflussflächen für m_y am Knoten 9

Einflussfläche für die Durchbiegung

Im Folgenden wird η_{u_z} für den Knoten 12 betrachtet. Die zugehörigen Einflussflächen sind in Abbildung 4.31 auf der folgenden Seite zu sehen.

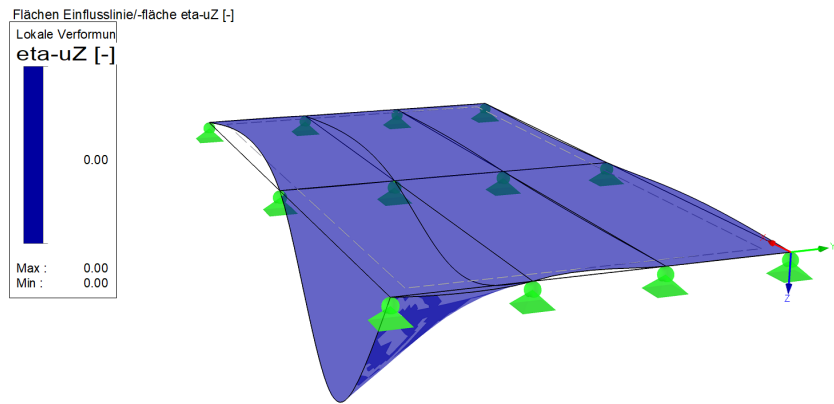
Auch diese verändert sich qualitativ für unterschiedliche Querschnittshöhen.

Während sich die Maximalwerte nicht merklich verringert haben, sind die Durchbiegungen der Randlinie des (dem Knoten 12 zugehörigen) Einzelfeldes verkleinert. Das Nachbarfeld in y -Richtung biegt sich bei der Querschnittshöhe 600 mm leicht nach unten. Bei den Querschnittshöhen 1200 mm und 2000 mm verkleinert sich die Durchbiegung dieser Randrippe und das Nachbarfeld biegt sich nach oben. Das Feld links vom Einzelfeld des Knotens 12 biegt sich bei größer werdender Rippenhöhe immer weniger nach oben.

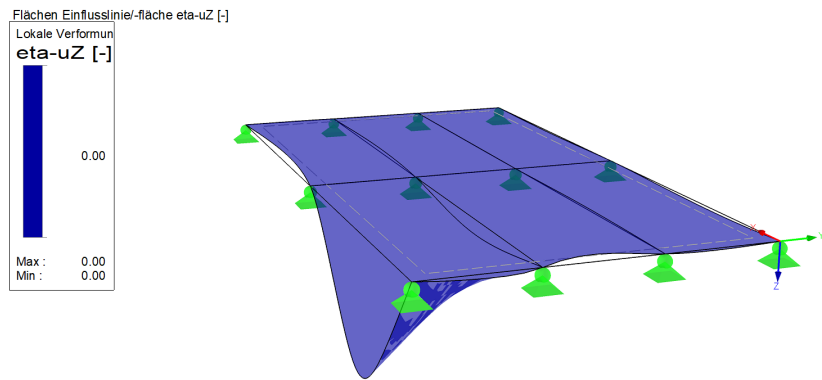
Außerdem ist in Abbildung 4.31 die Gestaltsänderung der Schnitte der Biegefläche durch den Aufpunkt sowohl in x - als auch in y -Richtung erkenntlich.

Bei dem Schnitt in x -Richtung ist eine ähnliche Durchbiegungsform wie in Abbildung 4.22 bei dem Durchlaufträger sichtbar. Mit größer werdendem Querschnitt schwächt sich die Durchbiegung in den Feldmitten deutlich ab. Anders herum verhält es sich bei dem Schnitt in y -Richtung: Der Schnitt durch die Einflussfläche verhält sich immer mehr wie die Biegeform des entsprechenden Durchlaufträgers in Abbildung 4.21, da sich die negative Durchbiegung in Feldmitte betragsmäßig weiter erhöht.

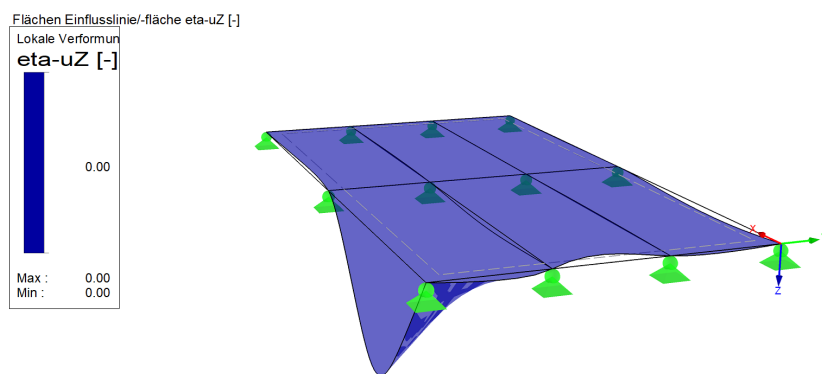
Damit kann ein wachsender Einfluss des Lagersystems in y -Richtung auf das Tragverhalten der Platte festgehalten werden.



Einflussfläche η_{u_z} für einen Rippenquerschnitt 400/200/600



Einflussfläche η_{u_z} für einen Rippenquerschnitt 400/200/1200



Einflussfläche η_{u_z} für einen Rippenquerschnitt 400/200/2000

Abbildung 4.31: Vergleich der Einflussflächen für u_z am Knoten 12

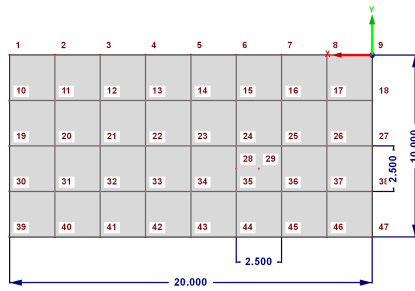


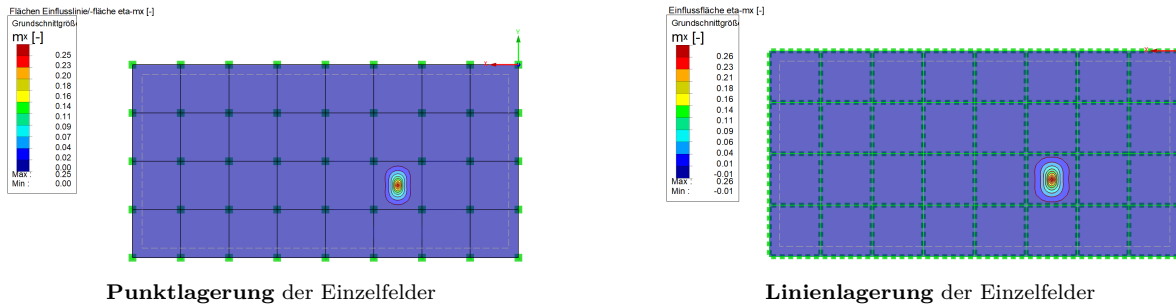
Abbildung 4.32: Modell P3 und ihre Knotennummerierungen

4.3 Einflussflächen für P3

Für das Modell P3 werden die Einflussflächen für m_x und m_y bestimmt.

In den Abbildungen 4.33 und 4.34 zeigen die Feldmomente am Knoten 29 (siehe Abbildung 4.32 für die Knotennummerierungen). Um die Ergebnisse der vorherigen Modelle mit einer Punktlagerung mit den Ergebnissen aus diesem Kapitel zu vergleichen, wurden zuerst die Einflussflächen für punktgelagerte mit denen für liniengelagerte Rippenplatten in Relation gesetzt. Hierbei handelt es sich, anders als in Kapitel 4.1.2, um eine Lagerung, die entlang der Kanten der Einzelfelder verläuft.

Es wird deutlich, dass die Einflussfelder trotz unterschiedlicher Lagerung kaum voneinander abweichen. Nur die Maximalwerte sind bei der Linienlagerung geringfügig höher, sowohl bei η_{m_x} als auch bei η_{m_y} . Aus diesem Grund kann von ähnlichen Ergebnissen zwischen der Linien- und Punktlagerung für das Modell P3 ausgegangen werden.

Abbildung 4.33: Einflussfläche η_{m_x}

Im Folgenden werden Einflussflächen für Feld- und Stützmomente gezeigt und gegenübergestellt.

4.3.1 Einflussflächen für Feldmomente am Knoten 29

Bei der Untersuchung des Modells P1 für die Punktlagerung fiel auf, dass sich die Einflussflächen schachbrettartig negativ und positiv verhalten. Mit einem verfeinerten FE-Netz mit der

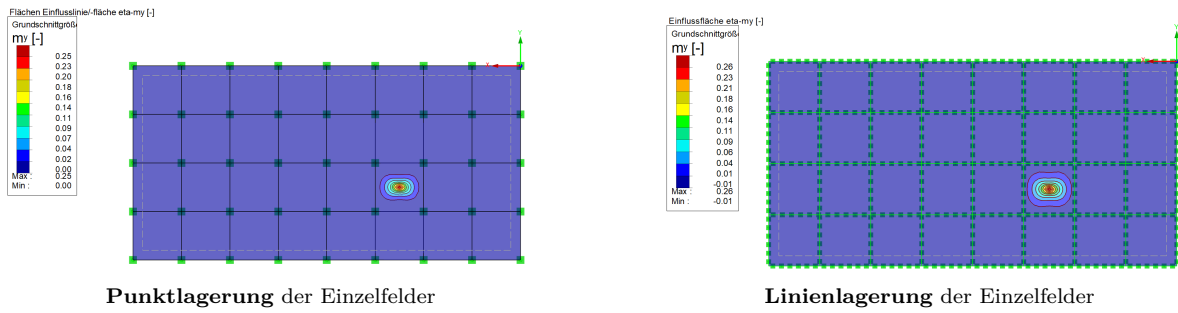


Abbildung 4.34: Einflussfläche η_{m_y}

Elementgröße $0,1 \times 0,1$ m kann dieses Phänomen deutlich gemacht und die Ergebnisse für die Einflussfläche exakter dargestellt werden.

Einflussflächen für durchlaufende Platten ohne Rippen

In Abbildung 4.35 wird sichtbar, wie die Funktion im Bereich des betreffenden Einzelfelds einen positiven Wert aufweist. Die vier benachbarten Felder weisen eine negative Einflussfunktion auf, was am sich nach oben wölbenden Einflussfeld deutlich wird. Wenn sich der Darstellungsfaktor auf RFEM5 weiter erhöht, werden die Ordinatenwerte überhöht dargestellt.

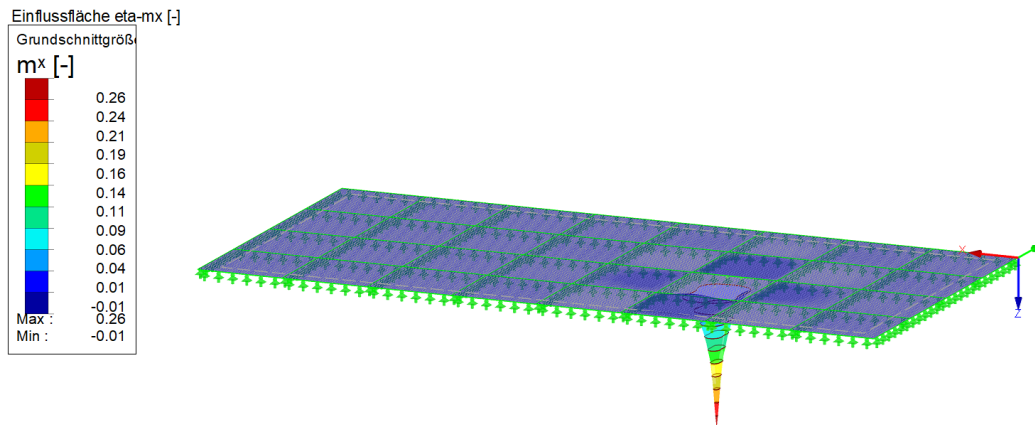


Abbildung 4.35: Einflussfläche m_x mit FE-Netz von $0,1 \times 0,1$ m, ohne Rippen

Auf der Farbskala ist ersichtlich, dass sich die Werte bei der untersten Farbe dunkelblau im Zahlenbereich 0 und -0,01 befinden.

Für die Einflussfläche von m_x bildet sich ein schachbrettartiges Muster, das sich an den Plattenfeldern orientiert, wobei sich die Vorzeichen der Einflussfunktion abwechseln. Die Beträge der Maximalwerte in den jeweiligen Feldern sind nicht gleich groß. Gemäß der Abbildung 4.36, in der die Einflussfunktionen mit größer werdendem Darstellungsfaktor abgebildet sind, ist der Wert der Einflussfläche in der Nähe des betrachteten Mittelfeldknotens besonders hoch. Die Ordinatenwerte werden immer geringer, je weiter sie von dem Aufpunkt entfernt sind. Außerdem ist auffällig, dass die Minimalwerte der Einzelfelder deutlich größer sind und mit dem

Darstellungsfaktor schneller ansteigen als die Maximalwerte der schachbrettartig gegenüberliegenden Einzelfelder. Bei der Bilderhöhung $\times 64$ sind die Maximalstellen der Einflussfläche an den nach unten stechenden Wölbungen erkennbar. Mithilfe dieser Einflussflächen kann die ungünstigste Laststellung, die in dem Belastungsumordnungsverfahren für Durchlaufplatten in Kapitel 2.3.2 angegeben ist, bestätigt werden. Das Integral über die Einflussfläche und vertikal angreifende Verkehrslasten wird dann maximal, wenn diese Lasten die Bereiche der Platte angreift, die positive Funktionswerte besitzen (vgl auch Abbildung 2.10 in Kapitel 2.1. Das Integral wird dementsprechend noch größer, wenn eine Last in die negative z -Richtung angreifen

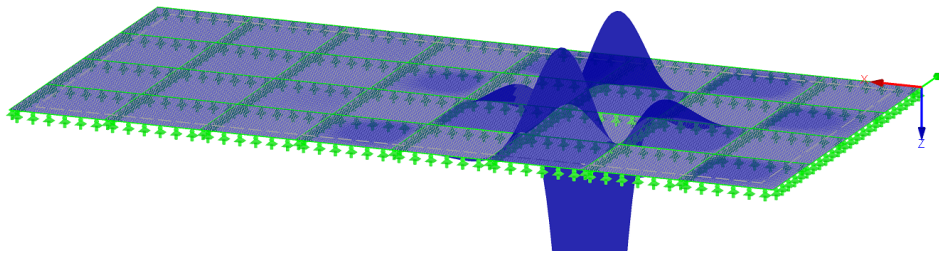
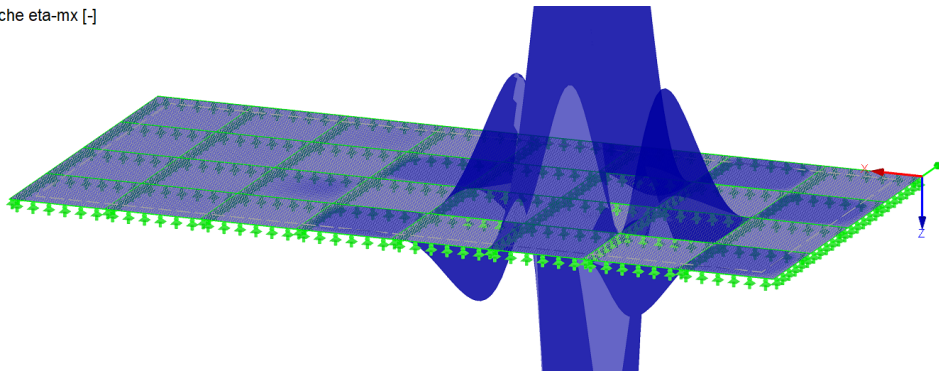
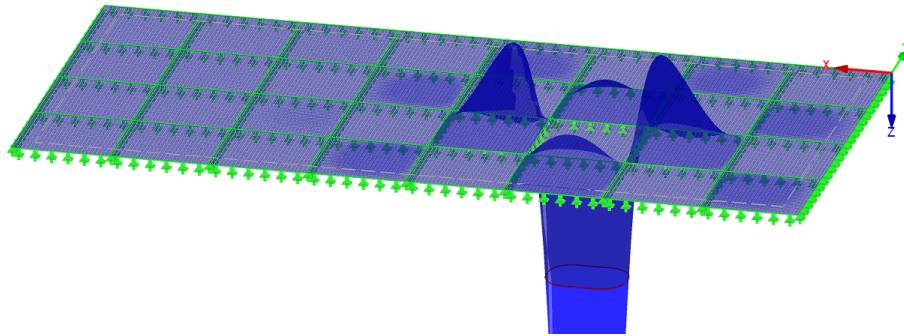
Einflussfläche η_{m_x} [-]Bildüberhöhung von $\times 16$ Einflussfläche η_{m_x} [-]Bildüberhöhung von $\times 64$

Abbildung 4.36: Bildung eines Schachbrettmusters für η_{m_x} , ohne Rippen

Dasselbe Schachbrettmuster ist auch bei den Einflussflächen für das Feldmoment m_y in der Abbildung 4.37 sichtbar. Im Vergleich zu der Einflussfläche m_x ist auch erkennbar, dass die Ordinatenwerte, die sich in den in x -Richtung benachbarten Einzelfeldern befinden, höher sind als die in den in y -Richtung benachbarten Feldern. Diese paarweise gegenüberliegenden, zum Einzelfeld des Aufpunkts benachbarten Einzelfelder besitzen jeweils dieselben Maximalwerte. Wie auch in den Abbildungen 4.33 und 4.34 erkennbar, dehnen sich die prominenten Einflussbereiche in die jeweils entgegengesetzte Achsenrichtung der Schnittmomente aus. Diese

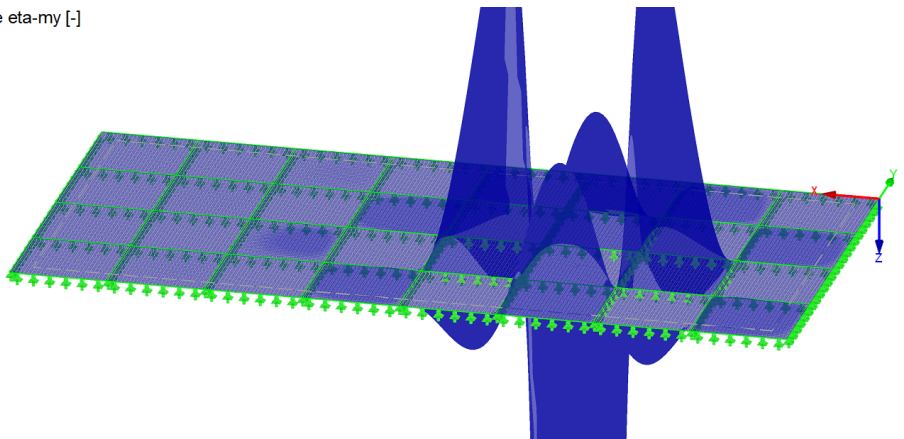
richtungsabhängige Ausdehnung ist auch auf die ganze Platte bezogen erkennbar, auch wenn die Ordinatenwerte der Einzelfelder im Einzelnen ihre Vorzeichen wechseln.

Einflussfläche eta-my [-]



Bildüberhöhung von $\times 16$

Einflussfläche eta-my [-]



Bildüberhöhung von $\times 64$

Abbildung 4.37: Bildung eines Schachbrettmusters für η_{my} , ohne Rippen

Einfluss der Rippenstärke auf das Schachbrettmuster der Einflussfläche

Je größer die Höhe der Rippe, desto weniger breitet sich der Einflussbereich auf die ganze Platte aus. In Abbildung 4.38 sind die Einflussflächen für die Platte ohne und mit Rippen dargestellt. Die Rippenhöhe steigt von 600 auf 1200 mm. Um den minimalen Einfluss auf die Felder außerhalb des Einzelfeldes des Aufpunkts darzustellen, die sich für die Querschnitte 400/200/600 und 400/200/1200 ergeben, musste eine überhöhte Darstellung der Funktionsfläche gewählt werden (siehe Bildunterschriften der Abbildung 4.38). Das regelmäßige Muster der Einflussfläche löst sich mit größer werdender Querschnittshöhe, bzw. mit steifer wirkenden Rip-

pen auf. Um diesen Einfluss der Rippen zu verdeutlichen, wurden hier nur die Einflussflächen für m_x aufgeführt. Für die Einflussfläche für m_y gelten dieselben Bilder, mit „umgekehrter Richtung“.

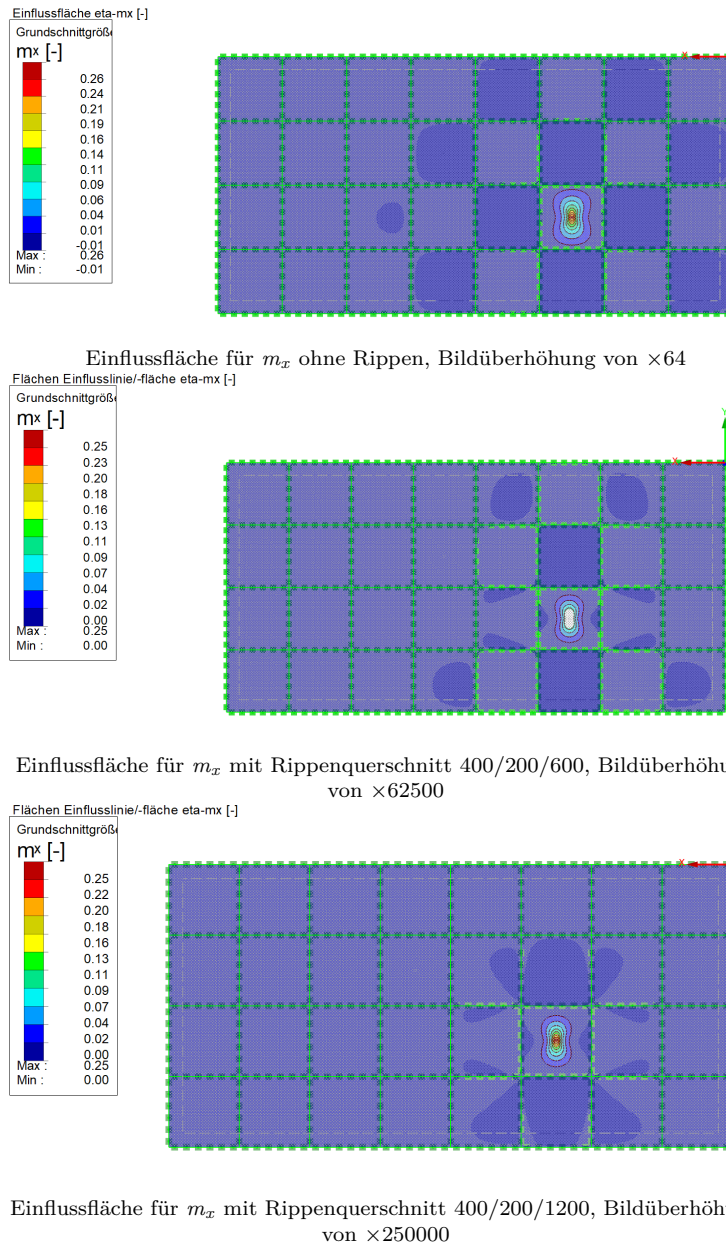


Abbildung 4.38: Einflussfläche η_{m_x}

4.3.2 Einflussflächen für Stützmomente am Knoten 28

Einflussflächen für durchlaufende Platten ohne Rippen

In den Abbildungen 4.39 und 4.40 werden die Einflussflächen für m_x am Knoten 28 mit unterschiedlichen Darstellungsfaktoren gezeigt. Es werden zuerst Platten ohne Rippen, bzw. ohne Einfluss der Rippen untersucht.

Das maximale Stützmoment ist negativ. Wie auch bei Durchlaufträgern ist das maßgebende Moment bei einer gleichförmigen Belastung das Stützmoment. Die Felder, die für den maßgebenden Momentenwert belastet werden müssen, weisen demnach einen negativen Einflussfunktionswert auf, anders als bei den Feldmomenten in Kapitel 4.3.1. Für die Einflussfläche des Knotens 28 ist das entsprechende Muster erkennbar, auf das im *Belastungsumordnungsverfahren* für Stützmomente hingewiesen wurde (siehe Kapitel 2.3.2). Jedoch wird mithilfe der Überhöhung der Ergebnisse ersichtlich, dass bei einem gewissen Abstand zu dem Aufpunkt das für Stützmomente geltende nicht mehr eingehalten wird. Es wechselt über zu dem Schachbrettmuster für Feldmomente.

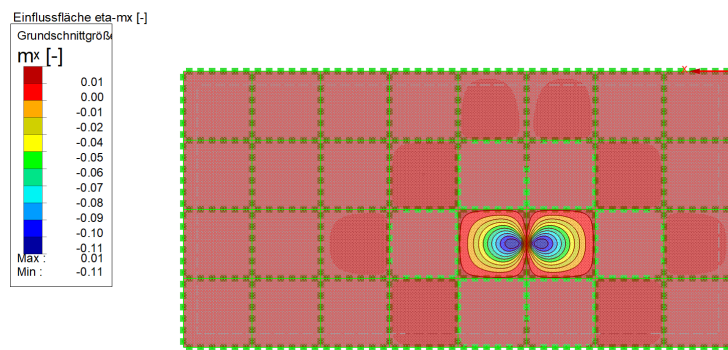


Abbildung 4.39: Einflussfläche für m_x ohne Rippen, Bildüberhöhung von $\times 64$

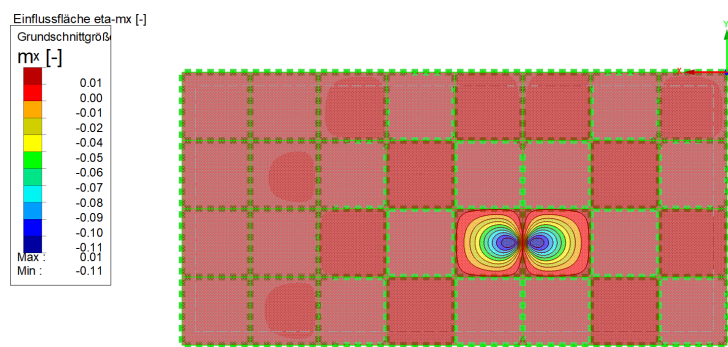


Abbildung 4.40: Einflussfläche für m_x ohne Rippen, Bildüberhöhung von $\times 512$

Die Einflussfläche für m_y ist in Abbildung 4.41 zu sehen. Es ist direkt erkennbar, dass sich der relevante Einflussbereich, anders als bei m_x , nicht über die ganzen Einzelfelder erstreckt, sondern nur über eine kleine Fläche nahe des Aufpunkts. Der Bereich hat eine doppelsymme-

trische Anordnung. Wie beim Feldmoment bildet sich eine ovalförmige positive Einflussfläche, wobei sich die beiden Hochpunkte direkt neben den Aufpunkten befinden. Die negativen Ordinatenwerte sind in dunkelblau dargestellt.

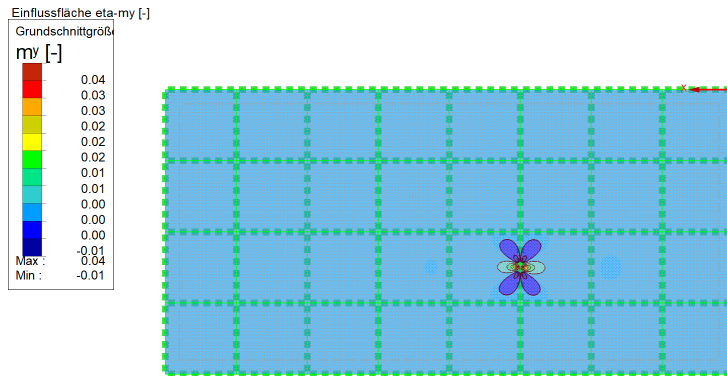


Abbildung 4.41: Einflussfläche für m_y ohne Rippen

In der Abbildung 4.42 ist dieselbe Einflussfläche mit einer Bildüberhöhung von $\times 128$ zu sehen. Mithilfe des höheren Darstellungsfaktors ist auch hier das Muster aus dem Belastungsumordnungsverfahren erkennbar. Die Maximal- und Minimalwerte der Einflussfläche liegen in den Feldern, die im BUV als günstige Lastangriffsorte berücksichtigt werden. Mithilfe der Abbildung 4.41 kann argumentiert werden, dass sich die bedeutsamen Einflussbereiche wegen ihrer wechselnden Vorzeichen im Integral gegenseitig aufheben können.

Es muss für die Abbildung 4.42 erwähnt werden, dass durch die sehr kleinen Funktionswerte der Einflussfläche in der Farbskala der Minimalwert als 0,00 angegeben ist. Durch die Bildüberhöhung ist jedoch, ähnlich wie bei den Einflussflächen für die Durchbiegung, in den Iso-metrie Bildern erkennbar, dass sich die Einflussfläche doch im positiven sowie im negativen Zahlenbereich befinden. Die Zahlenordnung ist dabei sehr gering.

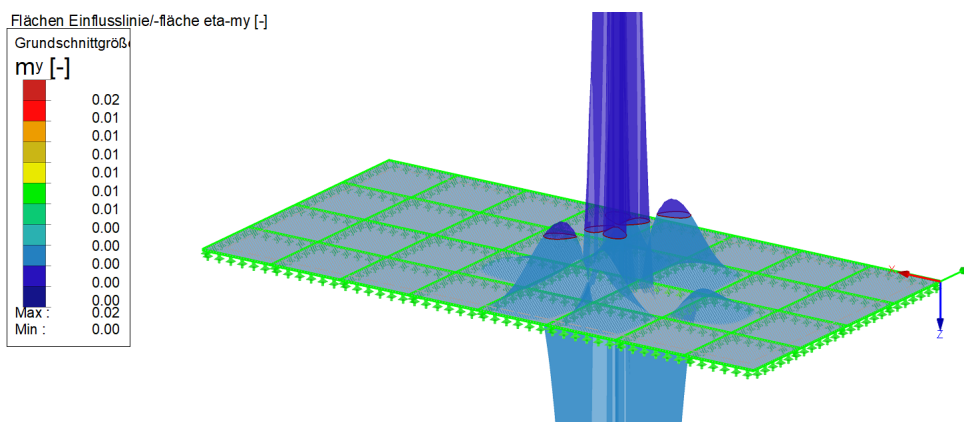


Abbildung 4.42: Einflussfläche für m_y ohne Rippen von der Seite, Bildüberhöhung von $\times 128$

Einfluss der Rippenstärke auf das Schachbrettmuster der Einflussfläche

Die Einflussfläche für m_x ist in den Abbildungen 4.43 und 4.44 ersichtlich.

Mit dem Einfügen der Rippen stellen sich bei größeren Querschnitten unregelmäßigere Muster ein, ähnlich zu den Einflussflächen für das Feldmoment (vgl. Abbildung 4.38).

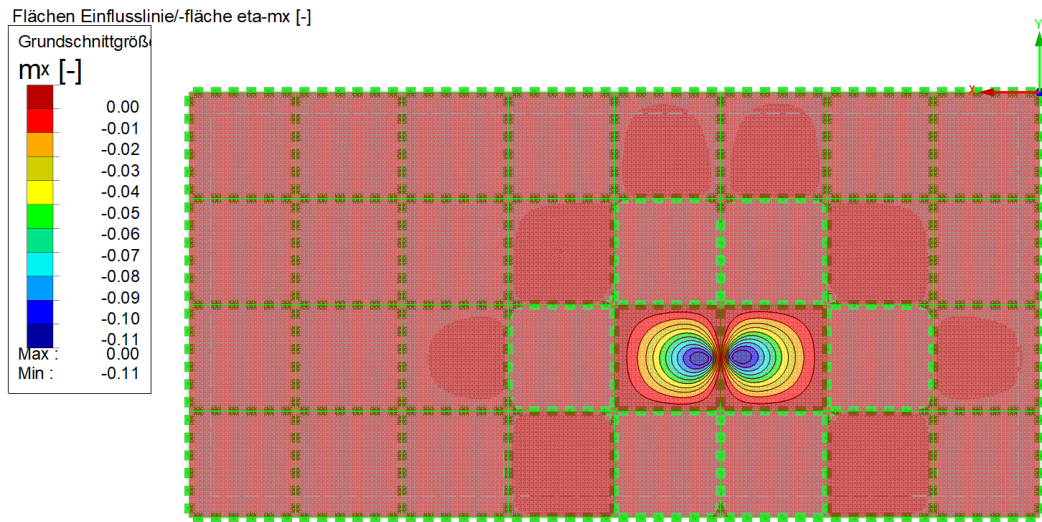


Abbildung 4.43: Einflussfläche für m_x mit Rippenquerschnitt 400/200/600, Bildüberhöhung von $\times 2096$

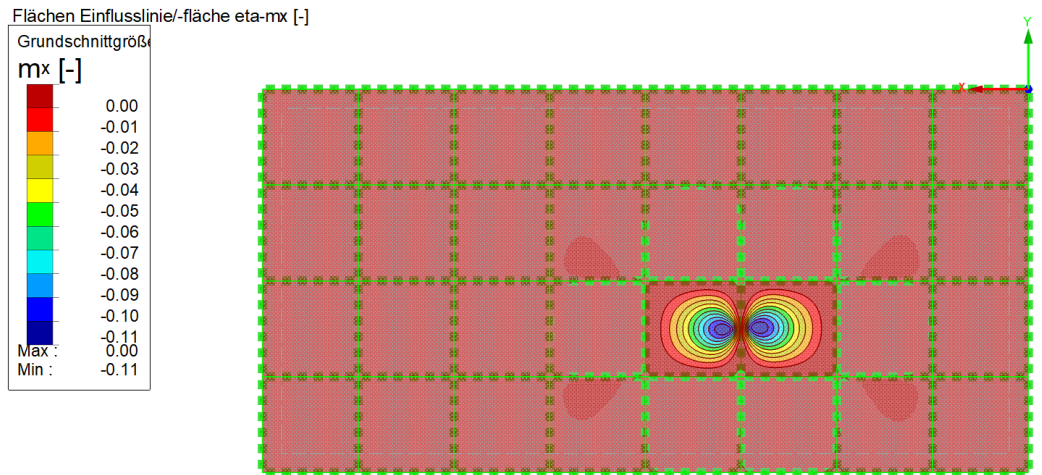
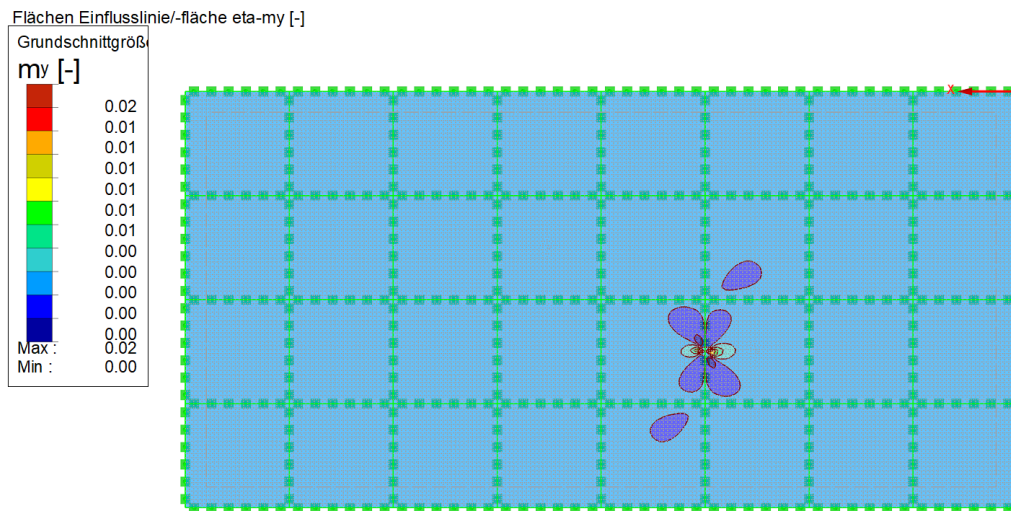


Abbildung 4.44: Einflussfläche für m_x mit Rippenquerschnitt 400/200/1200, Bildüberhöhung von $\times 2096$

Auch für η_{my} sind Unregelmäßigkeiten durch weitere negative Einflussbereiche nahe des Aufpunktes sichtbar, siehe Abbildung 4.45.

Abbildung 4.45: Einflussfläche für m_y

4.4 Einflussflächen für P4

Das letzte Modell P4 wird für den Knoten 8 untersucht, der wie in den letzten Untersuchungen auf der rechten Seite der Platte liegt. Jedoch befindet sich der Knoten über der punktförmigen Stütze, weswegen negative Einflusswerte im Bereich des Aufpunkts zu erwarten sind. Die Platte wird mit den in Abbildung 4.46 dargestellten Punktlagern in vertikaler Richtung gehalten.

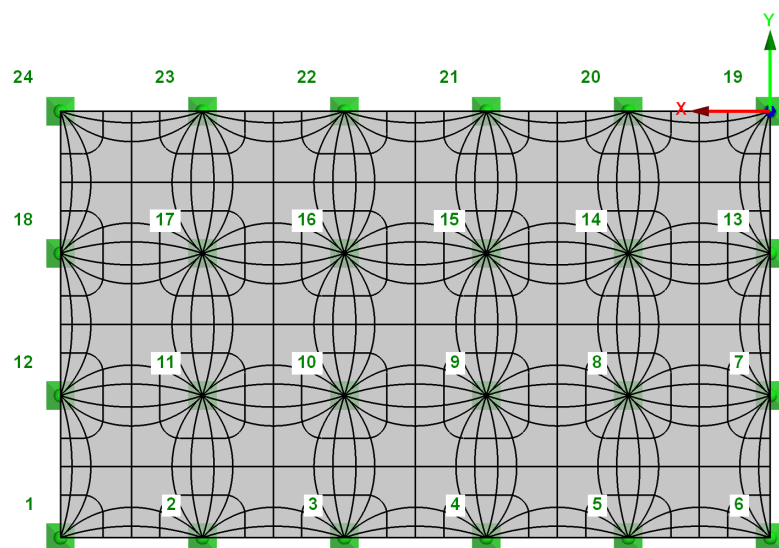


Abbildung 4.46: Modell P4 mit ihren Knotennummierungen

Das Modell P4 weist drei Randbedingungen auf, die sich von denen der Modelle P1 bis P4 abweichen:

4 Auswertung

- Die Seitenlängen betragen $30\text{ m} \times 50\text{ m}$
- Der Rippenquerschnitt ist rechteckig mit den Maßen $200 \times 680\text{ mm}$. Dabei ist das Flächenträgheitsmoment mit 524.053 cm^3 etwa gleich wie bei den Rippen der Modelle P1-P3.
- Die Außenränder der Platte sind auch mit Rippen bestückt.

Gemeinsam mit dem Modell P1 sind die acht quadratischen Einzelfelder mit den Maßen $5\text{ m} \times 5\text{ m}$ in der Mitte der Platte. Entlang der Außenränder sind rechteckige Einzelplatten mit den Seitenlängen $5\text{ m} \times 2,5\text{ m}$ angeordnet. Um die filigraneren Strukturen von P4 ausreichend genau darzustellen, wurde hier ein verfeinertes FE-Netz mit der Elementgröße $0.25 \times 0.25\text{ m}$ gewählt.

In den Abbildungen 4.47, 4.48, 4.49, 4.50 und 4.51 sind die Einflussflächen für die Schnittgrößen m_x , m_y , m_{xy} und v_x und sowie für die Verformung u_z aufgeführt.

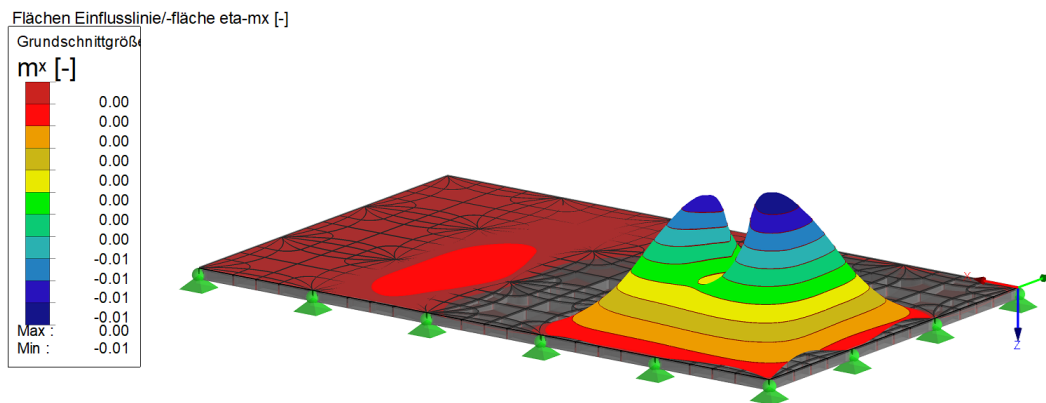


Abbildung 4.47: Einflussfläche für m_x

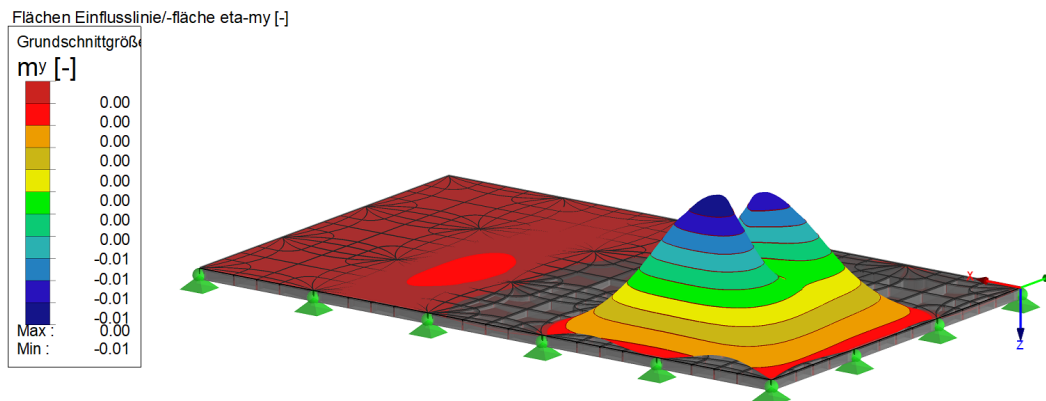
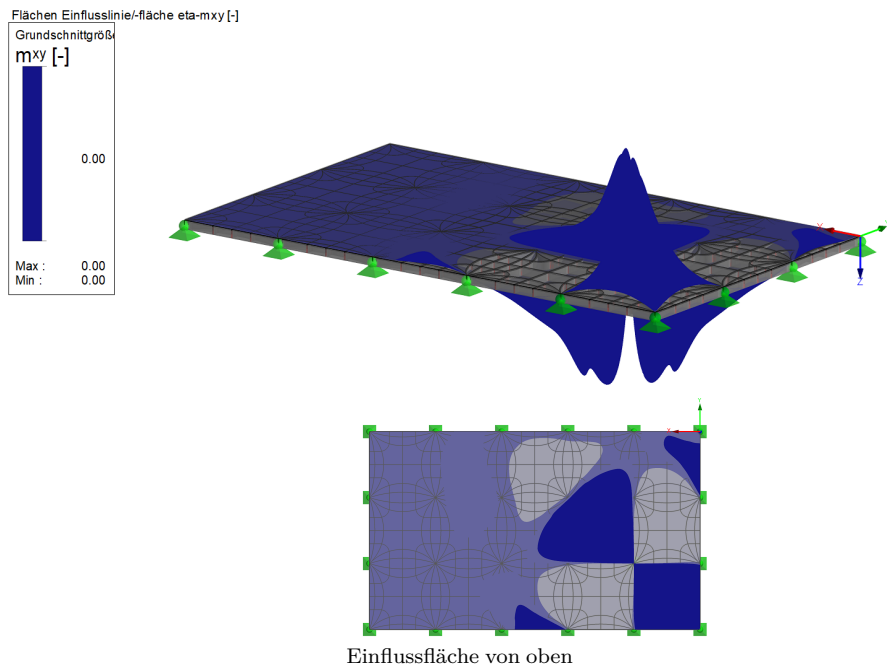
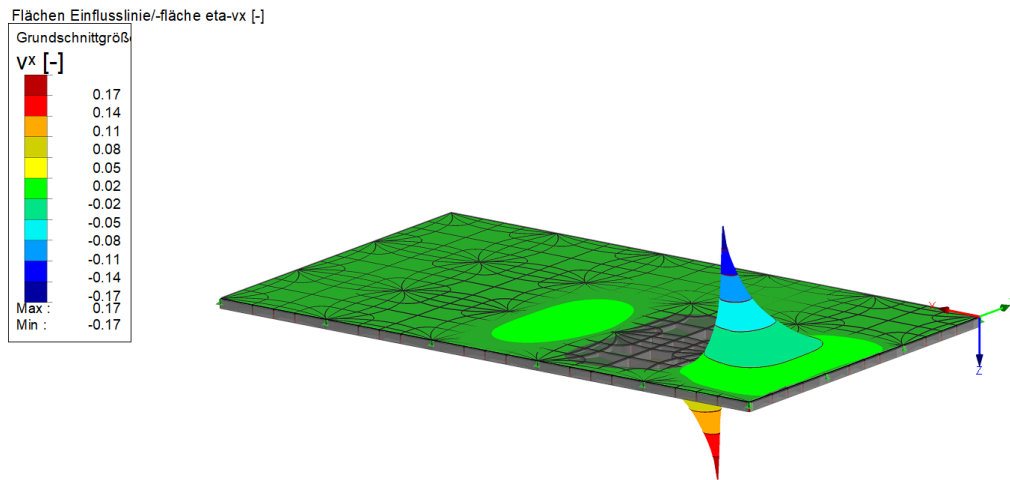


Abbildung 4.48: Einflussfläche für m_y

Abbildung 4.49: Einflussfläche für m_{xy} Abbildung 4.50: Einflussfläche für v_x

Was direkt auffällt, sind die sehr kleinen Ordinatenwerte für jede der untersuchten Einflussflächen. Laut den Farbskalen für die Betrachtung der Biegemomente bewegt sich die Funktion im Zahlenbereich zwischen 0,00 und -0,01. Die Extremwerte von η_{v_x} haben den Betrag 0,17. Im Vergleich zu dem Modell P1 mit einer Punktlagerung hat sich der Maximalwert um das 8-fache verkleinert. Die Ordinatenwerte von $\eta_{m_{xy}}$ und η_{u_z} liegen für die ganze Fläche auf 0,00. Durch die zahlreichen Rippen mit sehr dichter Anordnung erhöht sich die Steifigkeit enorm. Sie kann annähernd als Vollplatte mit verstärkter Plattendicke gesehen werden.

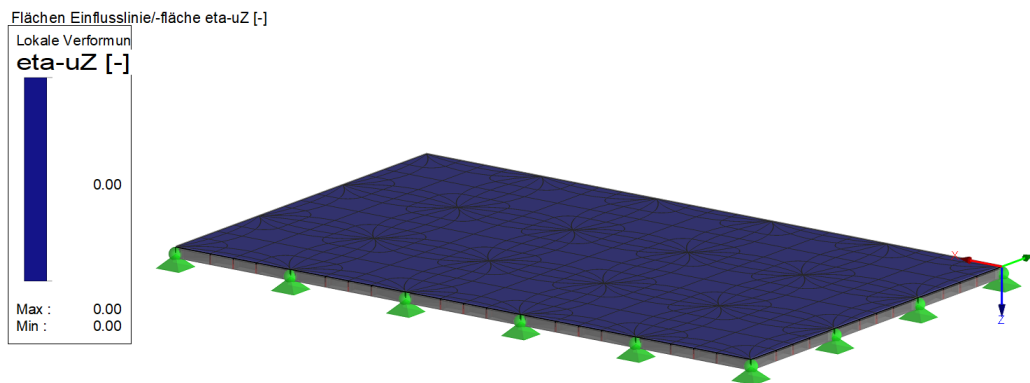


Abbildung 4.51: Einflussfläche für u_z

An dieser Stelle kann nochmal auf die Norm bzgl. der Torsionssteifigkeit im Kapitel 2.3.1 zurückgegriffen werden: Die Torsionssteifigkeit ist mit der Einflussfläche für das Drillmoment an dem Knoten 8 ausreichend gut gezeigt. Falls die Norm auf dieses in der Wirtschaft außergewöhnliche Modell P4 angewendet wird, erfüllt P4 mit den Rippen ihre Bedingungen.

Die Einflussflächen η_{m_x} und η_{m_y} weisen bis auf die Spiegelung der Ausbreitungsrichtung dieselben Gestalten auf. Die Funktionsfelder besitzen zwei negative Höhepunkte, die auch bei dem Modell P3 (vgl. Kapitel 4.3.2) für Stützmomente sichtbar sind und sich bei P2 mit steigender Querschnittshöhe entwickeln (vgl. Abbildungen 4.27, 4.28, 4.29 und 4.30).

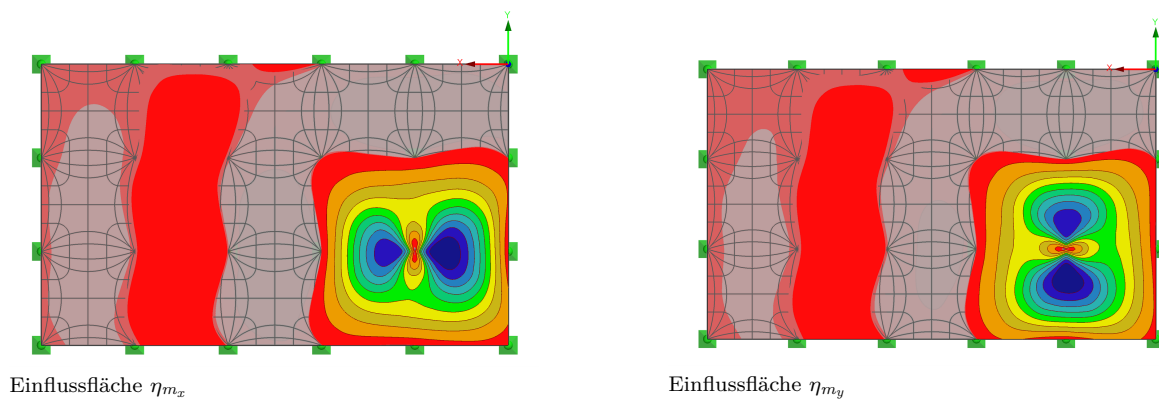
Trotz minimaler Funktionswerte ist erkennbar, dass η_{m_x} einen größeren positiven Einflussbereich in der linken Plattenhälfte beizt als η_{m_y} . Auch hier sind die Werte der Farbskala nicht ganz mit den Höhenlinien der Einflussflächen konform. Die rotfarbigen Bereiche stellen negative Werte dar, die positiven sind in den Abbildungen in grau zu sehen. Sie werden wegen der nicht-transparenten Anzeige der Platte abgedeckt.

Mithilfe der Bildüberhöhung von $\times 8$ Abbildung 4.52 auf der nächsten Seite ist sowohl für η_{m_x} als auch für η_{m_y} eine neue Struktur außerhalb des direkten Bereichs des Aufpunkts sichtbar. Anstatt des Schachbrettmusters, dass bei dem Modell P3 zu sehen ist, wechselt sich da Vorzeichen der Einflussfläche reihenweise, siehe. Die Grenzen der rot markierten Einflussbereiche verlaufen entlang der gekrümmten Rippen.

4.5 Beurteilung der Ergebnisse

4.5.1 Modellannahmen und softwarebedingte Einschränkungen

Wie in den vorherigen Kapiteln erwähnt, hat das Computerprogramm Schwierigkeiten, Einflusswerte im kleinen Zahlenbereich exakt zu berechnen und in der Farbskala darzustellen. Diese Unsicherheiten können u.U. zu fehlerhaften Ergebnissen bei der Auswertung der Einflussflächen führen. Außerdem bietet RFEM5 keine detaillierte Programmbeschreibung für das

Abbildung 4.52: Einflussflächen, Bildüberhöhung von $\times 8$

Modul RF-Influence, sodass die algorithmische Vorgehensweise zur Erzeugung der Einflussflächen nicht erklärt wird. Diese Lücke wird hier geschlossen, indem die Beurteilung der Ergebnisse sich auf den Abgleich mit vorhandenen Tabellenwerken und plausiblen Gedankengängen über das Tragwerksverhalten stützt. Eine weitere Unklarheit ist der Einfluss der Querdehnzahl ν auf die Berechnung der Einflussfunktion. Deshalb wird hier die Vorgehensweise nach [4] angenommen, bei der ν erst nach der Berechnung der Momentenwerte für $\nu = 0$ berücksichtigt werden.

Da RFEM5 Platten grundsätzlich als drillsteif modelliert, können die Ergebnisse von realen, drillweichen Rippendecken abweichen. Beispielsweise wurden - trotz angeblicher Drillweichheit - Einflussflächen für Torsionsmomente berechnet. Aus diesem Grund wird davon ausgegangen, dass die Rippenplatte als Vollplatte mit verstärkten Querschnitten an den Rippenachsen berücksichtigt wurde, und nicht als Tragwerk, dass hauptsächlich über die Rippen abträgt.

4.5.2 Besonderheiten bei Einflussflächen

Im Unterschied zu Einflusslinien von Stabtragwerken entstehen bei Einflussflächen unendlich hohe Ordinatenwerte an den Aufpunkten, die *Singularitäten*. Bei einer idealisierten Einzellast, die ausschließlich am Aufpunkt auftritt und sich nicht auf einen breiteren Bereich ausbreitet, werden die Werte daher unendlich groß. In der Anwendung der Einflussflächen auf reale Tragwerke müssen diese Unregelmäßigkeiten je nach Situation individuell interpretiert werden, da Singularitäten keine physikalisch realistischen Abbildungen beschreiben.

4.5.3 Belastungsumordnungsverfahren

Das Modell P3 in Kapitel 4.3 wurde hauptsächlich zur Bestätigung der vorgegebenen Laststellungen des Belastungsumordnungsverfahrens (BUV) genutzt. Jedoch kann argumentiert werden, dass das BUV für Rippenplatten eingeschränkt anwendbar ist, da das Verfahren von

konstanten Querschnitten ausgeht. Die bedingte Anwendung kann durch die Ergebnisse in dem oben genannten Kapitel begründet werden, und zwar dass das Schachbrettmuster der Lastanordnung mit steigendem Einfluss der Rippen unregelmäßiger wird und die Ergebnisse mit dem BUV nicht mehr ausreichend genau sind.

Zusammenfassung und Ausblick

Mit dieser Arbeit wurde die Anwendung der Theorie der Einflussflächen am Beispiel von Rippenplatten neu beleuchtet. Die vereinfachenden Methoden der Einflusslinien und -flächen bieten an, Aussagen über das Belastungsverhalten bei verschiedenen Tragwerkskonstruktionen zu treffen, ohne die Ansätze bereits in komplexen Vorgängen zu rechnen. Es wurde gezeigt, dass sich damit die Belastungsperformance schnell und weniger aufwändig prognostizieren lässt.

Mithilfe der durch das Softwaretool RF-Influence erzeugten Einflussflächen auf RFEM5 konnten die günstigen und ungünstigen Laststellungen für reale, bewegliche Lasten überschaubar und intuitiv ablesbar dargestellt werden. Die Anwendung ist vor allem im Brückenbau bei veränderlichen Lasten sehr nützlich. Einflussflächen sind außerdem als Optimierungsmethode geeignet, mit der beispielsweise neue größere Lasten schnell für die Beurteilung bestehender Tragwerke berücksichtigt werden können. Während Beanspruchungen auf Stabtragwerke und Plattenstreifen überschlägig mithilfe von Einflusslinien beurteilt werden können, sind für die Berechnung von Einflussflächen komplexer Tragwerke wie Rippenplatten Computerprogramme wie RFEM5 oder Sofistik notwendig. Auch die Auswertung von Einflussflächen ist anspruchsvoller, da die Einflussfunktion bei Platten meist unbekannt und schwer herleitbar ist. Einflussflächen berücksichtigen außerdem keine realen Beanspruchungen wie Temperatureinwirkungen und Verschleiß, treffen aber bei konkreten Annahmen von Randbedingungen die Realität. Diese genannten Gründe sprechen für Einflussflächen als zwar überschlägige, aber dennoch zuverlässige Herangehensweise für die Tragwerksbeurteilung.

In der Anwendung weisen Höhenlinien der Einflussflächen einen deutlichen Maximalwert auf. Die Ordinatenwerte sinken sehr stark, je weiter der betrachtete Querschnittspunkt vom Aufpunkt abweicht. Dieses Abklingverhalten zeigt, dass die Laststellungen einen starken Einfluss auf die Beanspruchung der Platten hat. Die Lagerbedingungen und die Rippenstärke sind zweitrangig. Mit der Untersuchung des Modells P3 zeigt sich, dass die vorgestellten ungünstigen Laststellungen aus dem Belastungsumordnungsverfahren nicht zur absolut ungünstigsten Laststellung führen. Bei diesem Näherungsverfahren wird der Maximalbereich der Einflussfläche berücksichtigt, während die kleineren Werte zugunsten einer vereinfachten Vorgehensweise bei der Wahl der Laststellung nicht exakt berücksichtigt werden.

Für weitere Untersuchungen von Rippenplatten können noch weitere Randbedingungen betrachtet werden, wie die Einspannung der Außenränder, eine zwei- oder dreiseitige Lagerung, die Variation der Plattendicke, eine linear ansteigende Dicke der durchlaufenden Platte oder Aufpunkte am Plattenrand. Die Rippen können in der Weise berücksichtigt werden, dass der Einfluss ihrer Schubsteifigkeit auf die Einflussfläche untersucht wird.

Literatur

- [1] M. Bischoff, E. Ramm und L.-M. Krauß, *Skript zur Vorlesung Baustatik im Sommersemester 2023 und Wintersemester 2023/2024*. Institut für Baustatik und Baudynamik, Universität Stuttgart, 2023.
- [2] F. Hartmann und P. Jahn, *Statik und Einflussfunktionen – vom modernen Standpunkt aus*, 2. Auflage. Kassel university press GmbH, Kassel, 2023.
- [3] A. Pucher, *Einflußfelder elastischer Platten*, 4. Auflage. Wien, New York: Springer-Verlag, 1973.
- [4] E. Hake und K. Meskouris, *Statik der Flächentragwerke*, 2. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2007.
- [5] A. Albert und J. Heisel, *Schneider Bautabellen für Ingenieure*, 2. Auflage. Köln: Revugius Fachmedien GmbH, 2024.
- [6] E. Wälli, „Beton- und Stahlbetonbau: Einfache modellstatische Ermittlung von Momenten-Einflußflächen für Flächentragwerke,“
- [7] M. Bischoff, E. Ramm und A. Trautwein, *Skript zur Vorlesung Computerorientierte Methoden für Kontinua und Flächentragwerke im Wintersemester 2024/2025*. Institut für Baustatik und Baudynamik, Universität Stuttgart, 2024.
- [8] „Kassetendecken,“ besucht am 20. Nov. 2025. Adresse: <https://www.baunetzwissen.de/glossar/k/kassetendecke-4169343>
- [9] J. Mata-Falcón und P. Bischof, „Digitally fabricated ribbed concrete floor slabs: a sustainable solution for construction,“ DOI: 10.21809/rilemtechlett.2022.161
- [10] P. Block, T. V. Mele, M. Rippmann und N. Paulson, *Beyond Bending - Reimagining Compression Shells*, 2. Auflage. München: DETAIL Business Information GmbH, 2007.
- [11] *DIN EN 1992-1-1:2011. Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1*.
- [12] A. Molkenhuth, W. Koepcke und H. Juhl, *Einflußfelder zweifeldriger Platten mit freien Längsrändern*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1971.

- [13] C. Chioni. „Ex Lanificio Gatti - Pier Luigi Nervi,“ besucht am 14. Nov. 2025. Adresse:
<https://archidiap.com/opera/ex-lanificio-gatti/>