Ing. Software
Dlubal

Vydání
říjen 2012

Program

RF-LAMINATE

Posouzení vícevrstvých ploch

Popis programu

Všechna práva včetně práv k překladu vyhrazena.

Bez výslovného souhlasu společnosti Ing. Software Dlubal s.r.o. není povoleno tento popis programu ani jeho jednotlivé části jakýmkoli způsobem dále šířit.

© Ing. Software Dlubal s.r.o.
Anglická 28 120 00 Praha 2

Tel.: +420 222 518 568
Fax: +420 222 519 218
Email: info@dlubal.cz
Web: www.dlubal.cz

Obsah

	Obsah	Strana
1.	**Úvod**	**4**
1.1	**Přídavný modul RF-LAMINATE**	**4**
1.2	**Tým pro vývoj modulu RF-LAMINATE**	**5**
1.3	**Poznámka k příručce**	**5**
1.4	**Spuštění modulu RF-LAMINATE**	**6**
2.	**Teorie**	**8**
2.1	**Symboly**	**8**
2.2	**Materiálové modely**	**9**
2.2.1	Ortotropní	9
2.2.2	Ortotropní - uživatelský	12
2.2.3	Izotropní	12
2.2.4	Izotropní- uživatelský	13
2.2.5	Hybridní	13
2.3	**Matice tuhosti**	**13**
2.3.1	Smykové spřažení vrstev je zohledněno	13
2.3.2	Smykové spřažení vrstev není zohledněno	17
3.	**Vstupní data**	**20**
3.1	**Základní údaje**	**20**
3.1.1	Záložka Mezní stav únosnosti	21
3.1.2	Záložka Mezní stav použitelnosti	22
3.2	**Materiálové charakteristiky**	**23**
3.3	**Mezní napětí**	**26**
3.4	**Třída trvání zatížení a třída provozu**	**27**
3.5	**Údaje pro posouzení použitelnosti**	**29**
4.	**Výpočet**	**30**
4.1	**Detaily**	**30**
4.1.1	Záložka Napětí	31
4.1.2	Záložka Posouzení	38
4.1.3	Záložka Možnosti	39
4.2	**Spuštění výpočtu**	**40**
5.	**Výsledky**	**42**
5.1	**Max. napětí po zatěžovacích stavech**	**43**
5.2	**Max. napětí po plochách**	**47**
5.3	**Napětí po bodech**	**47**
5.4	**Max. posunutí**	**48**
5.5	**Výkaz materiálu**	**49**
6.	**Výstup**	**51**
6.1	**Výstupní protokol**	**51**
6.2	**Tisk zobrazení z RF-LAMINATE**	**51**
7.	**Obecné funkce**	**53**
7.1	**Návrhové případy v RF-LAMINATE**	**53**
7.2	**Jednotky a desetinná místa**	**54**
7.3	**Export výsledků**	**55**
7.4	**Klávesové zkratky**	**57**
8.	**Příklady**	**58**
8.1	**Výpočet prvků matice tuhosti**	**58**
8.1.1	Smykové spřažení vrstev je zohledněno	61
8.1.2	Smykové spřažení vrstev není zohledněno	64
8.2	**Výpočet napětí**	**67**
8.2.1	Výpočet jednotlivých složek napětí	68
8.2.2	Postup výpočtu v RF-LAMINATE	70
9.	**Přílohy**	**78**
9.1	**Transformační vztahy**	**78**
A	**Literatura**	**79**
B	**Index**	**80**

1. Úvod

1.1 Přídavný modul RF-LAMINATE

Přídavný modul RF-LAMINATE od společnosti Ing. Software Dlubal s.r.o. slouží k výpočtu deformací a napětí vrstvených ploch. RF-LAMINATE můžeme využít například k posouzení vrstveného křížem lepeného dřeva, lepeného lamelového dřeva či OSB desek. Modul je dobře využitelný nejen pro dřevěné konstrukce, neboť je možné vytvářet nejrůznější skladby vrstev s použitím libovolných materiálů, které lze vybrat z materiálové databáze, jež je zde k dispozici. Uživatel samozřejmě může vytvořit i další materiály, které je možné do databáze přidat.

V modulu RF-LAMINATE je možné vytvářet konstrukce s různými materiálovými modely. K dispozici je zde nejen izotropní a ortotropní materiálový model, ale i uživatelsky definovaný či hybridní, který umožňuje kombinaci izotropních a ortotropních materiálů v jedné skladbě. Jednotlivé vrstvy lze pro ortotropní materiály samozřejmě natáčet o úhel β, a počítat tak s odlišnými vlastnosti ve směru, který potřebujeme. V modulu RF-LAMINATE je dále možné se rozhodnout, zdali ve výpočtu chceme zohlednit smykové spřažení jednotlivých vrstev či nikoliv.

Modul přináší uživateli díky svému přehlednému uspořádání a intuitivním dialogům pro zadání vstupních údajů výrazné usnadnění práce. V této příručce jsou popsány všechny potřebné informace pro práci s modulem RF-LAMINATE, včetně vzorových příkladů.

Stejně jako ostatní moduly je i RF-LAMINATE plně integrovanou součástí programu RFEM. Není přitom pouze optickou součástí programu. Výsledky modulu včetně grafických zobrazení lze totiž začlenit do výstupního protokolu programu RFEM. Celý výpočet tak lze pohodlně a především jednotně upravit a uspořádat. Shodná struktura všech modulů v neposlední řadě umožňuje snadno si osvojit práci i s tímto modulem.

Při práci s hlavním programem RFEM a jeho přídavným modulem RF-LAMINATE Vám přejeme hodně úspěchů.

Vaše společnost Ing. Software Dlubal s.r.o.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

1.2 Tým pro vývoj modulu RF-LAMINATE

Na vývoji modulu RF-LAMINATE se podíleli:

Koordinátoři programu

Dipl.-Ing. Georg Dlubal
Dipl.-Ing. (FH) Younes El Frem
Ing. Pavel Bartoš

Programátoři

doc. Ing. Ivan Němec, CSc.
Mgr. Petr Zajíček
Ing. Lukáš Weis
Mgr. Vítězslav Štembera, Ph.D.

Databáze průřezů a materiálů

Ing. Jan Rybín, Ph.D.

Design programu, dialogů a ikon

Dipl.-Ing. Georg Dlubal
MgA. Robert Kolouch

Testování programu

Mgr. Vítězslav Štembera, Ph.D.
Ing. Iva Horčičková
Dipl.-Ing. (FH) Bastian Kuhn

Manuály, dokumentace a překlady

Ing. Iva Horčičková
Mgr. Vítězslav Štembera, Ph.D.
Mgr. Ing. Hana Macková
Dipl.-Ing. (FH) Bastian Kuhn
Dipl.-Ing. (FH) Robert Vogl
Dipl.-Ü. Gundel Pietzcker

Technická podpora a konečná kontrola

Mgr. Vítězslav Štembera, Ph.D.
Ing. Iva Horčičková
Dipl.-Ing. (BA) Markus Baumgärtel
Dipl.-Ing. (BA) Sandy Matula
Dipl.-Ing. (FH) Steffen Clauß
Dipl.-Ing. (FH) Matthias Entenmann
Dipl.-Ing. Frank Faulstich
Dipl.-Ing. (FH) René Flori
M.Sc. Dipl.-Ing. (BA) Shaobin Ding
Dipl.-Ing. (FH) Bastian Kuhn
Dipl.-Ing. (FH) Stefan Frenzel
Dipl.-Ing. (FH) Walter Fröhlich
M.Sc. Dipl.-Ing. Frank Lobisch
Dipl.-Ing. (FH) Alexander Meierhofer
M. Eng. Dipl.-Ing. (BA) Andreas Niemeier
M. Eng. Dipl.-Ing. (FH) Walter Rustler
M.Sc. Dipl.-Ing. (BA) Frank Sonntag
Dipl.-Ing. (FH) Christian Stautner
Dipl.-Ing. (FH) Robert Vogl

1.3 Poznámka k příručce

Tematické oblasti jako požadavky na výpočetní systém a postup instalace jsou podrobně popsány v manuálu k hlavnímu programu RFEM, a proto je v této příručce ponecháme stranou. Pozornost naopak soustředíme na zvláštnosti, které přináší práce s tímto přídavným modulem.

Při popisu modulu RF-LAMINATE vycházíme z pořadí a struktury tabulek se vstupními a výstupními daty. V textu uvádíme popisované **ikony** (tlačítka) v hranatých závorkách, např. [Detaily]. Tlačítka jsou zároveň zobrazena na levém okraji. **Názvy** dialogů, tabulek a jednotlivých menu jsou pak v textu vyznačeny *kurzivou*, aby bylo snadné vyhledat je v programu.

Do této příručky zařazujeme také index pro rychlé vyhledání určitých termínů. Pokud však ani tak nenaleznete to, co potřebujete, pak se Vám na našich webových stránkách **www.dlubal.cz** nabízí vyhledávač, pomocí kterého můžete dle zadaných kritérií listovat v rozsáhlém seznamu *Otázky a odpovědi*.

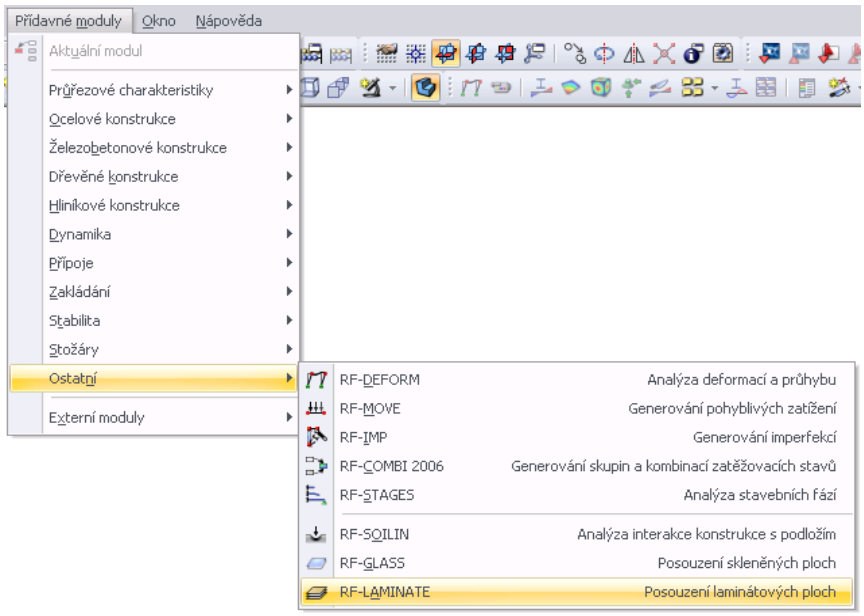
1.4 Spuštění modulu RF-LAMINATE

Přídavný modul RF-LAMINATE lze v RFEMu spustit několika způsoby.

Hlavní nabídka

Modul RF-LAMINATE můžeme vyvolat příkazem z hlavní nabídky programu RFEM

Přídavné moduly → Ostatní → RF-LAMINATE.

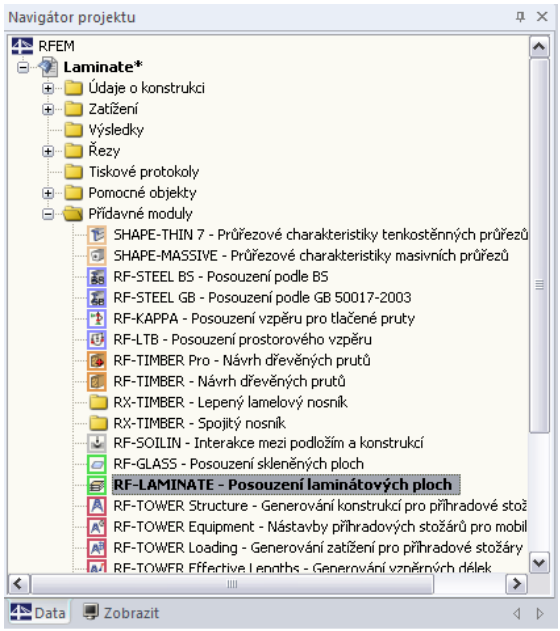


Obr. 1.1: Hlavní nabídka: *Přídavné moduly → Ostatní → RF-LAMINATE*

Navigátor

Modul RF-LAMINATE lze dále vyvolat z navigátoru *Data* kliknutím na položku

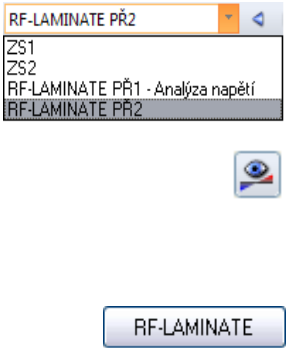
Přídavné moduly → RF-LAMINATE – Posouzení laminátových ploch.



Obr. 1.2: Navigátor *Data*: *Přídavné moduly → RF-LAMINATE*

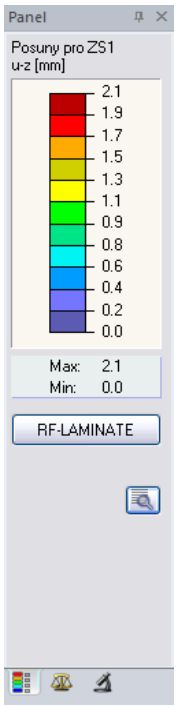
Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Panel



Pokud jsou v určité úloze v RFEMu již k dispozici výsledky z modulu RF-LAMINATE, pak lze daný případ z tohoto modulu nastavit v seznamu zatěžovacích stavů. Pomocí tlačítka [Zapnout/vypnout výsledky] se v grafickém okně zobrazí posuny nebo napětí.

V panelu máme nyní k dispozici tlačítko [RF-LAMINATE], kterým lze modul RF-LAMINATE spustit.



Obr. 1.3: Panel: Tlačítko [RF-LAMINATE]

2. Teorie

V této kapitole jsou uvedeny teoretické základy, které jsou nutné k práci s modulem RF-LAMINATE.

2.1 Symboly

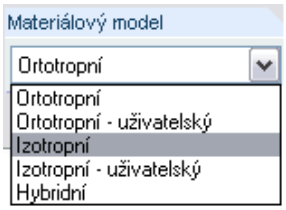
t	Tloušťka jednotlivých vrstev [m]
β	Směr ortotropie [°]
E	Youngův modul pružnosti [Pa]
E_x	Youngův modul pružnosti ve směru osy x' [Pa]
E_y	Youngův modul pružnosti ve směru osy y' [Pa]
G	Modul pružnosti ve smyku [Pa]
G_{xy}	Moduly pružnosti ve smyku v rovině $x'y'$ [Pa]
G_{xz}	Modul pružnosti ve smyku v rovině $x'z$ [Pa]
G_{yz}	Modul pružnosti ve smyku v rovině $y'z$ [Pa]
μ	Poissonův součinitel [-]
μ_{xy}, μ_{yx}	Poissonovy součinitelé v rovině x'y' [-]
γ	Měrná tíha [N/m^3]
α_T	Součinitel teplotní roztažnosti [1/°C]
d'_{ij}	Prvky matice tuhosti vrstvy v souřadném systému x', y', z [Pa]
d_{ij}	Prvky matice tuhosti vrstvy v souřadném systému x, y, z [Pa]
D_{ij}	Prvky globální matice tuhosti [Nm, Nm/m, N/m]
σ_x, σ_y	Normálové složky napětí [Pa]
$\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$	Smykové složky napětí [Pa]
n	Počet vrstev [-]
z	Souřadnice osy z [m]
m_x	Ohybový moment vyvolávající napětí ve směru osy x [Nm/m]
m_y	Ohybový moment vyvolávající napětí ve směru osy y [Nm/m]
m_{xy}	Krouticí moment [Nm/m]
v_x, v_y	Posouvající síly [N/m]
n_x	Normálová síla se směru osy x [N/m]
n_y	Normálová síla se směru osy y [N/m]
n_{xy}	Smykový tok [N/m]
$f_{b,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti v ohybu [Pa]
$f_{t,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti v tahu [Pa]
$f_{c,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti v tlaku [Pa]
$f_{b,0,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti v ohybu ve směru vláken [Pa]

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

$f_{t,0,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti v tahu ve směru vláken [Pa]
$f_{c,0,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti v tlaku ve směru vláken [Pa]
$f_{b,90,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti v ohybu kolmo k vláknům [Pa]
$f_{t,90,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti v tahu kolmo k vláknům [Pa]
$f_{c,90,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti v tlaku kolmo k vláknům [Pa]
$f_{eqv,k}$	Charakteristická hodnota srovnávací pevnosti [Pa]
$f_{v,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti ve smyku [Pa]
$f_{R,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti ve valivém smyku [Pa]
$f_{b,d}$	Návrhová hodnota pevnosti v ohybu [Pa]
$f_{t,d}$	Návrhová hodnota pevnosti v tahu [Pa]
$f_{c,d}$	Návrhová hodnota pevnosti v tlaku [Pa]
$f_{b,0,d}$	Návrhová hodnota pevnosti v ohybu ve směru vláken [Pa]
$f_{t,0,d}$	Návrhová hodnota pevnosti v tahu ve směru vláken [Pa]
$f_{c,0,d}$	Návrhová hodnota pevnosti v tlaku ve směru vláken [Pa]
$f_{b,90,d}$	Návrhová hodnota pevnosti v ohybu kolmo k vláknům [Pa]
$f_{t,90,d}$	Návrhová hodnota pevnosti v tahu kolmo k vláknům [Pa]
$f_{c,90,d}$	Návrhová hodnota pevnosti v tlaku kolmo k vláknům [Pa]
$f_{eqv,d}$	Návrhová hodnota srovnávací pevnosti [Pa]
$f_{v,d}$	Návrhová hodnota pevnosti ve smyku [Pa]
$f_{R,d}$	Návrhová hodnota pevnosti ve valivém smyku [Pa]

2.2 Materiálové modely

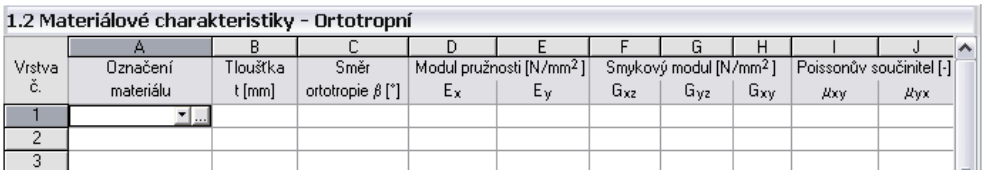
Jak již bylo zmíněno v úvodu, v modulu RF-LAMINATE je možné vytvářet jednotlivé vrstvy konstrukce z libovolných materiálů a různých materiálových modelů. Uživatel má k dispozici následující materiálové modely:



- *Ortotropní*
- *Ortotropní - uživatelský*
- *Izotropní*
- *Izotropní – uživatelský*
- *Hybridní*

2.2.1 Ortotropní

Vlastnosti ortotropního materiálu jsou rozdílné v různých směrech. Materiál je proto definován dvěma moduly pružnosti E_x a E_y, třemi smykovými moduly G_{yz}, G_{xz} a G_{xy}, dvěma Poissonovými součiniteli μ_{xy} a μ_{yx}, měrnou tíhou γ a součinitelem teplotní roztažnosti α_T.



Obr. 2.1: Ortotropní materiálový model

Moduly pružnosti spolu s Poissonovými součiniteli jsou v následujícím vzájemném vztahu

$$\frac{\mu_{yx}}{E_y} = \frac{\mu_{xy}}{E_x} \tag{2.1}$$

Příkladem ortotropního materiálu je např. dřevo či válcované plechy.

Upozorňujeme, že při definici ortotropního materiálu existují teoreticky dva způsoby, jak definovat Poissonova čísla. Způsob použitý v RFEMu je popsán rovnicí (2.1) a vyznačuje se vlastností

$$\mu_{xy} > \mu_{yx} \tag{2.2}$$

v případě, že vlákna běží ve směru osy x', tj. $E_x > E_y$. V literatuře lze zřídka najít i druhý způsob definice daný rovnicí $\mu_{yx} / E_x = \mu_{xy} / E_y$, vedoucí k nerovnosti $\mu_{xy} < \mu_{yx}$. Pokud přebíráme z určitého dokumentu vlastnosti ortotropního materiálu, lze použitou definici ortotropie snadno zjistit z nerovnosti, která mezi oběma Poissonovými čísly platí.

Materiálové parametry se v praxi přebírají z norem. Ukažme to na příkladu jehličnatého dřeva třídy pevnosti C24, jehož hodnoty jsou dané v normě ČSN 73 1702, v tabulce F.5 (viz [4], viz též DIN1052, tabulka F.5).

$$\begin{aligned} E_{0,\text{mean}} &= 11000 \text{ N/mm}^2 \\ E_{90,\text{mean}} &= 370 \text{ N/mm}^2 \\ G_{\text{mean}} &= 690 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Standardně se předpokládá, že vlákna běží ve směru osy x', v tomto případě mají hodnoty následující význam

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0,\text{mean}} \\ E_y &= E_{90,\text{mean}} \\ G_{xy} &= G_{xz} = G_{\text{mean}} \\ G_{yz} &= \frac{G_{\text{mean}}}{10} \end{aligned} \tag{2.4}$$

kde G_{yz} je modul pružnosti ve smyku příslušející namáhání při valivém smyku. Pro zjištění Poissonových čísel je někdy výhodné použít přibližné Huberovy vzorce (viz Huber [4])

$$\begin{aligned} \mu_{xy} &\approx \left(\frac{\sqrt{E_x E_y}}{2G_{xy}} - 1 \right) \sqrt{\frac{E_x}{E_y}} \\ \mu_{yx} &\approx \left(\frac{\sqrt{E_x E_y}}{2G_{xy}} - 1 \right) \sqrt{\frac{E_y}{E_x}} \end{aligned} \tag{2.5}$$

Pro výše uvedené jehličnaté dřevo dostaneme

$$\begin{aligned} E_x &= 11000 \text{ MPa} \\ E_y &= 370 \text{ MPa} \\ G_{xy} &= G_{xz} = 690 \text{ MPa} \\ G_{yz} &= 69 \text{ MPa} \\ \mu_{xy} &\approx \left(\frac{\sqrt{11000 \cdot 370}}{2 \cdot 690} - 1 \right) \sqrt{\frac{11000}{370}} \approx 2.52 \\ \mu_{yx} &\approx \left(\frac{\sqrt{11000 \cdot 370}}{2 \cdot 690} - 1 \right) \sqrt{\frac{370}{11000}} \approx 0.08 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Nyní uveďme příklad, ilustrující význam Poissonových čísel pro případ ortotropního materiálu.

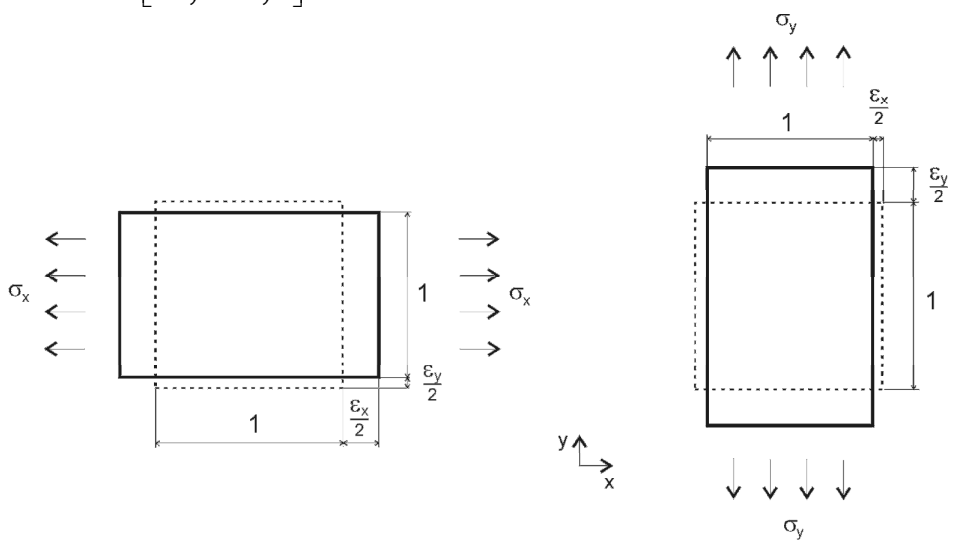
Příklad:

Uvažujme rovinné namáhání rovinné desky o rozměrech 1×1 m. Hookeův zákon nabývá v případě rovinné napjatosti pro ortotropní homogenní materiál tvaru

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\mu_{xy}}{E_x} & 0 \\ -\frac{\mu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \tag{2.7}$$

Dále uvažujme bez smykové namáhání $\tau_{xy} = 0$. Ze vztahu (2.7) poté plyne, že $\gamma_{xy} = 0$ a lze jej dále zjednodušit na tvar

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\mu_{xy}}{E_x} \\ -\frac{\mu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{Bmatrix} \tag{2.8}$$



Obr. 2.2: Rovinné namáhání desky ve směru *x* a *y*

Uvažujme nejprve namáhání ve směru osy x, kde napětí je dané vztahem $\sigma_x \neq 0,\ \sigma_y = 0$. Dosazením do rovnice (2.8) dostaneme

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} \\ \varepsilon_y &= -\frac{\mu_{xy}}{E_x}\sigma_x \end{aligned} \tag{2.9}$$

Kombinací rovnic (2.9) a (2.1) dostaneme vztah pro Poissonovo číslo μ_{xy}

$$\mu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \tag{2.10}$$

Obdobně postupujme pro případ namáhání ve směru osy y, kde je napětí dané vztahem $\sigma_x = 0,\ \sigma_y \neq 0$. Dosazením do rovnice (2.8) dostaneme

$$\varepsilon_x = -\frac{\mu_{yx}}{E_y}\sigma_y$$
$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} \tag{2.11}$$

Kombinací rovnic (2.11) dostaneme vztah pro Poissonovo číslo μ_{yx}

$$\mu_{yx} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \tag{2.12}$$

Rovnice (2.10) a (2.12) lze interpretovat tak, že Poissonovo číslo μ_{ij} je rovno zápornému poměru zkrácení ve směru j při natažení ve směru i.

Případ kombinovaného namáhání lze popsat rovnicí (2.8), kterou lze upravit do následujícího názorného tvaru:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\mu_{yx} \\ -\mu_{xy} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{\sigma_x}{E_x} \\ \dfrac{\sigma_y}{E_y} \end{Bmatrix} \tag{2.13}$$

2.2.2 Ortotropní - uživatelský

Ortotropní – uživatelský materiálový model umožňuje přímo zadat členy matice tuhosti jednotlivých vrstev. Pro výpočet smykových prvků globální matice tuhosti je pak zapotřebí ještě vyplnit smykové moduly G_{xz} a G_{yz}. Materiál je dále charakterizován měrnou tíhou γ a součinitelem teplotní roztažnosti α_T.

1.2 Materiálové charakteristiky - Ortotropní - uživatelský

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Vrstva č.	Označení materiálu	Tloušťka t [mm]	Směr ortotropie β [°]	Prvky dílčí matice tuhosti [N/m²]				Smykový modul [N/mm²]		Měrná tíha γ [N/m³]
				d'11	d'12	d'22	d'33	Gxz	Gyz	
1										
2										
3										

Obr. 2.2: Ortotropní – uživatelský materiálový model

2.2.3 Izotropní

Izotropní materiál má všechny mechanické vlastnosti ve všech směrech stejné. Definován je modulem pružnosti E, smykovým modulem G, Poissonovým součinitelem μ, měrnou tíhou γ a součinitelem teplotní roztažnosti α_T.

1.2 Materiálové charakteristiky - Izotropní

	A	B	C	D	E	F	G	H
Vrstva č.	Označení materiálu	Tloušťka t [mm]	Modul pružnosti E [N/mm²]	Smykový modul G [N/mm²]	Poissonův souč. μ [-]	Měrná tíha γ [N/m³]	Tepl. souč. rozt. αT [1/°C]	Komentář
1								
2								
3								

Obr. 2.3: Izotropní materiálový model

Izotropním materiálem je například sklo či ocel. Pro modul pružnosti E, smykový modul G a Poissonův součinitelem μ platí vztah

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \tag{2.14}$$

Hodnota Poissonova čísla je v rozsahu 0 a 0.5, kde limitní hodnota $\mu = 0.5$ odpovídá objemově nestlačitelnému materiálu (v praxi např. guma).

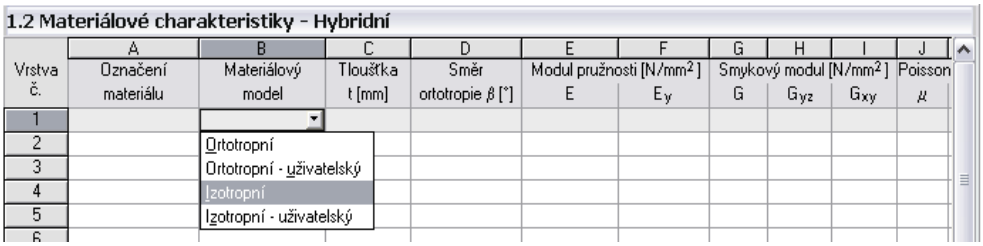
2.2.4 Izotropní- uživatelský

Izotropní – uživatelský materiálový model umožňuje zadat přímo členy matice tuhosti jednotlivých vrstev. Pro výpočet smykových prvků globální matice tuhosti je zapotřebí ještě zadat smykový modul G. Materiál je dále charakterizován měrnou tíhou γ a součinitelem teplotní roztažnosti α_T.

Obr. 2.4: Izotropní - uživatelský materiálový model

2.2.5 Hybridní

Hybridní materiálový model umožňuje kombinaci vrstev izotropních a ortotropních.

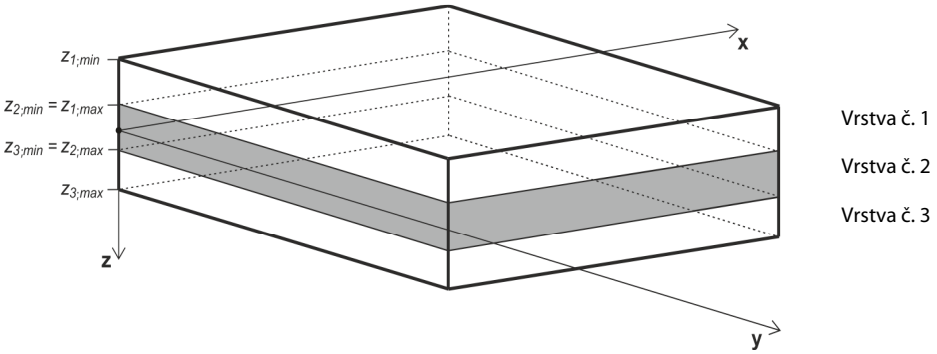


Obr. 2.5: Hybridní materiálový model

2.3 Matice tuhosti

2.3.1 Smykové spřažení vrstev je zohledněno

Uvažujme desku tvořenou n vrstvami obecně ortotropního materiálu. Každá z vrstev má tloušťku t_i a minimální a maximální z-souřadnici $z_{i;\min}, z_{i;\max}$.



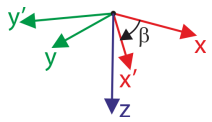
Obr. 2.6: Schéma vrstev

Pro každou vrstvu je matice tuhosti $\mathbf{d}'_i$ podle následujícího vztahu

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{i;11} & d'_{i;12} & 0 \\ & d'_{i;22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{i;33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{E_{i;x}}{1-\mu_{i;xy}^2 \dfrac{E_{i;y}}{E_{i;x}}} & \dfrac{\mu_{i;xy} E_{i;y}}{1-\mu_{i;xy}^2 \dfrac{E_{i;y}}{E_{i;x}}} & 0 \\ & \dfrac{E_{i;y}}{1-\mu_{i;xy}^2 \dfrac{E_{i;y}}{E_{i;x}}} & 0 \\ \text{sym.} & & G_{i;xy} \end{bmatrix} \quad i = 1,\ldots,n \tag{2.15}$$

Pro izotropní materiály, kde platí $E_{i;x} = E_{i;y}$, má matice tuhosti jednodušší tvar

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{i;11} & d'_{i;12} & 0 \\ & d'_{i;22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{i;33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{E_i}{1-\mu_i^2} & \dfrac{\mu_i E_i}{1-\mu_i^2} & 0 \\ & \dfrac{E_i}{1-\mu_i^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_i \end{bmatrix} \quad i = 1,\ldots,n \quad \text{kde } G_i = \frac{E_i}{2\cdot(1+\mu_i)} \tag{2.16}$$



Protože vrstvy s ortotropními materiály mohou být libovolně natočeny o úhel β, je nutné matice tuhosti jednotlivých vrstev transformovat do jednotného souřadného systému x, y (lokálního souřadného systému plochy).

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} d_{i;11} & d_{i;12} & d_{i;13} \\ & d_{i;22} & d_{i;23} \\ \text{sym.} & & d_{i;33} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3\times3;i}{}^{\mathrm{T}} \mathbf{d}'_i \mathbf{T}_{3\times3;i} \tag{2.17}$$

kde

$$\mathbf{T}_{3\times3;i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2-s^2 \end{bmatrix}, \text{ kde } c = \cos(\beta_i),\ s = \sin(\beta_i) \tag{2.18}$$

Jednotlivé členy jsou pak

$$\begin{aligned}
d_{i;11} &= c^4 d'_{i;11} + 2c^2 s^2 d'_{i;12} + s^4 d'_{i;22} + 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\
d_{i;12} &= c^2 s^2 d'_{i;11} + s^4 d'_{i;12} + c^4 d'_{i;12} + c^2 s^2 d'_{i;22} - 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\
d_{i;13} &= c^3 s d'_{i;11} + cs^3 d'_{i;12} - c^3 s d'_{i;12} - cs^3 d'_{i;22} - 2c^3 s d'_{i;33} + 2cs^3 d'_{i;33} \\
d_{i;22} &= s^4 d'_{i;11} + 2c^2 s^2 d'_{i;12} + c^4 d'_{i;22} + 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\
d_{i;23} &= cs^3 d'_{i;11} + c^3 s d'_{i;12} - cs^3 d'_{i;12} - c^3 s d'_{i;22} + 2c^3 s d'_{i;33} - 2cs^3 d'_{i;33} \\
d_{i;33} &= c^2 s^2 d'_{i;11} - 2c^2 s^2 d'_{i;12} + c^2 s^2 d'_{i;22} + \left(c^2 - s^2\right)^2 d'_{i;33}
\end{aligned}$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Globální matice tuhosti má tvar

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{2.20}$$

Ohyb
Smyk
Membránové namáhání
Excentricita

Pokud jsou úhly β_i násobky 90°, globální matice tuhosti má zjednodušený tvar

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Prvky matice tuhosti (ohyb) [Nm]

$$D_{11} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;11} \qquad D_{12} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;12} \qquad D_{13} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;13}$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;22} \qquad D_{23} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;23}$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;33}$$

Poznámka: uvedené vztahy vedou v případě jednovrstvé desky tloušťky t ke známému vztahu

$$D_{ij} = \sum_{i=1}^{n=1} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;ij} = \frac{\left(\frac{t}{2}\right)^3 - \left(-\frac{t}{2}\right)^3}{3} d_{1;ij} = \frac{2\left(\frac{t}{2}\right)^3}{3} d_{1;ij} = \frac{t^3}{12} d_{1;ij} \qquad i,j = 1,2,3$$

Prvky matice tuhosti (účinky excentricity) [Nm/m]

$$D_{16} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;11} \qquad D_{17} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;12} \qquad D_{18} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;13}$$

$$D_{27} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;22} \qquad D_{28} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;23}$$

$$D_{38} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;33}$$

Prvky matice tuhosti (membrána) [N/m]

$$D_{66} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;11} \qquad D_{67} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;12} \qquad D_{68} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;13}$$

$$D_{77} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;22} \qquad D_{78} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;23}$$

$$D_{88} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;33}$$

Prvky matice tuhosti (smyk) [N/m]

Přesný postup výpočtu smykových prvků matice tuhosti nebude uveden, ale platí pro ně následující vztahy

$$\max_i\left(\frac{5}{6} G_{i;11} t_i\right) \le D_{44} \le \frac{5}{6} \max_i\left(G_{i;11}\right) \sum_{i=1}^{n} t_i \tag{2.22}$$

$$\max_i\left(\frac{5}{6} G_{i;22} t_i\right) \le D_{55} \le \frac{5}{6} \max_i\left(G_{i;22}\right) \sum_{i=1}^{n} t_i \tag{2.23}$$

kde

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} G_{i;11} & G_{i;12} \\ \text{sym.} & G_{i;22} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{2\times2;i}{}^{\mathrm{T}} \mathbf{G}_i' \mathbf{T}_{2\times2;i} \tag{2.24}$$

kde

$$\mathbf{G}_i' = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \text{ a } \mathbf{T}_{2\times2;i} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) \\ -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Jednotlivé členy jsou pak

$$G_{i;11} = c^2 G_{i;xz} + s^2 G_{i;yz}$$

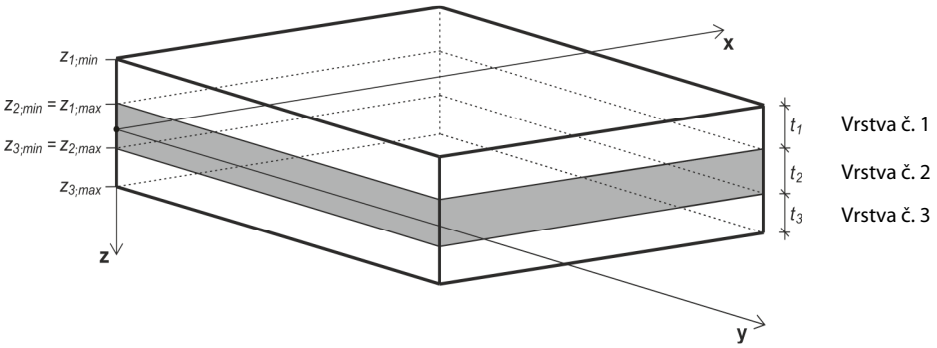
$$G_{i;12} = csG_{i;xz} - csG_{i;yz}$$

$$G_{i;22} = s^2 G_{i;xz} + c^2 G_{i;yz}, \text{ kde } c = \cos(\beta_i),\ s = \sin(\beta_i)$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

2.3.2 Smykové spřažení vrstev není zohledněno

Uvažujme nyní desku tvořenou n vrstvami izotropního materiálu, kdy jednotlivé vrstvy nejsou smykově spřaženy. Každá z vrstev má tloušťku t_i a minimální a maximální z-souřadnici $z_{i;\min}, z_{i;\max}$.



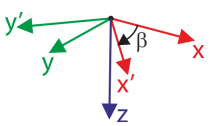
Obr. 2.7: Schéma vrstev

Pro každou vrstvu je matice tuhosti $\mathbf{d}'_i$ podle následujícího vztahu

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{i;11} & d'_{i;12} & 0 \\ & d'_{i;22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{i;33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{E_{i;x}}{1-\mu_{i;xy}^2 \dfrac{E_{i;y}}{E_{i;x}}} & \dfrac{\mu_{i;xy} E_{i;y}}{1-\mu_{i;xy}^2 \dfrac{E_{i;y}}{E_{i;x}}} & 0 \\ & \dfrac{E_{i;y}}{1-\mu_{i;xy}^2 \dfrac{E_{i;y}}{E_{i;x}}} & 0 \\ \text{sym.} & & G_{i;xy} \end{bmatrix} \quad i = 1,\dots,n \tag{2.26}$$

Pro izotropní materiály, kde platí $E_{i;x} = E_{i;y}$, má matice tuhosti jednodušší tvar

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{i;11} & d'_{i;12} & 0 \\ & d'_{i;22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{i;33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{E_i}{1-\mu_i^2} & \dfrac{\mu_i E_i}{1-\mu_i^2} & 0 \\ & \dfrac{E_i}{1-\mu_i^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_i \end{bmatrix}, \quad G_i = \frac{E_i}{2\cdot(1+\mu_i)}, \quad i = 1,\dots,n \tag{2.27}$$



Protože vrstvy s ortotropními materiály mohou být libovolně natočeny o úhel β, je nutné matice tuhosti jednotlivých vrstev transformovat do jednotného souřadného systému x, y (lokálního souřadného systému plochy).

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} d_{i;11} & d_{i;12} & d_{i;13} \\ & d_{i;22} & d_{i;23} \\ \text{sym.} & & d_{i;33} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3\times3;i}{}^{\mathrm{T}} \mathbf{d}'_i \mathbf{T}_{3\times3;i} \tag{2.28}$$

kde

$$\mathbf{T}_{3\times3;i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \text{kde } c = \cos(\beta_i),\ s = \sin(\beta_i) \tag{2.29}$$

Jednotlivé členy jsou pak

$$
\begin{aligned}
d_{i;11} &= c^4 d'_{i;11} + 2c^2 s^2 d'_{i;12} + s^4 d'_{i;22} + 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\
d_{i;12} &= c^2 s^2 d'_{i;11} + s^4 d'_{i;12} + c^4 d'_{i;12} + c^2 s^2 d'_{i;22} - 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\
d_{i;13} &= c^3 s d'_{i;11} + c s^3 d'_{i;12} - c^3 s d'_{i;12} - c s^3 d'_{i;22} - 2c^3 s d'_{i;33} + 2c s^3 d'_{i;33} \\
d_{i;22} &= s^4 d'_{i;11} + 2c^2 s^2 d'_{i;12} + c^4 d'_{i;22} + 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\
d_{i;23} &= c s^3 d'_{i;11} + c^3 s d'_{i;12} - c s^3 d'_{i;12} - c^3 s d'_{i;22} + 2c^3 s d'_{i;33} - 2c s^3 d'_{i;33} \\
d_{i;33} &= c^2 s^2 d'_{i;11} - 2c^2 s^2 d'_{i;12} + c^2 s^2 d'_{i;22} + \left(c^2 - s^2\right)^2 d'_{i;33}
\end{aligned}
$$

Globální matice tuhosti má tvar

$$
\mathbf{D} = \begin{bmatrix}
D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\
 & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\
 & & & & & & D_{77} & D_{78} \\
 & & & & & & & D_{88}
\end{bmatrix} \tag{2.30}
$$

$$
\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{Bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\
 & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\
 & & & & & & D_{77} & D_{78} \\
 & & & & & & & D_{88}
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{2.31}
$$

Ohyb
Smyk
Membránové namáhání

Pokud jsou úhly β_i násobky 90°, globální matice tuhosti má zjednodušený tvar

$$
\mathbf{D} = \begin{bmatrix}
D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\
 & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\
 & & & & & & D_{77} & 0 \\
 & & & & & & & D_{88}
\end{bmatrix} \tag{2.32}
$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Prvky matice tuhosti (ohyb) [Nm]

$$D_{11} = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^3}{12} d_{i;11} \qquad D_{12} = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^3}{12} d_{i;12}$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^3}{12} d_{i;22}$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^3}{12} d_{i;33}$$

Prvky matice tuhosti (membrána) [N/m]

$$D_{66} = \sum_{i=1}^{n} t_i \, d_{i;11} \qquad D_{67} = \sum_{i=1}^{n} t_i \, d_{i;12}$$

$$D_{77} = \sum_{i=1}^{n} t_i \, d_{i;22}$$

$$D_{88} = \sum_{i=1}^{n} t_i \, d_{i;33}$$

Prvky matice tuhosti (smyk) [N/m]

$$D_{44} = \sum_{i=1}^{n} \frac{5}{6} G_{i;11} t_i \qquad D_{45} = \sum_{i=1}^{n} \frac{5}{6} G_{i;12} t_i$$

$$D_{55} = \sum_{i=1}^{n} \frac{5}{6} G_{i;22} t_i$$

Kde

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} G_{i;11} & G_{i;12} \\ \text{sym.} & G_{i;22} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{2\times2;i}{}^{\mathrm{T}} \mathbf{G}_i' \mathbf{T}_{2\times2;i} \tag{2.33}$$

kde

$$\mathbf{G}_i' = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \text{ a } \mathbf{T}_{2\times2;i} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) \\ -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

Jednotlivé členy jsou pak

$$G_{i;11} = c^2 G_{i;xz} + s^2 G_{i;yz}$$

$$G_{i;12} = csG_{i;xz} - csG_{i;yz}$$

$$G_{i;22} = s^2 G_{i;xz} + c^2 G_{i;yz} \text{, kde } c = \cos(\beta_i),\ s = \sin(\beta_i)$$

3. Vstupní data

Vstupní údaje o konstrukci se zadávají v tabulkách, kde se zobrazují i výsledky výpočtu.

Po spuštění modulu RF-LAMINATE se v novém okně na levé straně zobrazí navigátor, který obsahuje všechny aktuálně přístupné tabulky. Nad navigátorem se nachází rozbalovací seznam všech případně již zadaných návrhových případů (viz kapitola 7.1, strana 53).

Tabulky lze otevřít buď kliknutím na jejich název v navigátoru modulu RF-LAMINATE nebo je lze postupně nalistovat pomocí vlevo znázorněných tlačítek [<] a [>], příp. pomocí kláves [F2] a [F3].

Tlačítkem [Výpočet] spustíme po zadání všech vstupních údajů výpočet.

Kliknutím na tlačítko [Detaily...] otevřeme dialog, v němž lze nastavit mezní posun, teorii ohybu desek a další parametry výpočtu (viz kapitola 4.1, strana 30).

Tlačítkem [Grafika] otevřeme pracovní plochu RFEMu.

Kliknutím na tlačítko [OK] uložíme zadané údaje a zavřeme modul RF-LAMINATE, zatímco tlačítkem [Storno] modul ukončíme bez uložení dat.

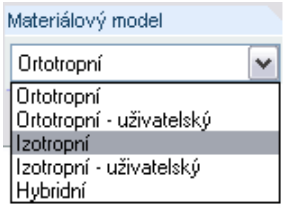
3.1 Základní údaje

V tabulce 1.1 *Základní údaje* se vybírají plochy a zatížení k posouzení. Uživatel má možnost stanovit zatěžovací stavy, skupiny nebo kombinace pro posouzení mezního stavu únosnosti a mezního stavu použitelnosti zvlášť v příslušných záložkách.

Posoudit

K výběru ploch k posouzení slouží vstupní pole, do něhož se zadávají čísla jednotlivých ploch. Výběr lze ulehčit aktivováním zaškrtávacího políčka *Vše*. Tlačítkem [Vybrat plochy jednotlivě] lze plochy zvolit graficky v pracovním okně RFEMu. Seznam již přednastavených čísel ploch lze rychle vybrat dvojím kliknutím a přepsat ručně.

Materiálový model



V této sekci je nutné vybrat materiálový model. Uživatel má k dispozici následující materiálové modely:

- *Ortotropní*
- *Ortotropní - uživatelský*
- *Izotropní*
- *Izotropní – uživatelský*
- *Hybridní*

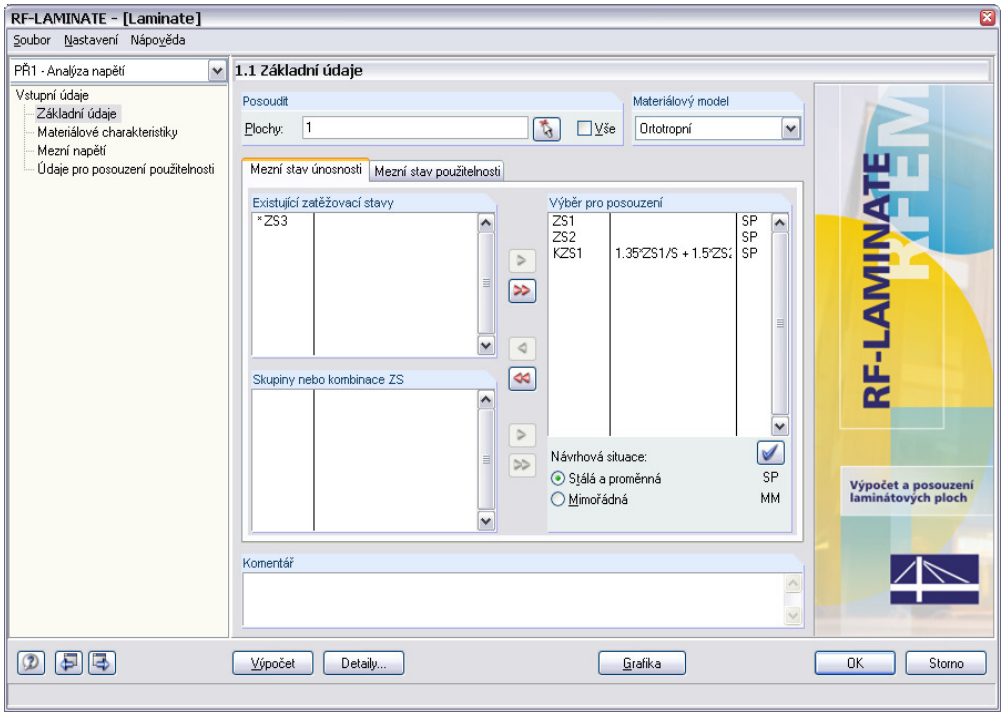
Více o materiálových modelech je v kapitole 2.2, na straně 9.

Komentář

V tomto poli, které se nachází ve spodní části tabulky, může uživatel uvést vlastní poznámky či vysvětlivky k aktuálnímu návrhovému případu v modulu RF-LAMINATE.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

3.1.1 Záložka Mezní stav únosnosti



Obr. 3.1: Tabulka 1.1 *Základní údaje* – záložka *Mezní stav únosnosti*

Existující zatěžovací stavy / Skupiny nebo kombinace ZS

V těchto dvou sekcích se zobrazí seznam všech zatěžovacích stavů a skupin nebo kombinací ZS vytvořených v RFEMu. Pomocí tlačítka [▶] lze vybrané zatěžovací stavy, skupiny nebo kombinace zařadit do seznamu vpravo *Výběr pro posouzení*. Jednotlivé položky lze vybrat i dvojím kliknutím. Tlačítkem [▶▶] převedeme do seznamu vpravo všechny položky najednou.

Několikanásobný výběr zatěžovacích stavů lze provést také pomocí klávesy [Ctrl], jak je běžné ve Windows. Lze tak vybrat a převést do seznamu vpravo několik zatěžovacích stavů najednou.

Pokud je u zatěžovacích stavů nebo kombinací zatěžovacích stavů uvedena hvězdička (*), jak například vidíme na obr. 3.1 u ZS3, nelze je posoudit. Nebyla jim totiž přiřazena žádná zatížení nebo obsahují výlučně imperfekce.

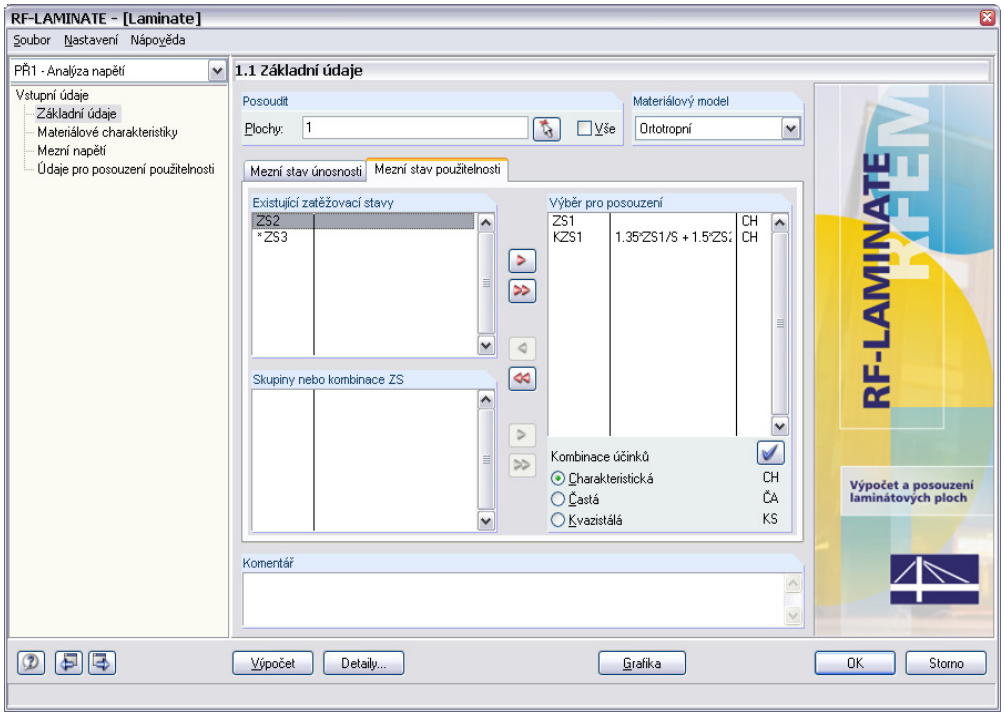
Výběr pro posouzení

V pravém sloupci jsou uvedena zatížení vybraná k posouzení. Tlačítkem [◀] můžeme vybrané zatěžovací stavy, skupiny nebo kombinace ze seznamu opět odstranit. I zde lze výběr položek provést dvojím kliknutím. Tlačítkem [◀◀] smažeme celý seznam.

Návrhová situace

V této sekci lze jednotlivým zatěžovacím stavům, skupinám a kombinacím ZS kliknutím na [☑] přiřadit návrhovou situaci *Stálou a proměnnou* nebo *Mimořádnou*. Na základě této volby se přiřadí dílčí součinitele pro vlastnosti materiálu. Hodnoty dílčích součinitelů lze upravit v dialogu *Detaily* v záložce *Posouzení*. Dialog *Detaily* se otevře kliknutím na tlačítko [Detaily...].

3.1.2 Záložka Mezní stav použitelnosti



Obr. 3.2: Tabulka 1.1 *Základní údaje* – záložka *Mezní stav použitelnosti*

Existující zatěžovací stavy / Skupiny nebo kombinace ZS

V těchto dvou sekcích se zobrazí seznam všech zatěžovacích stavů, skupin nebo kombinací zatěžovacích stavů vytvořených v RFEMu. Po výběru do seznamu vpravo *Výběr pro posouzení* se v navigátoru zobrazí další dialog 1.5 *Údaje pro posouzení použitelnosti*.

Výběr pro posouzení

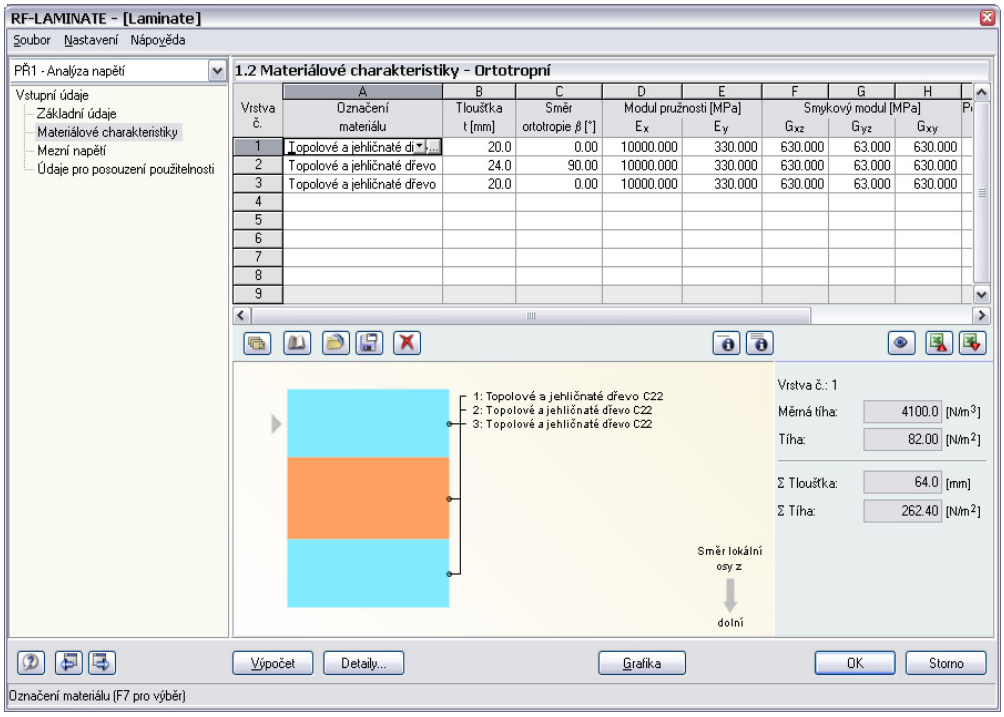
Zařazení zatěžovacích stavů a jejich skupin a kombinací do seznamu k posouzení, příp. jejich odstranění ze seznamu se provádí stejným způsobem jako v předchozí záložce (viz kapitola 3.1.1, strana 21).

Kombinace účinků

V této sekci se jednotlivým zatěžovacím stavům, skupinám a kombinacím ZS přiřazuje kombinace účinků *Charakteristická, Častá* nebo *Kvazistálá*. Na základě této volby se použijí různé mezní hodnoty pro průhyb. Kliknutím na [☑] se k položce vybrané v seznamu *Výběr pro posouzení* přiřadí příslušná mezní hodnota zvolené kombinace účinků. Mezní hodnoty lze upravit v dialogu *Detaily* v záložce *Posouzení*. Dialog *Detaily* se otevře kliknutím na tlačítko [Detaily...].

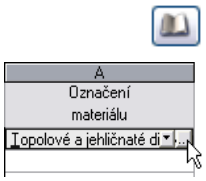
Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

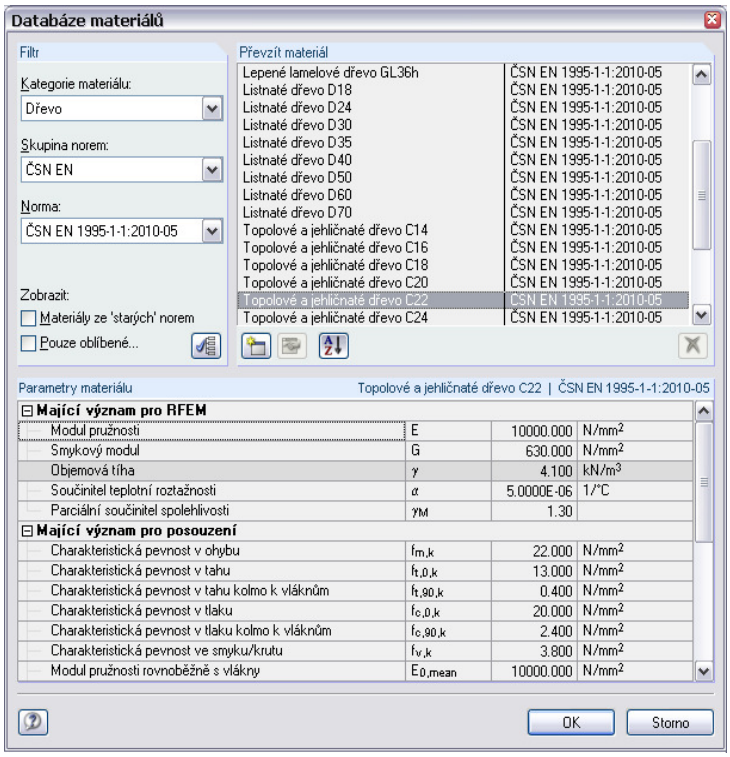
3.2 Materiálové charakteristiky



Obr. 3.3: Tabulka 1.2 *Materiálové charakteristiky*

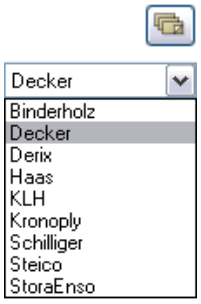
V této tabulce se definují jednotlivé vrstvy konstrukce. Pro každý návrhový případ lze zadat jednu skladbu. Příslušný materiál lze vybrat přímo z databáze, kde je předem definováno již velké množství materiálů se všemi nezbytnými parametry. Databázi materiálů otevřeme kliknutím na tlačítko [Převzít materiál z databáze...] nebo umístíme kurzor myši do příslušného řádku ve sloupci A a klikneme na tlačítko [...].



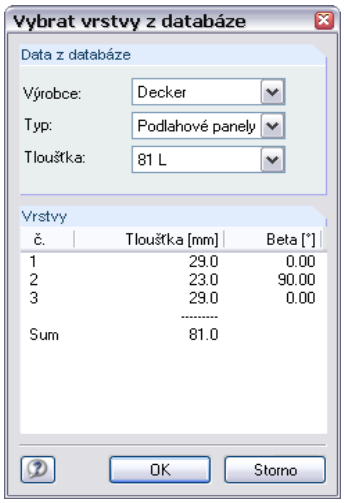


Obr. 3.4: Databáze materiálů

Databáze materiálů je velmi rozsáhlá, proto má uživatel k dispozici různé filtry. Nabídku materiálů můžeme v seznamu redukovat pomocí kritérií *Kategorie materiálu*, *Skupina norem* a *Norma*. V materiálové databázi v seznamu *Převzít materiál* můžeme vybrat požadovaný materiál a poté ve spodní části dialogu zkontrolovat jeho parametry. Po kliknutí na tlačítko [OK], stisknutím klávesy [↵] nebo dvojím kliknutím se materiál převezme do tabulky 1.2 *Materiálové charakteristiky* modulu RF-LAMINATE. V modulu pak lze přímo v tabulce upravovat veškeré parametry materiálu.

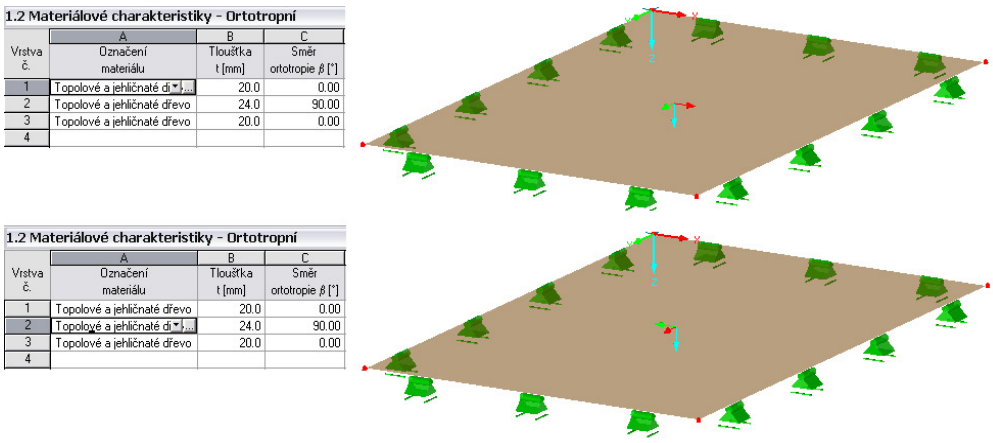


Uživatel má dále k dispozici tlačítko [Převzít vrstvy z databáze...] , které mu umožňuje zadat celou skladbu najednou. Na výběr zde má databázi vrstev, kde vybere *Výrobce*, *Typ* a *Tloušťku*.



Obr. 3.5: Dialog *Vybrat vrstvy z databáze*

Jestliže uživatel zvolí v tabulce 1.1 *Základní údaje* ortotropní materiálový model, při zadávání jednotlivých vrstev v tabulce 1.2 *Materiálové charakteristiky* se zobrazuje v grafice směr ortotropie podle aktuálně zadaného β, viz následující obrázek. Uživatel tak může vizuálně kontrolovat své zadání.



Obr. 3.6: Zobrazení směru ortotropie β

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

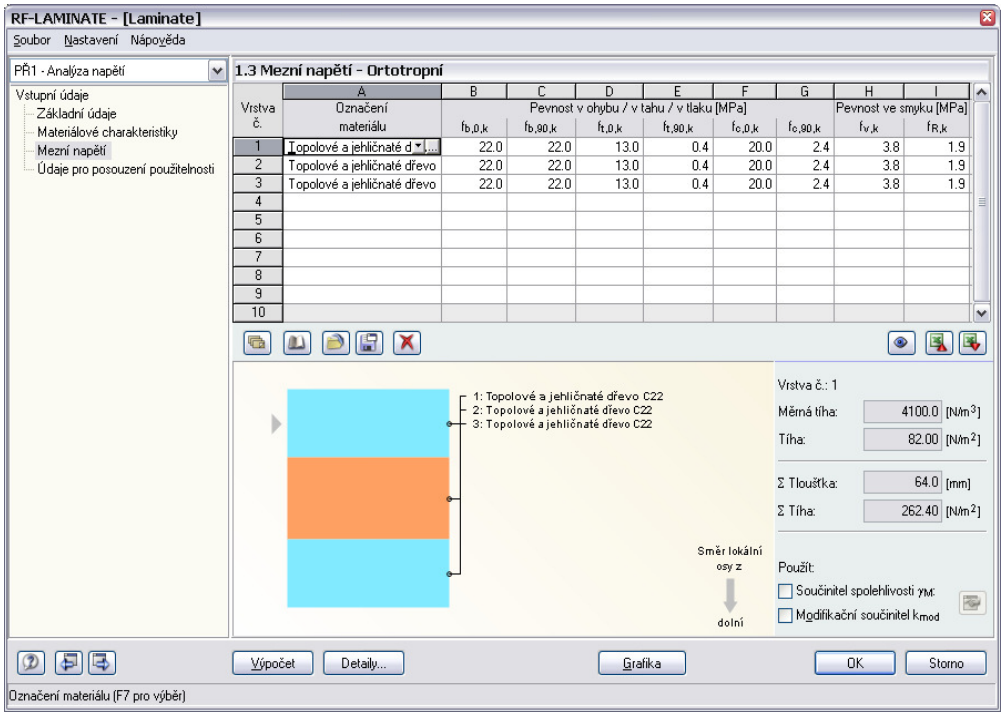
Pod tabulkou 1.2 má uživatel k dispozici celou řadu užitečných tlačítek, která mají následující funkce:

Tlačítko	Název	Funkce
	Převzít vrstvy z databáze...	Slouží k otevření dialogu *Vybrat vrstvy z databáze*.
	Převzít materiál z databáze...	Slouží k otevření dialogu *Databáze materiálů*.
	Načíst uložené vrstvy	Slouží k načtení dříve uložené skladby.
	Uložit vrstvy jako...	Umožnuje uložit zadanou skladbu z tabulky 1.2. Ta pak lze tlačítkem [Načíst uložené vrstvy] načíst v jakémkoli dalším případu v modulu RF-LAMINATE.
	Smazat všechny vrstvy	Vymaže všechna data z tabulky 1.2.
	Zobrazit prvky matice tuhosti aktuální vrstvy	Zobrazí prvky matice tuhosti vysvětlené v kapitole 2.3.
	Zobrazit prvky rozšířené matice tuhosti	Zobrazí prvky globální matice tuhosti vysvětlené v kapitole 2.3.
	Skok do grafiky pro změnu zobrazení	Slouží k otevření pracovního okna RFEMu ke grafické kontrole, aniž se zavře modul RF-LAMINATE.
	Exportovat do Microsoft Excel nebo Open Office.org Calc	Exportuje obsah aktuálně otevřené tabulky do MS Excelu, resp. do aplikace Calc z balíku OpenOffice.org → kapitola 7.3, strana 55.
	Importovat z Microsoft Excel nebo Open Office.org Calc	Importuje obsah tabulky z MS Excelu z listu 1.2 Vrstvy, resp. z aplikace Calc z balíku OpenOffice.org do tabulky 1.2.

Tabulka 3.1: Tlačítka v tabulce *Materiálové charakteristiky*

V tabulce 1.2 *Materiálové charakteristiky* vpravo dole je informace o měrné tíze a plošné tíze právě vybrané vrstvy, o celkové tloušťce a plošné tíze konstrukce.

3.3 Mezní napětí



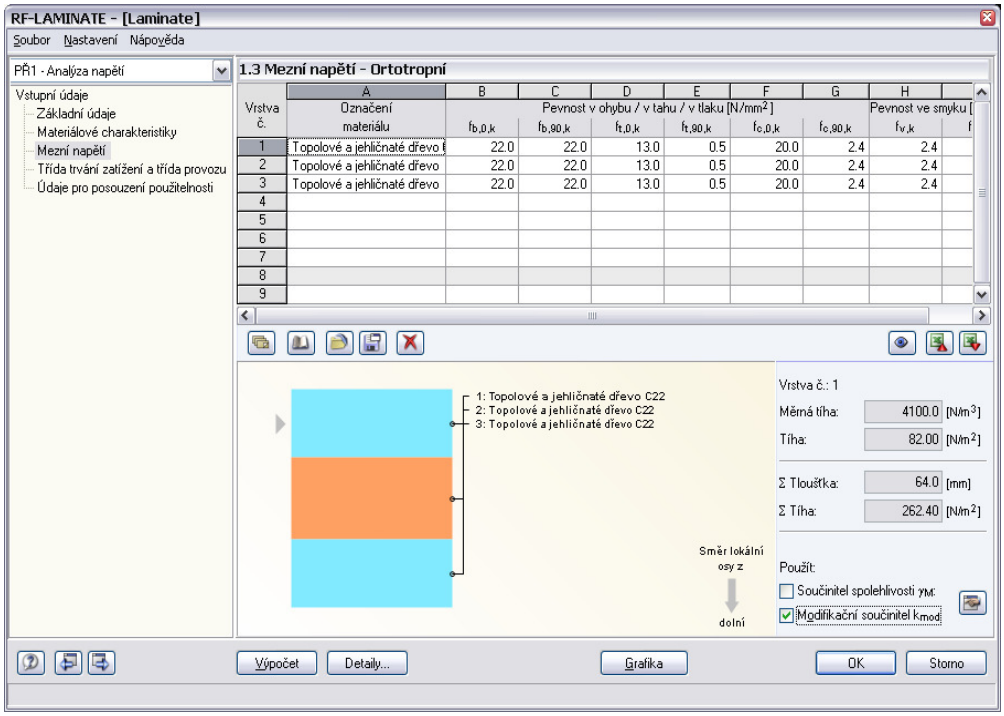
Obr. 3.7: Tabulka 1.3 *Mezní napětí*

V tabulce 1.3 jsou zobrazeny všechny charakteristické pevnosti převzaté z materiálové databáze pro jednotlivé vrstvy, které jsou zvoleny v tabulce 1.2 *Materiálové charakteristiky*. Uživatel má možnost tyto hodnoty změnit jednoduchým přepsáním v tabulce 1.3.

Pod tabulkou má uživatel k dispozici shodná tlačítka, jako v předchozím dialogu, popsaná v kapitole 3.2 na straně 23.

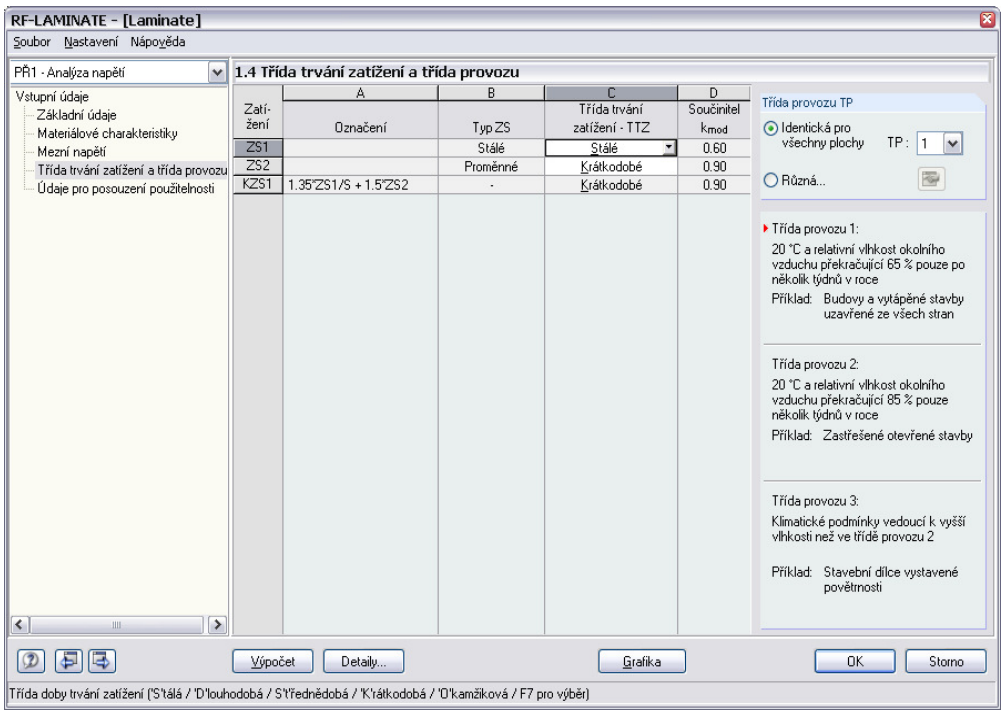
Vpravo dole je pak opět informace o měrné a plošné tíze právě vybrané vrstvy, o celkové tloušťce a plošné tíze konstrukce. Dále jsou jde k dispozici zaškrtávací políčka pro zohlednění součinitele spolehlivosti γ_M a modifikačního součinitele k_{mod}. Jestliže zaškrtneme políčko *Modifikační součinitel* k_{mod}, viz obr. 3.8, zobrazí se v navigátoru další tabulka 1.4 *Třída trvání zatížení a třída provozu*.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.



Obr. 3.8: Tabulka 1.3 *Mezní napětí* – modifikační součinitel k_{mod}

3.4 Třída trvání zatížení a třída provozu



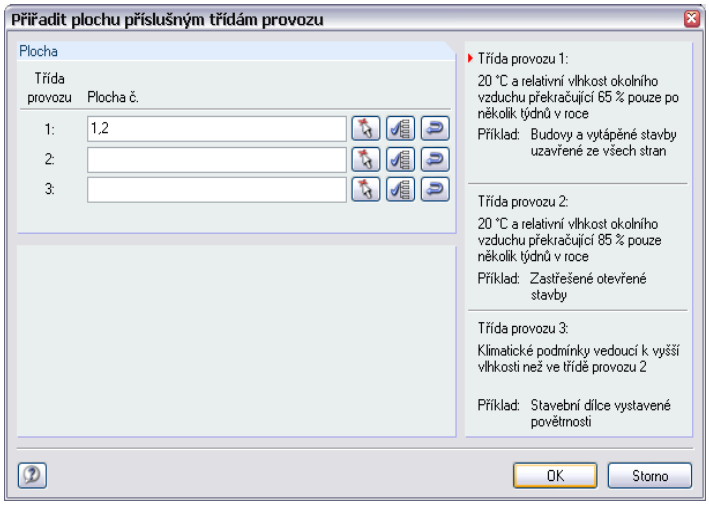
Obr. 3.9: Tabulka 1.4 *Třída trvání zatížení a třída provozu*

Pokud se v tabulce 1.2 *Vrstvy* zaškrtne políčko *Modifikační součinitel* k_{mod}, zobrazí se tabulka 1.4 *Třída trvání zatížení a třída provozu*. Zde se zobrazí všechny zatěžovací stavy, kombinace a skupiny ZS určené k posouzení v tabulce 1.1. Ve sloupci A a B se zobrazí *Označení* a *Typ ZS* definovaný v RFEMu. Ve sloupci C se u zatěžovacích stavů nastavuje *Třída trvání zatížení - TTZ*, kdy se zařazení do různých tříd řídí normou ČSN 73 1702:2007, tabulka F.1. Klasifikace skupin zatě-

žovacích stavů se automaticky řídí rozhodujícím zatížením. Po vyplnění sloupce C se automaticky doplní příslušný součinitel k_{mod}, jehož hodnotu lze přenastavit v dialogu *Detaily* v záložce *Posouzení*.

V sekci *Třída provozu TP* se plochám přiřazují třídy provozu, které jsou potřebné pro určení modifikačního součinitele k_{mod}. Popis jednotlivých tříd je uveden přímo v dialogu a vychází z normy ČSN 73 1702:2007 z kapitoly 7 na straně 22.

Třída provozu lze nastavit stejná pro všechny plochy, nebo můžeme zvolit *Různá*…. Poté je možné kliknutím na tlačítko [Přiřadit plochu příslušným třídám provozu…] zobrazit dialog, v němž je možné přiřadit jednotlivé plochy do různých tříd provozu.



Obr. 3.10: Dialog *Přiřadit plochu příslušným třídám provozu*

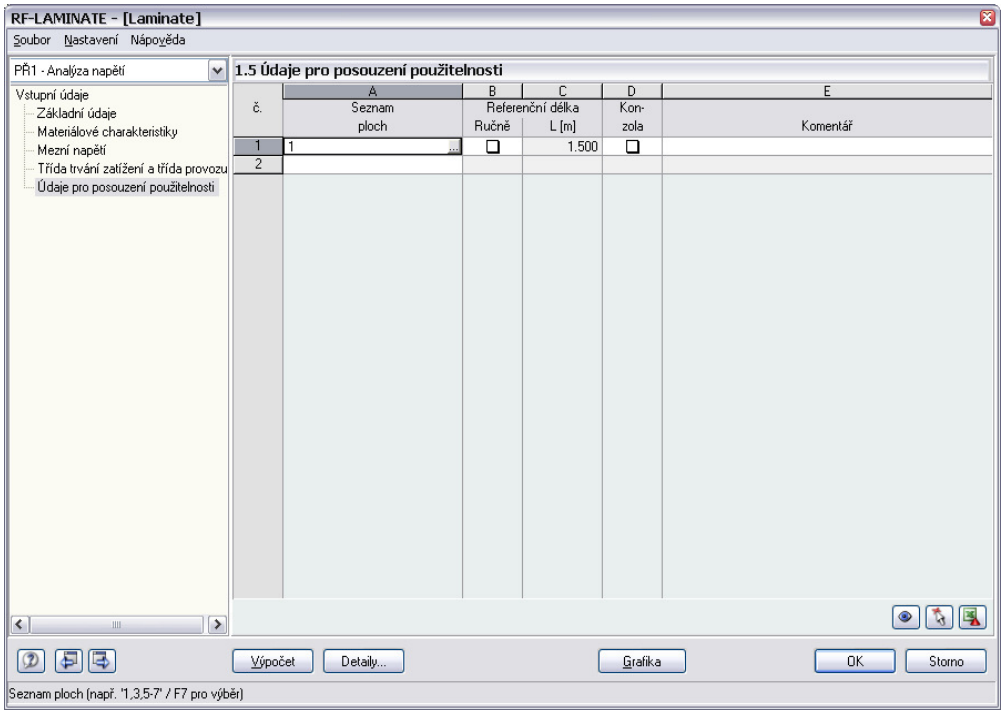
V dialogu *Přiřadit plochu příslušným třídám provozu* jsou k dispozici následující tlačítka:

Tlačítko	Funkce
	Slouží ke grafickému výběru ploch, které budou přiřazeny k příslušné třídě provozu.
	Přiřadí všechny plochy příslušné třídě provozu.
	Všechny plochy, které nejsou doposud vybrané přiřadí příslušné třídě provozu.

Tabulka 3.2: Tlačítka v dialogu *Přiřadit plochu příslušným třídám provozu*

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

3.5 Údaje pro posouzení použitelnosti



Obr. 3.11: Tabulka 1.5 *Údaje pro posouzení použitelnosti*

Poslední vstupní tabulkou je 1.5 *Údaje pro posouzení použitelnosti*. Ve sloupci A se nastaví jednotlivé plochy, ve sloupci B se pak zvolí, zdali chceme *Referenční délku L* zadat ručně, či nikoliv. Pokud není zaškrtnuto políčko ručně, nastaví se automaticky délka nejdelší okrajové linie příslušné plochy. Ve sloupci D pak volíme, zdali se jedná o konzolu a do sloupce E může uživatel napsat vlastní *Komentář*.

Všechny uvedené údaje jsou důležité pro správný výběr mezních deformací. Zkontrolovat, případně upravit tyto hodnoty lze v dialogu *Detaily* v záložce *Posouzení* (viz kapitola 4.1.2, strana 38).

4. Výpočet

Před spuštěním výpočtu (pomocí stejnojmenného tlačítka) je nutné ještě zkontrolovat detailní nastavení pro výpočet. Příslušný dialog, který je popsán v následující kapitole, otevřeme kliknutím na tlačítko [Detaily…].

Před spuštěním výpočtu probíhá kontrola zdali je globální matice tuhosti pozitivně definitní.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

Výpočet pak probíhá globálně s celou konstrukcí vymodelovanou v RFEMu.

4.1 Detaily

Z důvodu přehlednosti je dialog *Detaily* rozdělen do následujících záložek:

- *Napětí*
- *Posouzení*
- *Možnosti*

Pro všechny záložky jsou společná následující tlačítka:

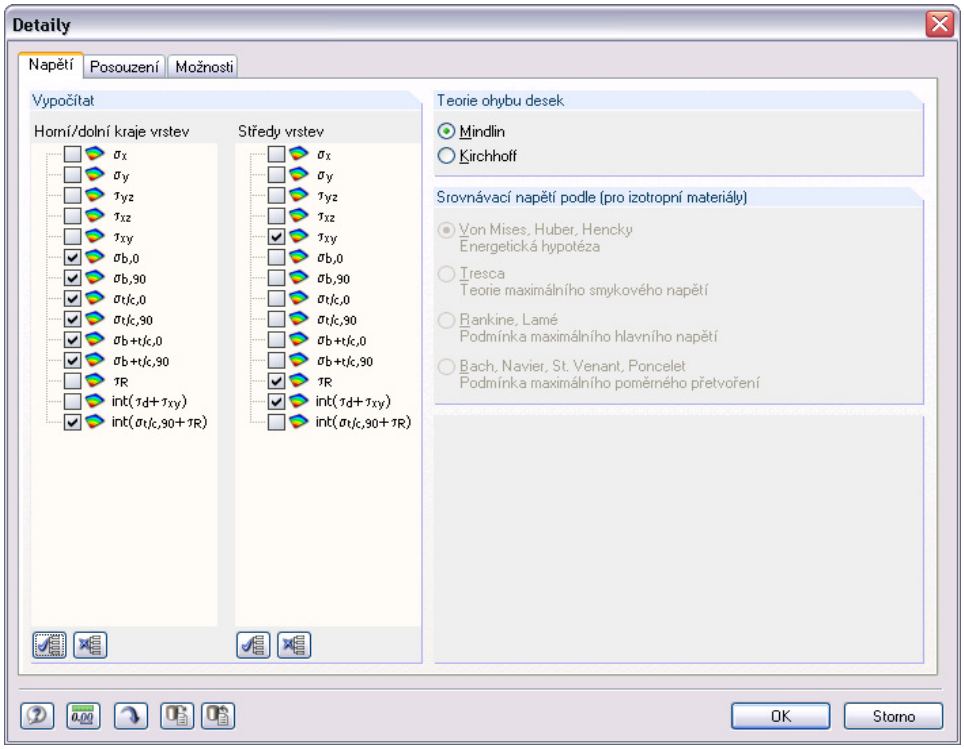
Tlačítko	Název	Funkce
	Nápověda	Vyvolá online nápovědu modulu RF-LAMINATE.
	Jednotky a desetinná místa…	Otevře dialog *Jednotky a desetinná místa*, kde je možné nastavit jednotky pro modul RF-LAMINATE.
	Přednastavení standardních hodnot Dlubal	Nastaví všechny hodnoty v dialogu *Detaily* na původní hodnoty Dlubal.
	Standard	Slouží k nastavení všech parametrů v dialogu *Detaily* podle dříve uloženého standardu.
	Nastavit jako standard	Umožňuje uložit aktuální nastavení jako standard. Ten pak lze přechozím tlačítkem [Standard] kdykoli načíst do jakéhokoli případu v modulu RF-LAMINATE.

Tabulka 4.1: Tlačítka v dialogu *Detaily*

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

4.1.1 Záložka Napětí

Záložka *Napětí* je první záložkou dialogu *Detaily*. Nyní budou popsány jednotlivé její sekce.

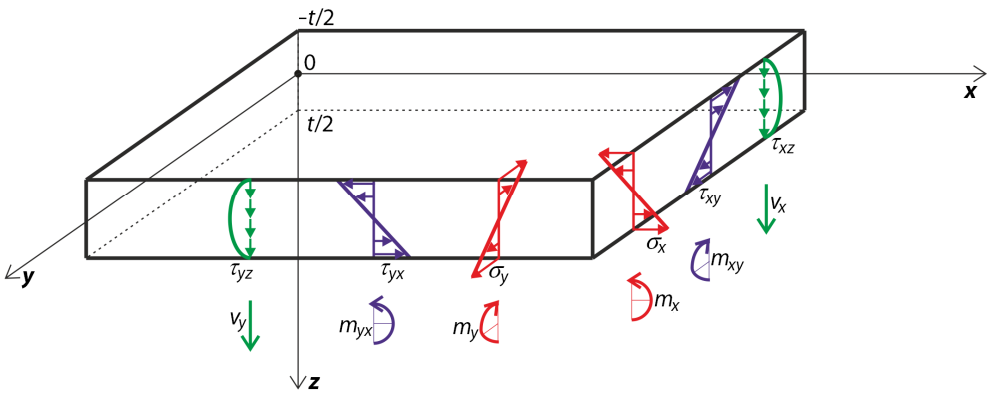


Obr. 4.1: Dialog *Detaily* – záložka *Napětí*

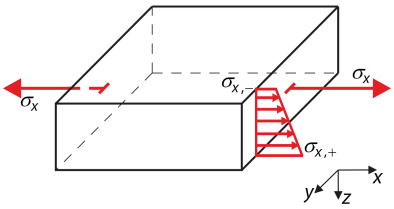
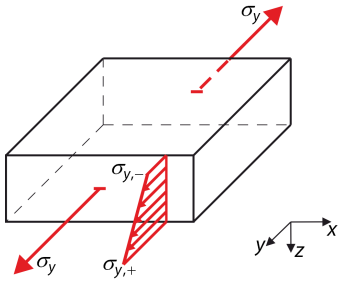
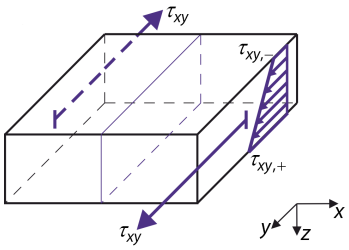
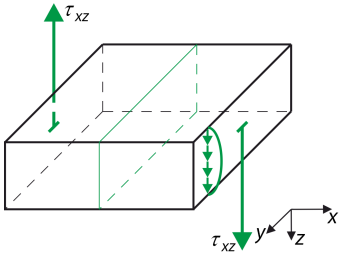
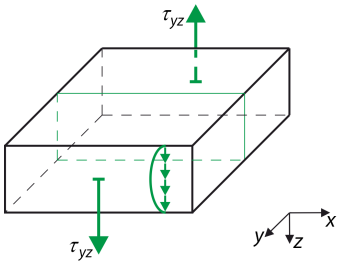
Vypočítat

V této sekci uživatel pomocí zaškrtávacích políček zvolí, která napětí chce zobrazit ve výsledkových tabulkách. Napětí jsou přitom rozdělena zvlášť pro středy jednotlivých vrstev a pro horní/dolní kraje vrstev. Pro ulehčení výběru jsou k dispozici tlačítka [Vybrat vše] a [Zrušit výběr všeho].

Základní napětí $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ jsou vypočítána metodou konečných prvků v RFEMu, ostatní napětí jsou poté dopočítána modulem RF-LAMINATE z těchto základních napětí. V následující tabulce uvádíme vzorce platné pro jednovrstvou desku.



Obr. 4.2: Základní napětí a znaménková konvence u jednovrstvé desky namáhané ohybem

σ_x	Normálové napětí ve směru osy x • na kladné straně plochy je napětí rovno $\sigma_{x,+} = \frac{n_x}{t} + \frac{6m_x}{t^2}$, kde t = tloušťka desky • na záporné straně plochy je napětí rovno $\sigma_{x,-} = \frac{n_x}{t} - \frac{6m_x}{t^2}$	
σ_y	Normálové napětí ve směru osy y • na kladné straně plochy je napětí rovno $\sigma_{y,+} = \frac{n_y}{t} + \frac{6m_y}{t^2}$ • na záporné straně plochy je napětí rovno $\sigma_{y,-} = \frac{n_y}{t} - \frac{6m_y}{t^2}$	
τ_{xy}	Smykové napětí v rovině xy • na kladné straně plochy je napětí rovno $\tau_{xy,+} = \frac{n_{xy}}{t} + \frac{6m_{xy}}{t^2}$ • na záporné straně plochy je napětí rovno $\tau_{xy,-} = \frac{n_{xy}}{t} - \frac{6m_{xy}}{t^2}$	
τ_{xz}	Smykové napětí v rovině xz • ve středu desky $\tau_{xz} = \frac{3}{2}\frac{v_x}{t}$	
τ_{yz}	Smykové napětí v rovině yz • ve středu desky $\tau_{yz} = \frac{3}{2}\frac{v_y}{t}$	

Tabulka 4.2: Základní napětí

V obecném případě se napětí v jednotlivých vrstvách počítají z celkových vnitřních přetvoření desky

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tot}}^{\text{T}} = \left\{ \frac{\partial \varphi_y}{\partial x}, -\frac{\partial \varphi_x}{\partial y}, \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_y, \frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_x, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right\} \tag{4.2}$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Přetvoření v jednotlivých vrstvách jsou spočítána pomocí vztahu

$$\boldsymbol{\varepsilon}(z) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial \varphi_y}{\partial x} \\ -\dfrac{\partial \varphi_x}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \dfrac{\partial \varphi_x}{\partial x} \end{Bmatrix} \tag{4.3}$$

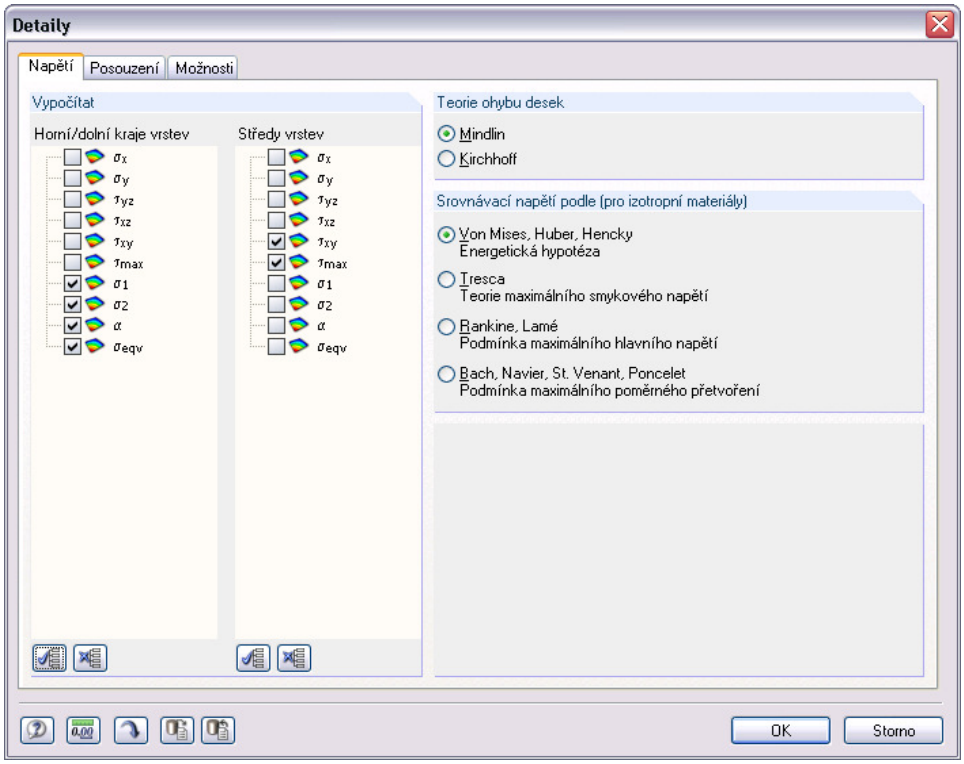
kde z je souřadnice ve směru osy z, kde požadujeme znát hodnotu napětí. Jde-li např. o i – vrstvu, pak se napětí spočte pomocí vztahu

$$\boldsymbol{\sigma}(z) = \mathbf{d}_i \boldsymbol{\varepsilon}(z) \tag{4.4}$$

kde $\mathbf{d}_i$ je matice tuhosti i – té vrstvy.

Nyní je zapotřebí rozdělit napětí podle toho, zdali se jedná o izotropní materiálový model nebo o ortotropní.

Izotropní materiálový model



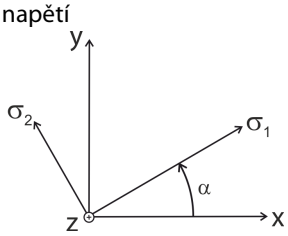
Obr. 4.3: Dialog *Detaily* – záložka *Napětí* pro izotropní materiálový model

Vliv příčných smykových napětí je vyjádřen veličinou:

$\tau_{\max}$	Maximální příčné smykové napětí $\tau_{\max} = \sqrt{\tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2}$

Tabulka 4.3: Maximální příčné smykové napětí

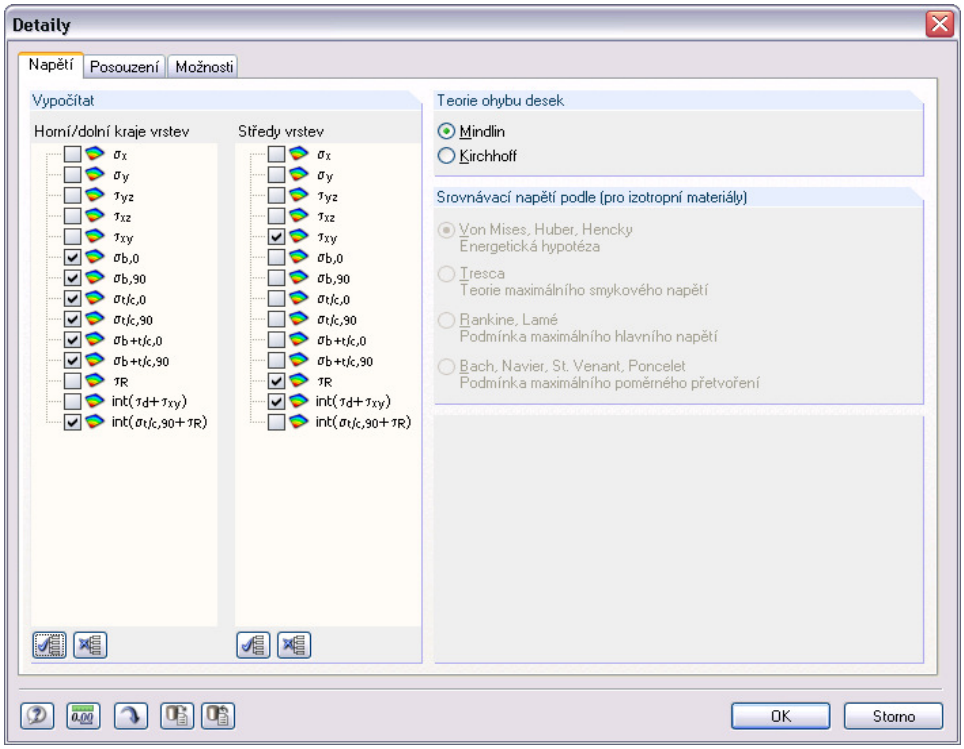
V následující tabulce jsou uvedeny vztahy pro výpočet hlavních a ekvivalentních napětí. Ve vzorcích je zanedbán vliv smykových napětí τ_{xz} a τ_{yz}.

σ_1	Hlavní napětí $\sigma_1 = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y + \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}$
σ_2	Hlavní napětí $\sigma_2 = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y - \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}$
α	Úhel mezi lokální osou x a směrem prvního hlavního napětí $\alpha = \frac{1}{2}\text{atan2}\left(2\tau_{xy},\ \sigma_x - \sigma_y\right), \quad \alpha \in \left(-90^\circ, 90^\circ\right\rangle$  Funkce atan2 je v RFEMu implementována takto $\text{atan2}(y,x) = \begin{cases} \arctan\frac{y}{x} & x > 0 \\ \arctan\frac{y}{x} + \pi & y \geq 0, x < 0 \\ \arctan\frac{y}{x} - \pi & y < 0, x < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & y < 0, x = 0 \\ 0 & y = 0, x = 0 \end{cases}$
σ_{eqv}	Srovnávací napětí podle von Mises, Huber, Hencky (Energetická hypotéza) $\sigma_{\text{eqv}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$
	Srovnávací napětí podle Tresca (Podmínka maximálního smykového napětí) $\sigma_{\text{eqv}} = \max\left[\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2},\ \dfrac{\left\lvert\sigma_x + \sigma_y\right\rvert + \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}\right]$
	Srovnávací napětí podle Rankine, Lamé (Podmínka maximálního hlavního napětí) $\sigma_{\text{eqv}} = \dfrac{\left\lvert\sigma_x + \sigma_y\right\rvert + \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}$
	Srovnávací napětí podle Bach, Navier, St. Venant, Poncelet (Podmínka maximálního poměrného přetvoření) $\sigma_{\text{eqv}} = \max\left[\frac{1-\mu}{2}\left\lvert\sigma_x + \sigma_y\right\rvert + \frac{1+\mu}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2},\ \mu\left\lvert\sigma_x + \sigma_y\right\rvert\right]$

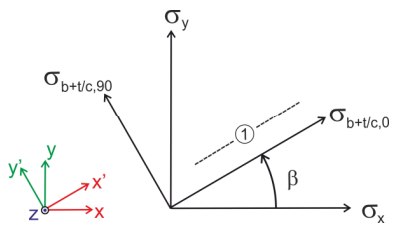
Tabulka 4.4: Napětí pro izotropní materiálový model

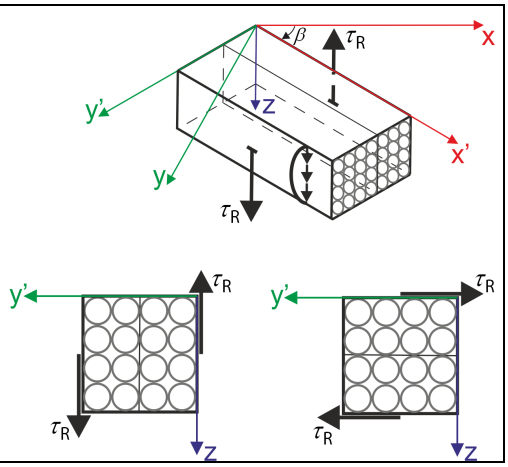
Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Ortotropní materiálový model



Obr. 4.4: Dialog *Detaily* – záložka *Napětí* pro ortotropní materiálový model

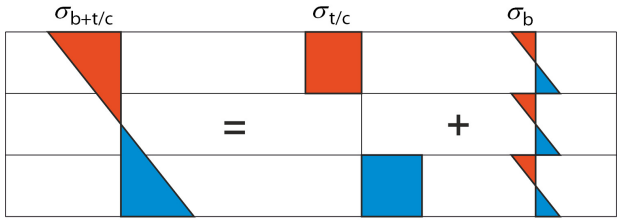
$\sigma_{b+t/c,0}$	Normálové napětí ve směru vláken $\sigma_{b+t/c,0} = \sigma_x \cos^2\beta + \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \sin^2\beta$  1 – směr vláken
$\sigma_{b+t/c,90}$	Normálové napětí kolmo ke směru vláken $\sigma_{b+t/c,90} = \sigma_x \sin^2\beta - \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \cos^2\beta$
$\sigma_{t/c,0}$	Tahová/tlaková složka normálového napětí ve směru vláken $\sigma_{t/c,0} = \frac{\sigma_{b+t/c,0(horní)} + \sigma_{b+t/c,0(střední)} + \sigma_{b+t/c,0(dolní)}}{3}$
$\sigma_{t/c,90}$	Tahová/tlaková složka normálového napětí kolmo ke směru vláken $\sigma_{t/c,90} = \frac{\sigma_{b+t/c,90(horní)} + \sigma_{b+t/c,90(střední)} + \sigma_{b+t/c,90(dolní)}}{3}$
$\sigma_{b,0}$	Ohybová složka normálového napětí ve směru vláken $\sigma_{b,0} = \sigma_{b+t/c,0} - \sigma_{t/c,0}$
$\sigma_{b,90}$	Ohybová složka normálového napětí kolmo ke směru vláken $\sigma_{b,90} = \sigma_{b+t/c,90} - \sigma_{t/c,90}$

τ_R	Napětí ve valivém smyku (označeno indexem R podle anglického rolling shear) $\tau_R = -\tau_{xz}\sin\beta + \tau_{yz}\cos\beta$	

Tabulka 4.5: Napětí pro ortotropní materiálový model

Je důležité si uvědomit, že napětí $\sigma_{b+t/c,0}$, $\sigma_{b+t/c,90}$, $\sigma_{t/c,0}$, $\sigma_{t/c,90}$, $\sigma_{b,0}$, $\sigma_{b,90}$, τ_R jsou vyjádřena v souřadném systému vláken x', y', z, který je v každé vrstvě obecně jinak natočen, a proto může docházet na hranicích vrstev k nespojitostem v jejich hodnotách. Transformační vzorce pro tato napětí jsou uvedena v kapitole 5.1.

Normálové napětí obsahuje pro jednotlivé vrstvy ohybovou (značeno indexem b podle anglického bending) a tahovou/tlakovou složku (označené t/c podle anglického tension /compression).



Obr. 4.5: Rozklad normálového napětí na tahovou/tlakovou a ohybovou složku

Teorie ohybu desek

Pro plochy je možné zvolit ohybovou teorii podle:

- Mindlina
- Kirchhoffa

Při výpočtu podle Mindlina se uvažuje smykové přetvoření, zatímco podle Kirchhoffa nikoliv. Ohybová teorie podle Mindlina je vhodná pro masivní desky, podle Kirchhoffa pro relativně tenké desky.

Protože v Kirchhoffově teorii nejsou přesně stanovena smyková napětí τ_{xz} a τ_{yz}, počítají se z podmínek rovnováhy. Vypočítat je pak lze pomocí následujících vztahů

$$\tau_{xz,\max} = \frac{3}{2}\frac{v_x}{t} = 1.5\frac{v_x}{t} \tag{4.5}$$

$$\tau_{yz,\max} = \frac{3}{2}\frac{v_y}{t} = 1.5\frac{v_y}{t} \tag{4.6}$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Srovnávací napětí podle (pro izotropní materiály)

Srovnávací napětí lze určit čtyři různými způsoby:

Srovnávací napětí podle von Mises, Huber, Hencky
(Energetická hypotéza)
Tato hypotéza napětí je známá jako HMH, hypotéza VON MISESOVA, případně též jako energetická podmínka. Srovnávací napětí podle této hypotézy je počítáno pomocí vztahu

$$\sigma_{\text{eqv}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \tag{4.7}$$

Srovnávací napětí podle Tresca
(Teorie maximálního smykového napětí)
Toto srovnávací napětí je obecně definováno pomocí vztahu

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max\left(|\sigma_1 - \sigma_2|,\ |\sigma_1 - \sigma_3|,\ |\sigma_2 - \sigma_3|\right) \tag{4.8}$$

což se za podmínky $\sigma_3 = 0$ zjednoduší na

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max\left(|\sigma_1 - \sigma_2|,\ |\sigma_1|,\ |\sigma_2|\right) \tag{4.9}$$

což vede na rovnici

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max\left[\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2},\ \frac{|\sigma_x + \sigma_y| + \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}\right] \tag{4.10}$$

Srovnávací napětí podle Rankine, Lamé
(Podmínka maximálního hlavního napětí)
Tato hypotéza je označovaná jako hypotéza normálového napětí nebo jako srovnávací napětí podle RANKINA. Rankinovo napětí se obecně definuje jako maximum absolutních hodnot hlavních napětí

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max\left(|\sigma_1|,\ |\sigma_2|,\ |\sigma_3|\right) \tag{4.11}$$

což se za použití vztahu $\sigma_3 = 0$ zjednoduší na

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max(|\sigma_1|,\ |\sigma_2|) \tag{4.12}$$

což vede na rovnici

$$\sigma_{\text{eqv}} = \frac{|\sigma_x + \sigma_y| + \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2} \tag{4.13}$$

Srovnávací napětí podle Bach, Navier, St. Venant, Poncelet
(Podmínka maximálního poměrného přetvoření)
Hypotéza hlavní deformace neboli srovnávací napětí podle BACHA. Ekvivalentní přetvoření je definováno jako maximální protažení, které vznikne ve směru hlavních napětí

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max\left(|\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)|,\ |\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)|,\ |\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)|\right) \tag{4.14}$$

což se za použití vztahu $\sigma_3 = 0$ zjednoduší na

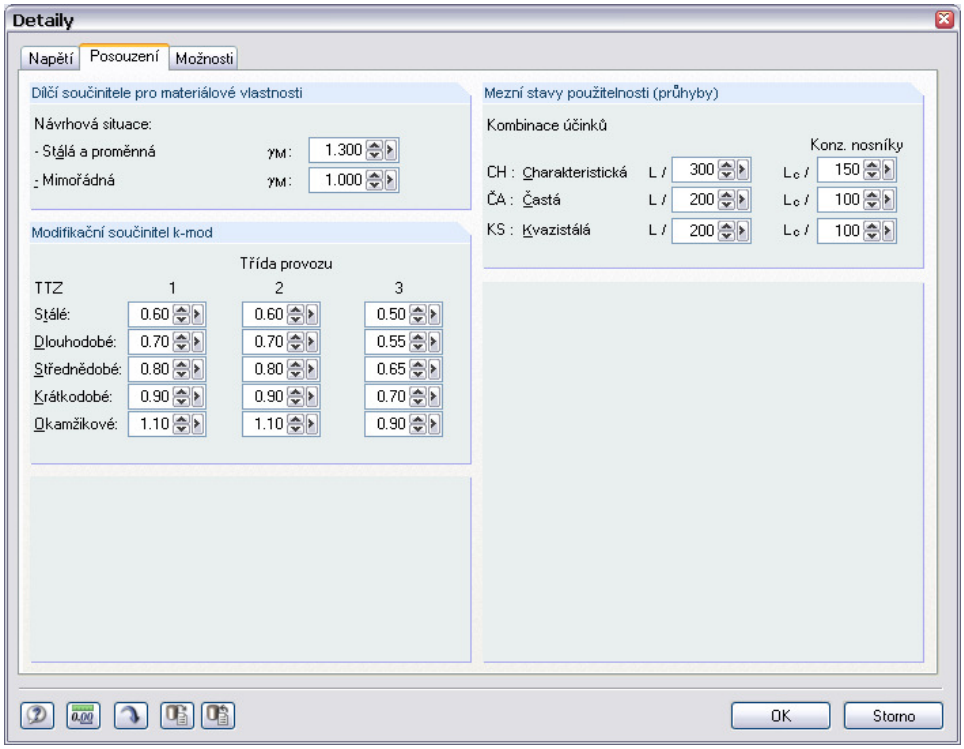
$$\sigma_{\text{eqv}} = \max\left(|\sigma_1 - \mu\sigma_2|,\ |\sigma_2 - \mu\sigma_1|,\ \mu|\sigma_1 + \sigma_2|\right) \tag{4.15}$$

což vede na rovnici

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max\left[\frac{1-\mu}{2}|\sigma_x + \sigma_y| + \frac{1+\mu}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2},\ \mu|\sigma_x + \sigma_y|\right] \tag{4.16}$$

Ve vzorcích pro srovnávací napětí je zanedbán vliv smykových napětí τ_{xz} a τ_{yz}.

4.1.2 Záložka Posouzení



Obr. 4.6: Dialog *Detaily* – záložka *Posouzení*

Dílčí součinitele pro vlastnosti materiálu

V této sekci může uživatel přepsat dílčí součinitele pro vlastnosti materiálu γ_M pro nabízené návrhové situace. Ty jsou jednotlivým zatěžovacím stavům, kombinacím a skupinám zatěžovacích stavů přiřazeny v tabulce1.1 *Základní údaje* v záložce *Mezní stav únosnosti* (viz kapitola 3.1.1, strana 21).

Modifikační součinitel k_{mod}

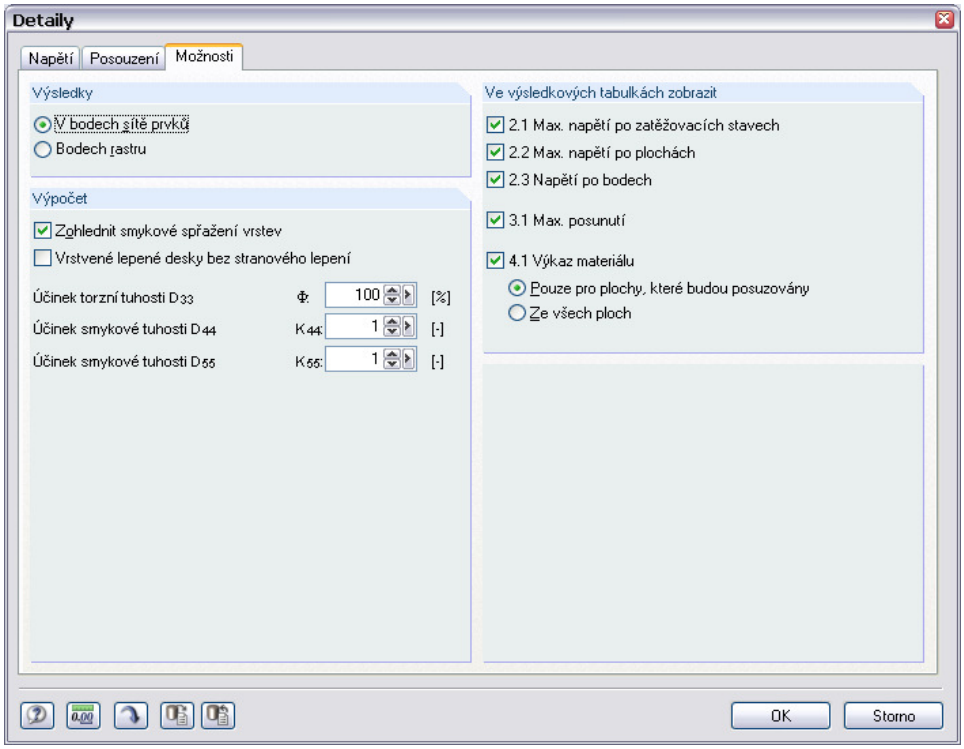
Podle *třídy trvání zatížení* (*TTZ*) a Třídy provozu jsou zde uvedeny hodnoty modifikačního součinitele k_{mod}, které se řídí normou ČSN 73 1702:2007, tabulka F.1. Uživateli se zde nabízí možnost přepsat číselné hodnoty modifikačního součinitele. Ten je pak přiřazen k jednotlivým zatěžovacím stavům podle odpovídající třídy trvání zatížení v tabulce 1.4 *Třída trvání zatížení a třída provozu* (viz kapitola 3.4, strana 27).

Mezní stav použitelnosti (průhyby)

V šesti následujících polích se stanovují mezní hodnoty přípustných průhybů. Lze tak zadat specifické údaje pro různé kombinace účinků (charakteristickou, častou a kvazistálou) a pro plochy podepřené po obou stranách či pouze na straně jedné. Zatěžovacím stavům, kombinacím a skupinám ZS se přiřazují kombinace účinků v záložce *Mezní stav použitelnosti* v tabulce 1.1 *Základní údaje* (viz kapitola 3.1.2, strana 22). Referenční délky L jsou zadávány pro jednotlivé plochy v tabulce 1.5 *Údaje pro posouzení použitelnosti* (viz kapitola 3.5, strana 29).

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

4.1.3 Záložka Možnosti



Obr. 4.7: Dialog *Detaily* – záložka *Možnosti*

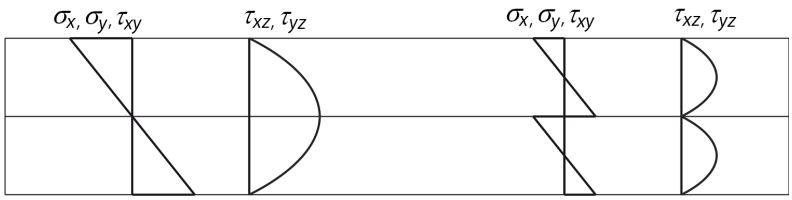
Výsledky

Napětí a posuny se zobrazují standardně ve všech bodech sítě prvků. Uživatel má však možnosti zobrazit výsledky v bodech rastru, které sám definoval a které jsou v RFEMu uloženy jako vlastnost plochy (viz manuál k hlavnímu programu RFEM, kapitola 9.9).

V případě menších ploch může standardní vzdálenost bodů rastru 0.5 m vést k tomu, že na ploše se nachází jen malé množství bodů nebo dokonce jen jediný, počáteční bod rastru. V takovém případě většinou ani nezískáme maximální hodnoty, protože výsledný rastr je příliš hrubý. Vzdálenost rastrových bodů by pak měla být v RFEMu přizpůsobena rozměrům plochy, aby vzniklo více rastrových bodů.

Výpočet

V sekci *Výpočet* je políčko *Zohlednit smykové spřažení vrstev*, které je přednastaveno jako zaškrtnuté, což znamená, že se smykové spřažení vrstev uvažuje. Více o obou přístupech je v kapitolách 2.3.1 a 2.3.2.



Obr. 4.8: Základní napětí dvouvrstvé desky namáhané ohybem: vlevo se smykovým spřažení vrstev, vpravo bez smykového spřežení vrstev

Dále je zde k dispozici políčko *Vrstvené lepené desky bez stranového lepení*. Tato volba je vhodná pro desky z prken bez stranového lepení, kdy se uvažuje $E_y = 0$.

V sekci *Výpočet* je dále možné nastavit účinek torzní tuhosti D_{33} pomocí koeficientu Φ v rozsahu 0-100 %. Korekce je umožněna pouze pro desky se symetrickou skladbou, pro které jsou úhly natočení rovny násobkům 90°. Korekce je doporučena v normě ČSN 73 1702:2007, kap. D.2.2 (5), str. 127.

Dále je možno redukovat smykové tuhosti D_{44} a D_{55} pomocí redukčních faktorů K_{44} a K_{55}. Korekce je umožněna pouze pro desky, pro které jsou úhly natočení rovny násobkům 90°.

Matice tuhosti je potom rovna (zobrazen případ symetrické skladby)

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{\Phi}{100}D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{44}D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & K_{55}D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{4.17}$$

V tabulce 1.2 *Materiálové charakteristiky* pod tlačítkem [Zobrazit prvky rozšířené matice tuhosti] je pak zobrazena upravená matice tuhosti.

Ve výsledkových tabulkách zobrazit

V této sekci lze nastavit, které tabulky výsledků se mají zobrazit. K dispozici jsou různé tabulky s výslednými hodnotami napětí, posunů a výkazy materiálu, které lze pomocí příslušných zaškrtávacích políček zapnout či vypnout.

Jednotlivé výsledkové tabulky jsou popsány v kapitole 5. *Výsledky* na straně 42.

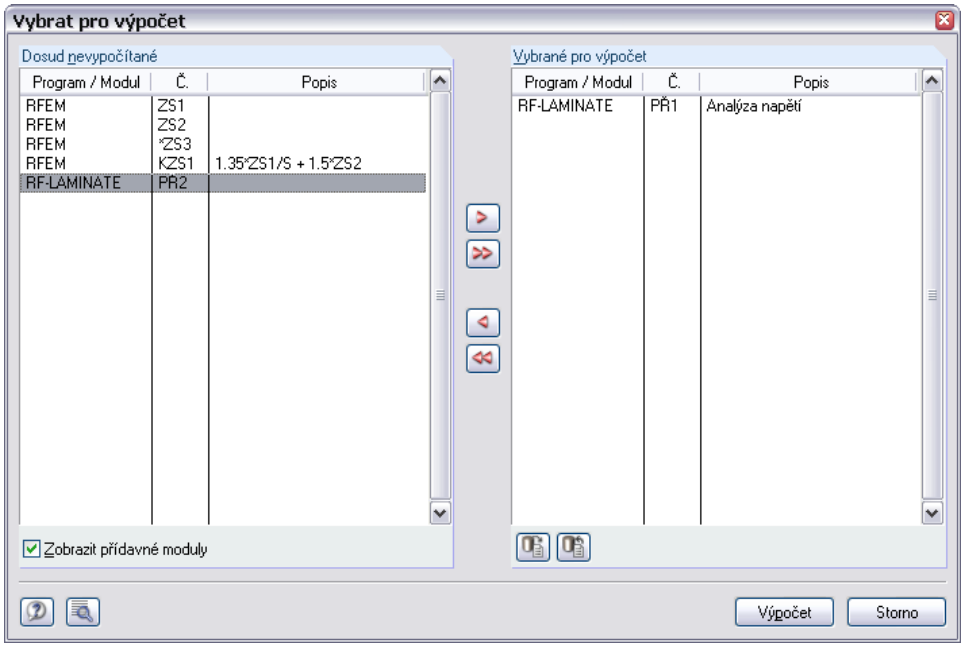
4.2 Spuštění výpočtu

Ve všech vstupních tabulkách modulu RF-LAMINATE lze spustit výpočet kliknutím na tlačítko [Výpočet].

Výpočet modulu RF-LAMINATE lze spustit také z uživatelského prostředí RFEMu. Přídavné moduly se zobrazí v dialogu *Vybrat pro výpočet* v seznamu zatěžovacích stavů a skupin zatěžovacích stavů. Tento dialog otevřeme v RFEMu příkazem z hlavní nabídky

Výpočet → **Vybrat pro výpočet…**.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

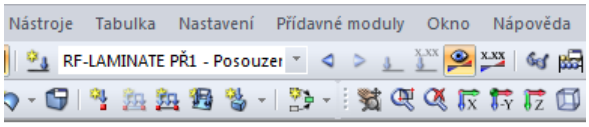


Obr. 4.9: Dialog *Vybrat pro výpočet* v RFEMu

Pokud v seznamu *Dosud nevypočítané* chybí návrhové případy v modulu RF-LAMINATE, je třeba zaškrtnout políčko *Zobrazit přídavné moduly*.

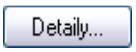
Tlačítkem [▶] převedeme vybrané návrhové případy do seznamu vpravo. Výpočet pak spustíme pomocí tlačítka [Výpočet].

Výpočet určitého návrhového případu z modulu RF-LAMINATE lze spustit také z panelu nástrojů. V seznamu nastavíme požadovaný návrhový případ a následně klikneme na tlačítko [Zapnout/vypnout výsledky].



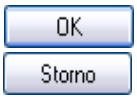
Obr. 4.10: Přímý výpočet návrhového případu z modulu RF-LAMINATE v RFEMu

5. Výsledky



Ihned po skončení výpočtu se zobrazí tabulka 2.1 *Max. napětí po zatěžovacích stavech*. V dialogu *Detaily* v záložce *Možnosti* lze nastavit výsledkové tabulky, které se mají zobrazit (viz kapitola 4.1.3 na straně 39).

Všechny výsledkové tabulky jsou přístupné z navigátoru modulu RF-LAMINATE. K listování mezi jednotlivými dialogy lze opět použít vlevo znázorněná tlačítka [<] a [>], nebo funkční klávesy [F2] a [F3].



Kliknutím na tlačítko [OK] uložíme všechny vstupní údaje s výsledky a zavřeme modul RF-LAMINATE, zatímco tlačítkem [Storno] modul ukončíme bez uložení dat.

Ve výsledkových tabulkách je k dispozici celá řada užitečných tlačítek, která mají následující funkce:

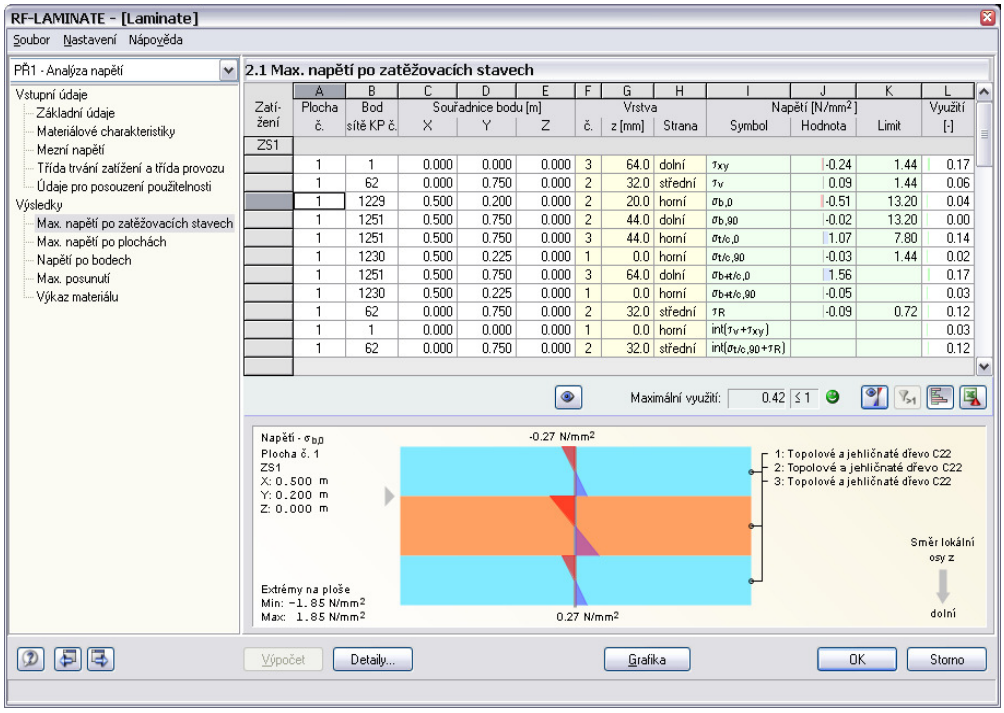
Tlačítko	Název	Funkce
	Skok do grafiky pro změnu zobrazení	Slouží k otevření pracovního okna RFEMu ke grafické kontrole, aniž se zavře modul RF-LAMINATE.
	Vybrat	Otevře pracovní okno RFEMu pro grafický výběr ploch či bodů.
	Zobrazit aktuální výsledky v grafice RFEMu	Znázorní výsledky z aktuálně vybraného řádku v grafickém okně RFEMu na pozadí.
	Zobrazit řádky s poměrem >1	Zobrazí v tabulkách pouze ty řádky, kde využití je >1.
	Zobrazit barvy v tabulce	Slouží k zobrazení barevného pozadí v tabulkách výsledků podle referenční stupnice.
	Exportovat do Microsoft Excel nebo Open Office.org Calc	Exportuje obsah aktuálně otevřené tabulky do MS Excelu, resp. do aplikace Calc z balíku OpenOffice.org → kapitola 7.3, strana 55.

Tabulka 5.1: Tlačítka ve výsledkových tabulkách

V této kapitole popíšeme jednotlivé tabulky postupně podle jejich pořadí.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

5.1 Max. napětí po zatěžovacích stavech



Obr. 5.1: Tabulka 2.1 *Max. napětí po zatěžovacích stavech*

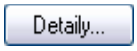
Pokud výpočet proběhne v pořádku, otevře se tabulka 2.1 *Max. napětí po zatěžovacích stavech*. V ní se zobrazí maximální hodnoty napětí u každého zatěžovacího stavu, případně každé skupiny nebo kombinace zatěžovacích stavů, které uživatel vybral k posouzení v tabulce 1.1 *Základní údaje* v záložce *Mezní stav únosnosti*. Čísla zatěžovacích stavů či skupin a kombinací ZS jsou uvedena v záhlaví každého oddílu.

Plocha č.

Tento sloupec obsahuje čísla ploch, u nichž byly při výpočtu zjištěny maximální hodnoty složek napětí. Údaje se zobrazí pro jednotlivé zatěžovací stavy.

Bod sítě KP/ Bod rastru

V tomto sloupci jsou zobrazena čísla bodů sítě konečných prvků, resp. rastrových bodů, v nichž jsou hodnoty napětí největší. Body rastru představují možnost zobrazit výsledky nezávisle na síti konečných prvků v pravidelných rozestupech, které definoval uživatel. Jejich počet a uspořádání se nastavuje v záložce *Rastr* v dialogu *Upravit plochu* v hlavním programu RFEM.



V dialogu *Detaily* v záložce *Možnosti* lze určit, zda se výsledky mají vyhodnotit v bodech sítě prvků nebo v bodech rastru (viz kapitola 4.1.3, strana 39). Pokud se uživatel rozhodne nastavení změnit, zobrazí se kontrolní dotaz, zda se mají výsledky přepočítat.

Souřadnice bodu

Uvedené globální souřadnice X, Y, Z určují bod s maximální hodnotou daného napětí.

Vrstva

Ve sloupcích F až H je uvedeno číslo vrstvy, *z* – souřadnice a strana dané vrstvy, na níž se vyskytují maximální hodnoty napětí.

Napětí

Symbol a hodnota

Zde jsou uvedeny maximální hodnoty napětí, která uživatel vybral v záložce *Napětí* v dialogu *Detaily*. Nachází se zde symbol a odpovídající číselná hodnota.

Limit

Limitní hodnota (mezní napětí) vychází z volby materiálu pro jednotlivé vrstvy v tabulce 1.2 *Materiálové charakteristiky*.

Pokud je použit modifikační koeficient k_{mod} nebo součinitel spolehlivosti γ_M, pak z charakteristických hodnot mezních napětí (s indexem k) jsou vypočítány návrhové hodnoty napětí (s indexem d), podle

$$\begin{Bmatrix} f_{\mathrm{b,d}} \\ f_{\mathrm{t,d}} \\ f_{\mathrm{c,d}} \\ f_{\mathrm{b,0,d}} \\ f_{\mathrm{t,0,d}} \\ f_{\mathrm{c,0,d}} \\ f_{\mathrm{b,90,d}} \\ f_{\mathrm{t,90,d}} \\ f_{\mathrm{c,90,d}} \\ f_{\mathrm{v,d}} \\ f_{\mathrm{eqv,d}} \\ f_{\mathrm{R,d}} \end{Bmatrix} = \frac{k_{\mathrm{mod}}}{\gamma_M} \begin{Bmatrix} f_{\mathrm{b,k}} \\ f_{\mathrm{t,k}} \\ f_{\mathrm{c,k}} \\ f_{\mathrm{b,0,k}} \\ f_{\mathrm{t,0,k}} \\ f_{\mathrm{c,0,k}} \\ f_{\mathrm{b,90,k}} \\ f_{\mathrm{t,90,k}} \\ f_{\mathrm{c,90,k}} \\ f_{\mathrm{v,k}} \\ f_{\mathrm{eqv,k}} \\ f_{\mathrm{R,k}} \end{Bmatrix} \tag{5.1}$$

Pokud modifikační součinitel a součinitel spolehlivosti není použit, uvažuje se $k_{\mathrm{mod}} = 1$ a $\gamma_M = 1$.

Využití

Maximální využití: 0.42 ≤ 1

Pro každou složku napětí se počítá podíl návrhového a mezního napětí. Využití plochy v příslušném bodu sítě konečných prvků nebo v bodu rastru se uvede pro každý vybraný druh napětí. Pokud nebude mezní napětí překročeno, je využití menší nebo rovno 1 a posouzení napětí je splněno. Údaj ve sloupci L tak umožňuje rychle posoudit ekonomičnost návrhu.

V následující tabulce je uveden výpočet využití pro jednotlivé druhy napětí.

Izotropní materiálový model

Napětí [Pa]	Využití [-]
σ_x	$= \begin{cases} \dfrac{\sigma_{\mathrm{t/c},x}}{f_{\mathrm{t,d}}} + \dfrac{\lvert\sigma_{\mathrm{b},x}\rvert}{f_{\mathrm{b,d}}} & \text{pokud } \sigma_{\mathrm{t/c},x} > 0 \\ \dfrac{\lvert\sigma_{\mathrm{t/c},x}\rvert}{f_{\mathrm{c,d}}} + \dfrac{\lvert\sigma_{\mathrm{b},x}\rvert}{f_{\mathrm{b,d}}} & \text{pokud } \sigma_{\mathrm{t/c},x} \le 0 \end{cases}$
σ_y	$= \begin{cases} \dfrac{\sigma_{\mathrm{t/c},y}}{f_{\mathrm{t,d}}} + \dfrac{\lvert\sigma_{\mathrm{b},y}\rvert}{f_{\mathrm{b,d}}} & \text{pokud } \sigma_{\mathrm{t/c},y} > 0 \\ \dfrac{\lvert\sigma_{\mathrm{t/c},y}\rvert}{f_{\mathrm{c,d}}} + \dfrac{\lvert\sigma_{\mathrm{b},y}\rvert}{f_{\mathrm{b,d}}} & \text{pokud } \sigma_{\mathrm{t/c},y} \le 0 \end{cases}$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

σ_1	$=\begin{cases}\dfrac{\sigma_1}{f_{t,d}} & \text{pokud } \sigma_1 > 0 \\ \dfrac{\lvert\sigma_1\rvert}{f_{c,d}} & \text{pokud } \sigma_1 \le 0\end{cases}$
σ_2	$=\begin{cases}\dfrac{\sigma_2}{f_{t,d}} & \text{pokud } \sigma_2 > 0 \\ \dfrac{\lvert\sigma_2\rvert}{f_{c,d}} & \text{pokud } \sigma_2 \le 0\end{cases}$
σ_{eqv}	$\dfrac{\lvert\sigma_{eqv}\rvert}{f_{eqv,d}}$
τ_{max}	$\dfrac{\lvert\tau_{max}\rvert}{f_{v,d}}$
τ_{xz}	$\dfrac{\lvert\tau_{xz}\rvert}{f_{v,d}}$
τ_{xy}	$\dfrac{\lvert\tau_{xy}\rvert}{f_{v,d}}$
τ_{yz}	$\dfrac{\lvert\tau_{yz}\rvert}{f_{v,d}}$

Tabulka 5.2: Využití pro izotropní materiálový model

Ortotropní materiálový model

Napětí [Pa]	Využití [-]	
$\sigma_{b,0}$	$\dfrac{\lvert\sigma_{b,0}\rvert}{f_{b,0,d}}$	
$\sigma_{b,90}$	$\dfrac{\lvert\sigma_{b,90}\rvert}{f_{b,90,d}}$	
$\sigma_{t/c,0}$	$=\begin{cases}\dfrac{\sigma_{t/c,0}}{f_{t,0,d}} & \text{pokud } \sigma_{t/c,0} > 0 \\ \dfrac{\lvert\sigma_{t/c,0}\rvert}{f_{c,0,d}} & \text{pokud } \sigma_{t/c,0} \le 0\end{cases}$	
$\sigma_{t/c,90}$	$=\begin{cases}\dfrac{\sigma_{t/c,90}}{f_{t,90,d}} & \text{pokud } \sigma_{t/c,90} > 0 \\ \dfrac{\lvert\sigma_{t/c,90}\rvert}{f_{c,90,d}} & \text{pokud } \sigma_{t/c,90} \le 0\end{cases}$	
$\sigma_{b+t/c,0}$	$=\begin{cases}\dfrac{\sigma_{t/c,0}}{f_{t,0,d}}+\dfrac{\lvert\sigma_{b,0}\rvert}{f_{b,0,d}} & \text{pokud } \sigma_{t/c,0} > 0 \\ \dfrac{\lvert\sigma_{t/c,0}\rvert}{f_{c,0,d}}+\dfrac{\lvert\sigma_{b,0}\rvert}{f_{b,0,d}} & \text{pokud } \sigma_{t/c,0} \le 0\end{cases}$	Podle: ČSN 73 1702, (127), (128) DIN 1052, (127), (128) DIN EN 1995-1-1/NA, (NA.130), (NA.131)
$\sigma_{b+t/c,90}$	$=\begin{cases}\dfrac{\sigma_{t/c,90}}{f_{t,90,d}}+\dfrac{\lvert\sigma_{b,90}\rvert}{f_{b,90,d}} & \text{pokud } \sigma_{t/c,90} > 0 \\ \dfrac{\lvert\sigma_{t/c,90}\rvert}{f_{c,90,d}}+\dfrac{\lvert\sigma_{b,90}\rvert}{f_{b,90,d}} & \text{pokud } \sigma_{t/c,90} \le 0\end{cases}$	

τ_{xz}	$\dfrac{\lvert\tau_{xz}\rvert}{f_{\mathrm{v,d}}}$	
τ_{xy}	$\dfrac{\lvert\tau_{xy}\rvert}{f_{\mathrm{v,d}}}$	
τ_{yz}	$\dfrac{\lvert\tau_{yz}\rvert}{f_{\mathrm{v,d}}}$	
τ_R	$\dfrac{\lvert\tau_R\rvert}{f_{\mathrm{R,d}}}$	
$\mathrm{int}\left(\tau_{\mathrm{d}}+\tau_{xy}\right)$	$\dfrac{\tau_{\mathrm{d}}^2+\tau_{xy}^2}{f_{\mathrm{v,d}}^2},\quad \tau_{\mathrm{d}}=\tau_{xz}\cos\beta+\tau_{yz}\sin\beta$	Podle: ČSN 73 1702, (129) DIN 1052, (129) DIN EN 1995-1-1/NA, (NA.132)
$\mathrm{int}\left(\sigma_{\mathrm{t/c,90}}+\tau_{\mathrm{R}}\right)$	$=\begin{cases}\dfrac{\sigma_{\mathrm{t/c,90}}}{f_{\mathrm{t,90,d}}}+\dfrac{\lvert\tau_{\mathrm{R}}\rvert}{f_{\mathrm{R,d}}} & \text{pokud } \sigma_{\mathrm{t/c,90}}>0\\ \dfrac{\lvert\sigma_{\mathrm{t/c,90}}\rvert}{f_{\mathrm{c,90,d}}}+\dfrac{\lvert\tau_{\mathrm{R}}\rvert}{f_{\mathrm{R,d}}} & \text{pokud } \sigma_{\mathrm{t/c,90}}\le 0\end{cases}$	Podle: ČSN 73 1702, (130), (131) DIN 1052, (130), (131) DIN EN 1995-1-1/NA, (NA.133), (NA.134)

Tabulka 5.3: Využití pro ortotropní materiálový model

Napětí $\sigma_{\mathrm{b+t/c,0}}$, $\sigma_{\mathrm{b+t/c,90}}$, τ_{d}, τ_{R} jsou definovaná v souřadnicovém systému vláken x',y',z a platí pro ně následující transformační vzorce

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{\mathrm{b+t/c,0}}\\ \sigma_{\mathrm{b+t/c,90}}\\ *\end{Bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}c^2 & s^2 & 2cs\\ s^2 & c^2 & -2cs\\ -cs & cs & c^2-s^2\end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{3\times3}^{-\mathrm{T}}}\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix},\quad \begin{Bmatrix}\tau_{\mathrm{d}}\\ \tau_{\mathrm{R}}\end{Bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}c & s\\ -s & c\end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2\times2}}\begin{Bmatrix}\tau_{xz}\\ \tau_{yz}\end{Bmatrix} \tag{5.2}$$

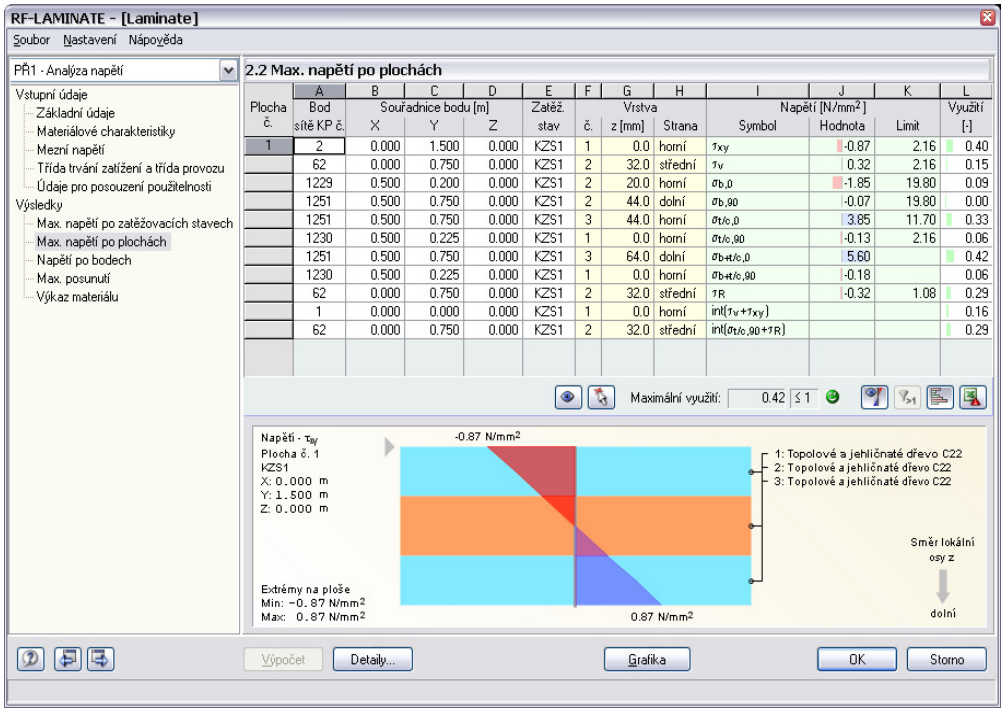
nebo ekvivalentně v nematicovém tvaru

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{b+t/c,0}}&=\mathrm{c}^2\sigma_x+\mathrm{s}^2\sigma_y+2\mathrm{cs}\tau_{xy}\\ \sigma_{\mathrm{b+t/c,90}}&=\mathrm{s}^2\sigma_x+\mathrm{c}^2\sigma_y-2\mathrm{cs}\tau_{xy}\\ \tau_{\mathrm{d}}&=\mathrm{c}\tau_{xz}+\mathrm{s}\tau_{yz}\\ \tau_{\mathrm{R}}&=-\mathrm{s}\tau_{xz}+\mathrm{c}\tau_{yz}\end{aligned} \tag{5.3}$$

kde $s=\sin\beta$, $c=\cos\beta$ a β je úhel natočení uvažované vrstvy.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

5.2 Max. napětí po plochách

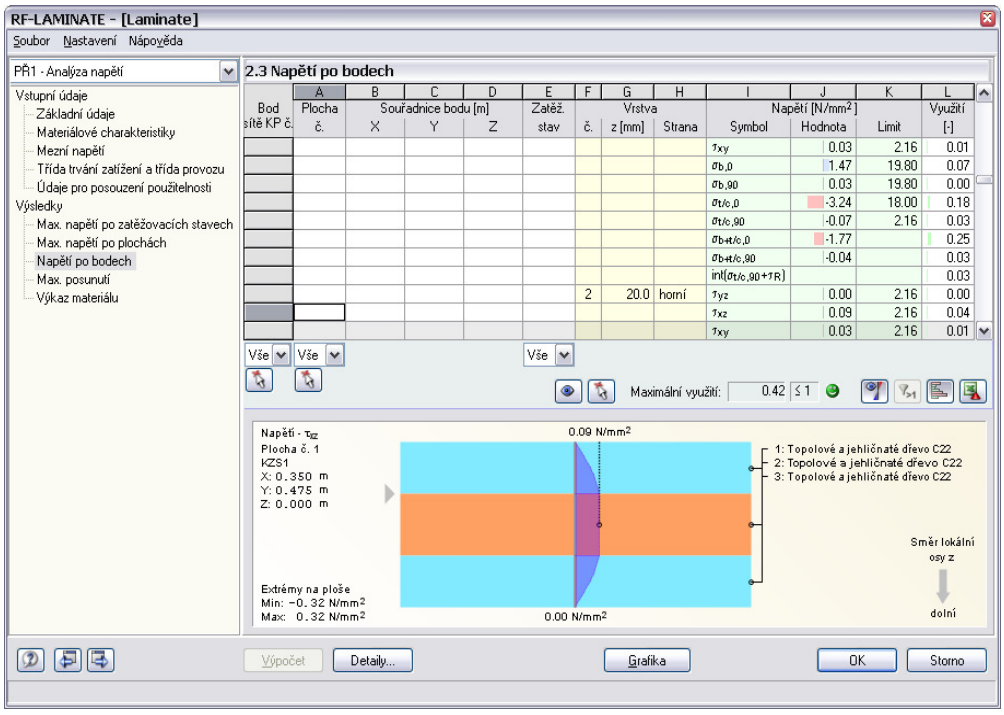


Obr. 5.2: Tabulka 2.2 *Max. napětí po plochách*

Tato výstupní tabulka obsahuje maximální napětí u každé posouzené plochy. Údaje jsou seřazeny podle jednotlivých ploch.

Jednotlivé sloupce tabulky jsou popsané v kapitole 5.1 *Max. napětí po zatěžovacích stavech* na straně 43.

5.3 Napětí po bodech



Obr. 5.3: Tabulka 2.3 *Napětí po bodech*

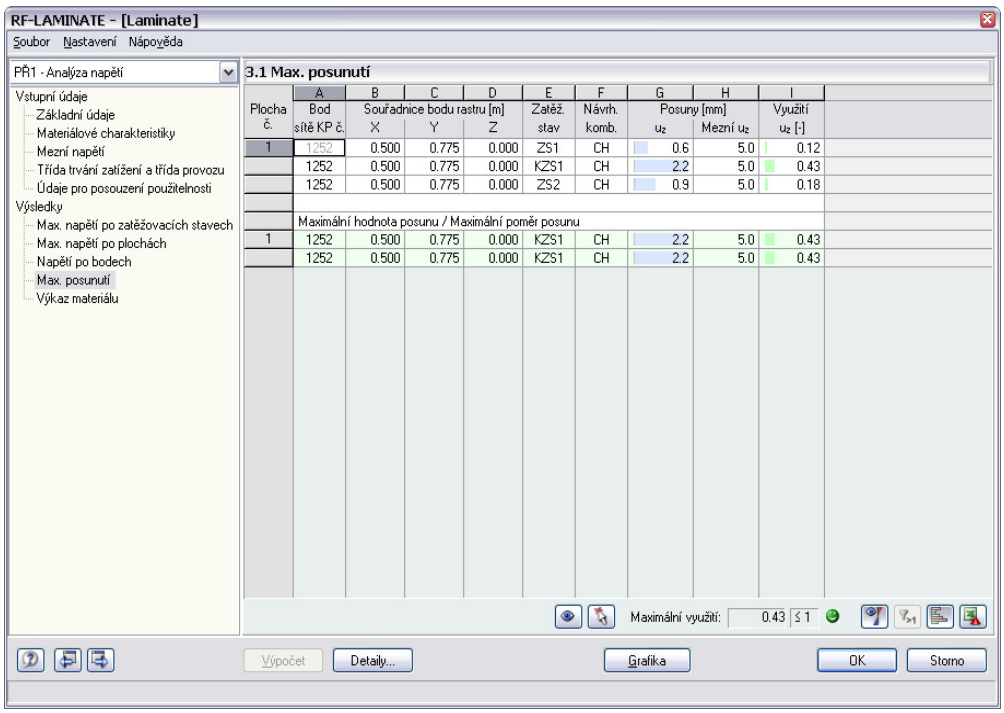
V této tabulce se zobrazí napětí a využití napětí v každém bodu sítě konečných prvků, resp. rastrovém bodu posuzovaných ploch. V dialogu *Detaily* v záložce *Možnosti* (viz kapitola 4.1.3, strana 39) lze nastavit, zdali chceme výsledky zobrazit v bodech sítě konečných prvků nebo v bodech rastru.

V dialogu *Detaily* v záložce *Napětí* lze také upravit, jaké složky napětí se mají v tabulce zobrazit.

Jednotlivé sloupce tabulky jsou popsané v kapitole 5.1 *Max. napětí po zatěžovacích stavech* na straně 43.

V případě potřeby je možné údaje v tabulce filtrovat podle čísel bodů sítě konečných prvků, čísel ploch či zatěžovacích stavů. Výběr je možný buď ze seznamů pod příslušným sloupcem, nebo lze konkrétní objekty dané konstrukce vybrat pomocí tlačítka [Vybrat] v grafickém okně.

5.4 Max. posunutí



Plocha č.	A Bod sítě KP č.	B Souřadnice bodu rastru [m] X	C Y	D Z	E Zatěž. stav	F Návrh. komb.	G Posuny [mm] u_z	H Mezní u_z	I Využití u_z [-]
1	1252	0.500	0.775	0.000	ZS1	CH	0.6	5.0	0.12
	1252	0.500	0.775	0.000	KZS1	CH	2.2	5.0	0.43
	1252	0.500	0.775	0.000	ZS2	CH	0.9	5.0	0.18
	Maximální hodnota posunu / Maximální poměr posunu								
1	1252	0.500	0.775	0.000	KZS1	CH	2.2	5.0	0.43
	1252	0.500	0.775	0.000	KZS1	CH	2.2	5.0	0.43

Obr. 5.4: Tabulka 3.1 *Max. posunutí*

Tato tabulka se zobrazí pouze v případě, že jsme v tabulce 1.1 *Základní údaje* v záložce *Mezní stav použitelnosti* vybrali k posouzení alespoň jeden zatěžovací stav (viz kapitola 3.1.2, strana 22). Zobrazují se zde maximální hodnoty posunů od zatěžovacích stavů, nebo skupin či kombinací ZS, které jsme vybrali pro posouzení mezního stavu použitelnosti.

Údaje jsou seřazeny podle jednotlivých ploch.

Posuny

Ve sloupci *Posuny* vidíme posuny ve směru lokálních os z daných ploch, které jsou rozhodující pro posouzení deformace. Lokální osy ploch lze zobrazit v navigátoru *Zobrazit* v hlavním programu RFEM.

Ve sloupci I jsou uvedeny mezní hodnoty deformací, které se stanoví z referenčních délek L, které se zadávají v tabulce 1.5 *Údaje pro posouzení použitelnosti*, viz strana 29, a z obecných mezních hodnot definovaných pro posouzení použitelnosti v dialogu *Detaily* v záložce *Možnosti* (kapitola 4.1.3, strana 39).

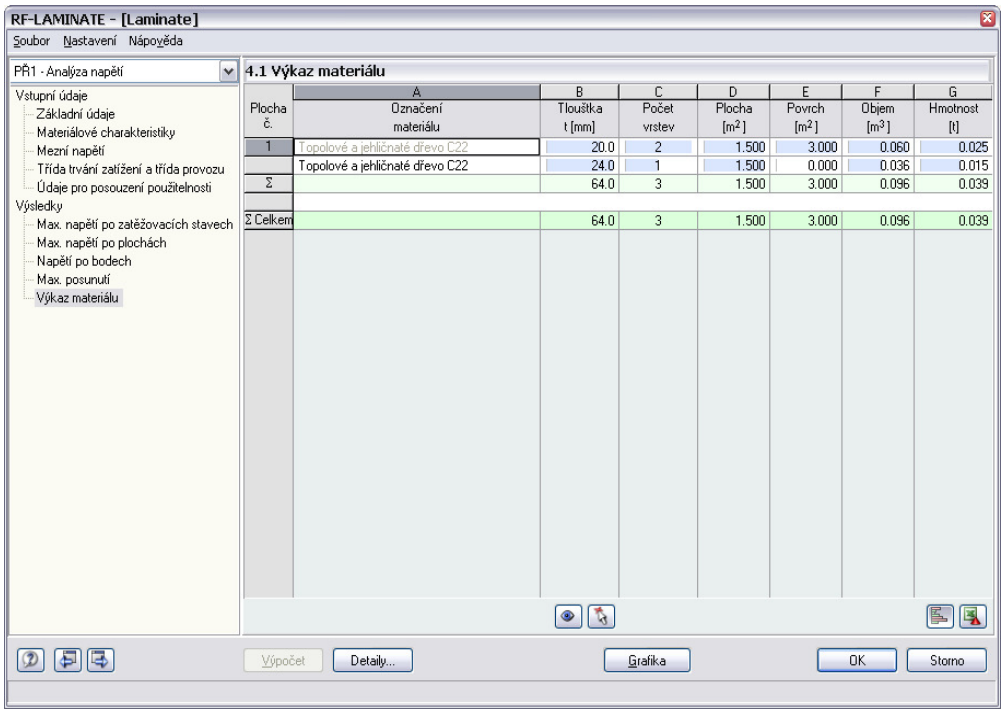
Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Využití

Maximální využití: 0.43 ≤ 1

V posledním sloupci se zobrazí podíly vypočteného posunu u_z (sloupce H) a mezního posunu (sloupce I). Pokud nebudou mezní deformace překročeny, je využití menší nebo rovno 1 a posouzení deformace je splněno.

5.5 Výkaz materiálu



Plocha č.	A Označení materiálu	B Tloušťka t [mm]	C Počet vrstev	D Plocha [m²]	E Povrch [m²]	F Objem [m³]	G Hmotnost [t]
1	Topolové a jehličnaté dřevo C22	20.0	2	1.500	3.000	0.060	0.025
	Topolové a jehličnaté dřevo C22	24.0	1	1.500	0.000	0.036	0.015
Σ		64.0	3	1.500	3.000	0.096	0.039
Σ Celkem		64.0	3	1.500	3.000	0.096	0.039

Obr. 5.5: Tabulka 4.1 *Výkaz materiálu*

Poslední výsledková tabulka podává celkový přehled o plochách v daném návrhovém případu. Standardně se údaje týkají jen posuzovaných ploch. Pokud si přejeme zobrazit výkaz materiálu všech ploch v konstrukci, pak lze nastavení upravit v dialogu *Detaily* v záložce *Možnosti* (kapitola 4.1.3, strana 39).

Plocha č.

Tento sloupec obsahuje čísla jednotlivých ploch.

Označení materiálu

Plochy jsou roztříděny podle materiálů.

Tloušťka

Ve sloupci B se zobrazí tloušťka vrstev *t*. Tento údaj najdeme také ve vstupní tabulce1.2 *Materiálové charakteristiky*.

Počet vrstev

Tento sloupec udává počet vrstev v konstrukci s daným materiálem a danou tloušťkou.

Plocha

Zde se nachází informace o obsahu každé plochy.

Povrch

Povrch plochy se spočítá na základě horní a dolní strany plochy. Postranní plochy se zanedbávají.

Objem

Objem se vypočítá jako součin tloušťky obsahu plochy.

Hmotnost

V posledním sloupci se zobrazí hmotnost každé plochy. Tento údaj se vypočítá na základě objemu plochy a měrné hmotnosti použitého materiálu.

Celkem

V posledním řádku tabulky vidíme celkové součty jednotlivých sloupců.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

6. Výstup

6.1 Výstupní protokol

Jak je běžné v hlavním programu RFEM, pro výsledky posouzení v modulu RF-LAMINATE se nejdříve vytvoří výstupní protokol, do něhož může uživatel vkládat grafická zobrazení nebo vlastní vysvětlivky. Ve výstupním protokolu lze také vybrat, které tabulky s výsledky z RF-LAMINATE se vytisknou.

Výstupní protokol je podrobně popsán v manuálu k programu RFEM. Důležitá je především kapitola 11.1.3.4 *Výběr dat přídavných modulů*, která pojednává o výběru vstupních a výstupních dat v přídavných modulech.

Pro každou úlohu lze vytvořit několik výstupních protokolů. Zvláště v případě rozsáhlých konstrukcí doporučujeme místo jednoho objemného protokolu vytvořit několik menších protokolů. Pokud například vytvoříme samostatný protokol jen pro data návrhového případu z modulu RF-LAMINATE, bude výstupní protokol relativně rychle zpracován.

Ve výstupním protokolu se objeví složky napětí, které jsme v příslušném návrhovém případu z RF-LAMINATE nastavili pro zobrazení v tabulkách výsledků.

6.2 Tisk zobrazení z RF-LAMINATE

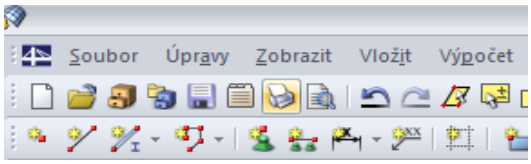
Grafická znázornění provedených posouzení lze začlenit do výstupního protokolu nebo poslat přímo na tiskárnu. V kapitole 11.2 *Přímý výtisk grafiky* v manuálu k programu RFEM je tisk grafických zobrazení podrobně popsán.

Každý obrázek, který se zobrazí v grafickém okně v hlavním programu RFEM, lze začlenit do výstupního protokolu. Stejně tak lze do protokolu převzít i průběhy výsledků na řezech kliknutím na tlačítko [Tisk] v daném okně.

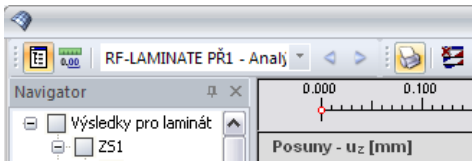
Aktuální grafické zobrazení z RF-LAMINATE v pracovním okně RFEMu lze vytisknout příkazem z hlavní nabídky

Soubor → Tisk…

nebo kliknutím na příslušné tlačítko v panelu nástrojů.

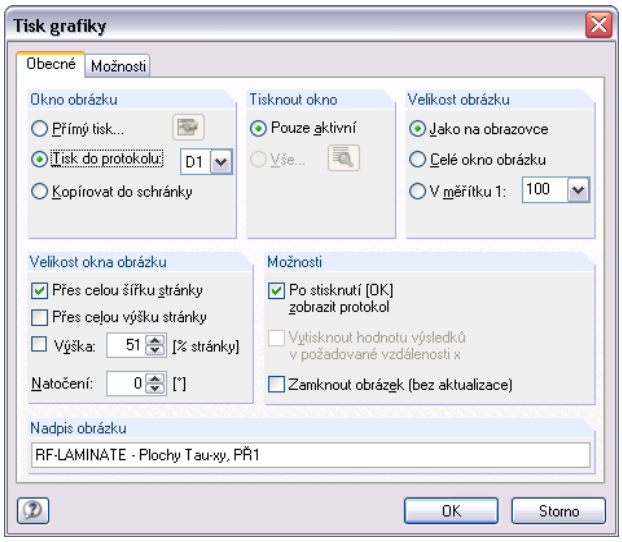


Obr. 6.1: Tlačítko *Tisknout* v panelu nástrojů v hlavním okně



Obr. 6.2: Tlačítko *Tisknout* v panelu nástrojů v okně s průběhy výsledků

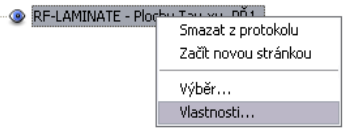
Zobrazí se následující dialog:



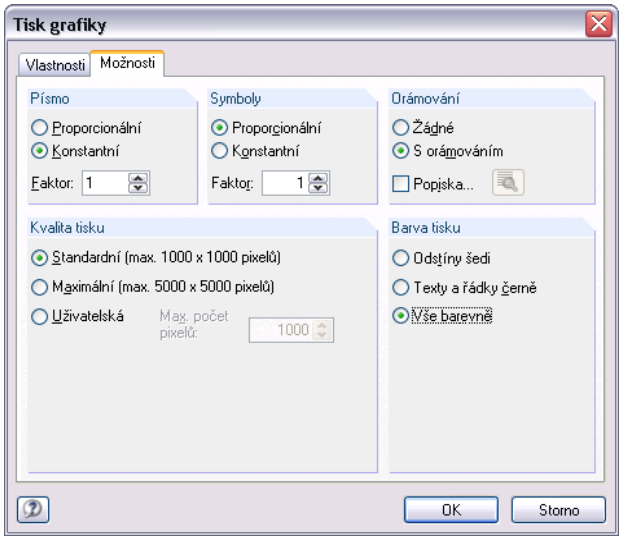
Obr. 6.3: Dialog *Tisk grafiky* - záložka *Obecné*

Tento dialog je podrobně popsán v kapitole 11.2 *Přímý výtisk grafiky* v manuálu k programu RFEM.

Grafické zobrazení z RF-LAMINATE lze ve výstupním protokolu přesunout na jiné místo jako obvykle pomocí funkce Drag&Drop.



Vložené obrázky lze také dodatečně upravovat: pravým tlačítkem myši klikneme na příslušnou položku v navigátoru protokolu a v její místní nabídce vybereme *Vlastnosti*. Znovu se zobrazí dialog *Tisk grafiky*, v němž lze nastavit případné změny.



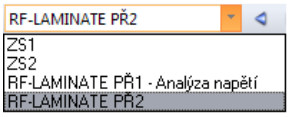
Obr. 6.4: Dialog *Tisk grafiky* - záložka *Možnosti*

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

7. Obecné funkce

V této kapitole jsou popsány běžně používané funkce z hlavní nabídky a také možnosti exportu výsledků posouzení.

7.1 Návrhové případy v RF-LAMINATE



Uživatel má možnost seskupovat plochy do samostatných návrhových případů. Lze tak například samostatně posoudit určité stavební celky nebo prvky se specifickým zadáním.

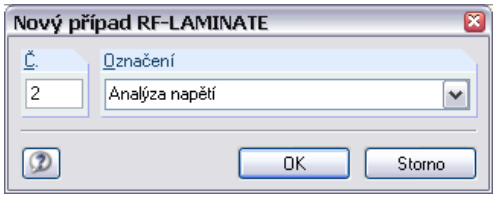
Návrhové případy založené v RF-LAMINATE jsou obsaženy v seznamu zatěžovacích stavů a skupin zatěžovacích stavů v panelu nástrojů v pracovním okně RFEMu.

Vytvoření nového případu v RF-LAMINATE

Nový případ lze vytvořit příkazem z hlavní nabídky v modulu RF-LAMINATE

Soubor → **Nový případ...**.

Otevře se následující dialog:



Obr. 7.1: Dialog *Nový případ RF-LAMINATE*

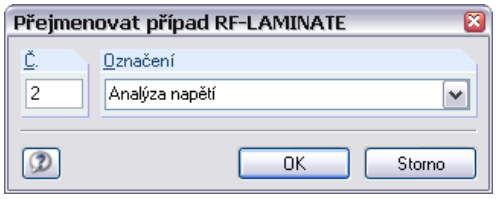
V tomto dialogu je třeba vyplnit (dosud nezadané) *číslo* a *označení* nového případu. Po ukončení dialogu kliknutím na tlačítko [OK] se zobrazí tabulka modulu RF-LAMINATE 1.1 *Základní údaje*, kde definujeme nové údaje pro posouzení.

Přejmenování případu v RF-LAMINATE

Označení případu lze změnit příkazem z hlavní nabídky modulu RF-LAMINATE

Soubor → **Přejmenovat případ...**.

Otevře se dialog *Přejmenovat případ RF-LAMINATE*.



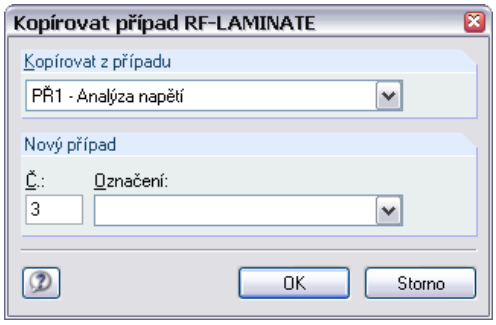
Obr. 7.2: Dialog *Přejmenovat případ RF-LAMINATE*

Kopírování případu v RF-LAMINATE

Vstupní údaje aktuálního případu lze zkopírovat příkazem z hlavní nabídky v modulu RF-LAMINATE

Soubor → **Kopírovat případ...**.

Otevře se dialog *Kopírovat případ RF-LAMINATE*, ve kterém je třeba uvést číslo a označení nového případu, do něhož se vybraný případ zkopíruje.



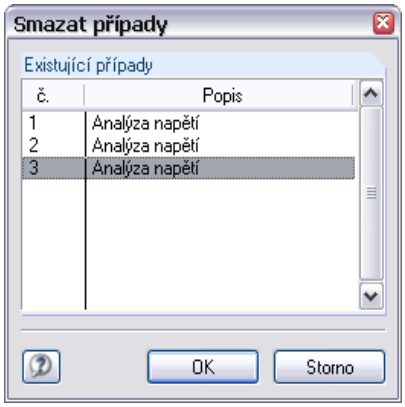
Obr. 7.3: Dialog *Kopírovat případ RF-LAMINATE*

Smazání případu v RF-LAMINATE

Uživatel má možnost případy smazat příkazem z hlavní nabídky v modulu RF-LAMINATE

Soubor → **Smazat případy...**.

V dialogu *Smazat případy* pak ze seznamu *Existující případy* vybereme určitý případ, který se po kliknutí na tlačítko [OK] smaže.



Obr. 7.4: Dialog *Smazat případy*

7.2 Jednotky a desetinná místa

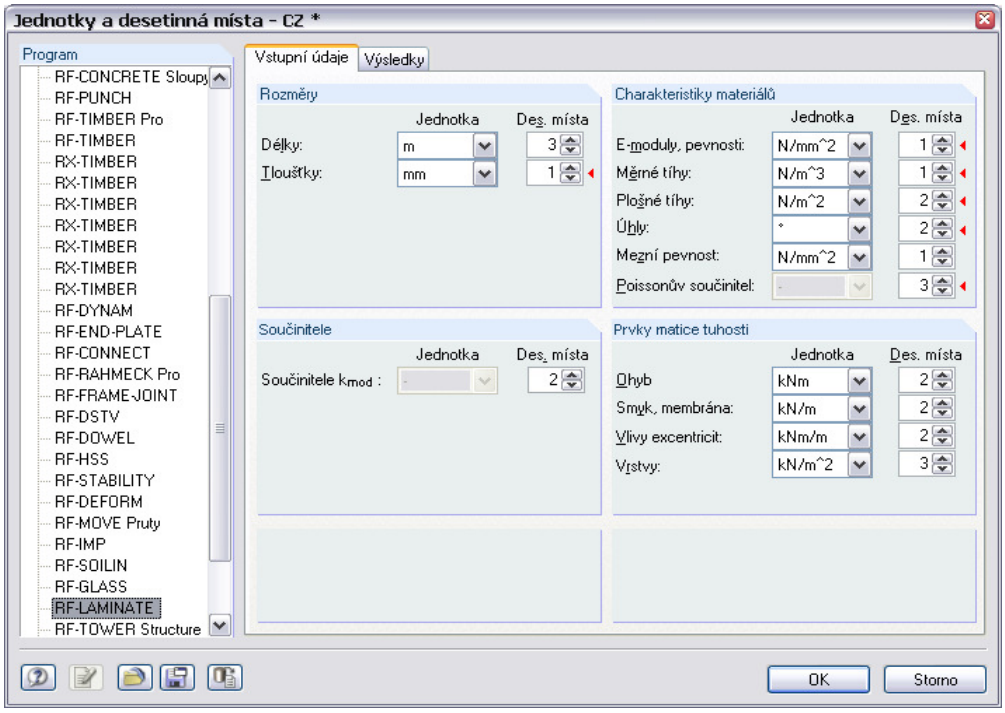
Jednotky a desetinná místa se pro RFEM i všechny jeho přídavné moduly nastavují centrálně. V modulu RF-LAMINATE otevřeme dialog pro nastavení jednotek příkazem z hlavní nabídky

Nastavení → **Jednotky a desetinná místa…**.

Otevře se dialog již dobře známý z RFEMu. V něm je již přednastaven modul RF-LAMINATE.

Na obr. 7.5 je patrné, že některé jednotky jsou označeny červenou šipkou (v našem případě je to tloušťka a charakteristiky materiálu). Toto označení slouží k rychlé orientaci v dialogu *Jednotky a desetinná místa* pro aktuálně otevřený dialog v modulu RF-LAMINATE. V našem případě je tedy v modulu otevřena tabulka 1.2 *Materiálové charakteristiky*, proto velmi snadné najít a následně změnit jednotky vztahující se k této tabulce.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.



Obr. 7.5: Dialog *Jednotky a desetinná místa*

Nastavení lze uložit jako uživatelský profil a použít i v jiných úlohách. Popis této funkce najdeme v kapitole 12.6.2 *Jednotky a desetinná místa* v manuálu k programu RFEM.

7.3 Export výsledků

Výsledky analýzy lze různým způsobem převést i do jiných programů.

Schránka

Označené řádky v tabulce výsledků v RF-LAMINATE lze pomocí tlačítek [Ctrl]+[C] zkopírovat do schránky a následně dvojicí tlačítek [Ctrl]+[V] převést například do některého textového procesoru. Nadpisy sloupců v tabulce exportovány nebudou.

Výstupní protokol

Údaje z modulů RF-LAMINATE lze zařadit do centrálního výstupního protokolu (kapitola 6.1, strana 51) a odtud pak exportovat příkazem z hlavní nabídky

Soubor → **Export do souboru RTF resp. BAUTEXT…**.

Tato funkce je popsána v kapitole 11.1.11 *Export protokolu* v manuálu k programu RFEM.

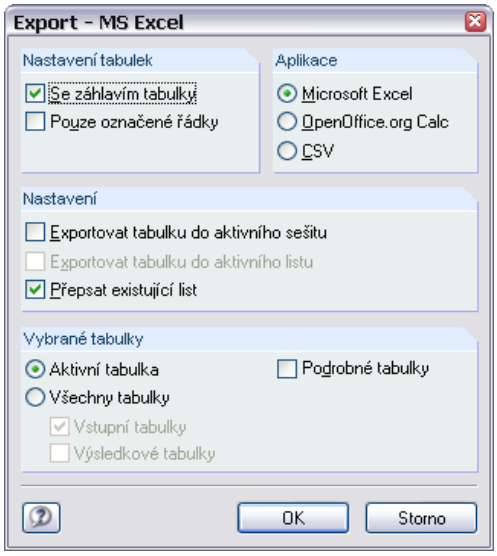
Excel / OpenOffice

RF-LAMINATE umožňuje přímý export dat do MS Excelu nebo do aplikace Calc z balíku OpenOffice.org.

Tuto funkci vyvoláme z hlavní nabídky RF-LAMINATE

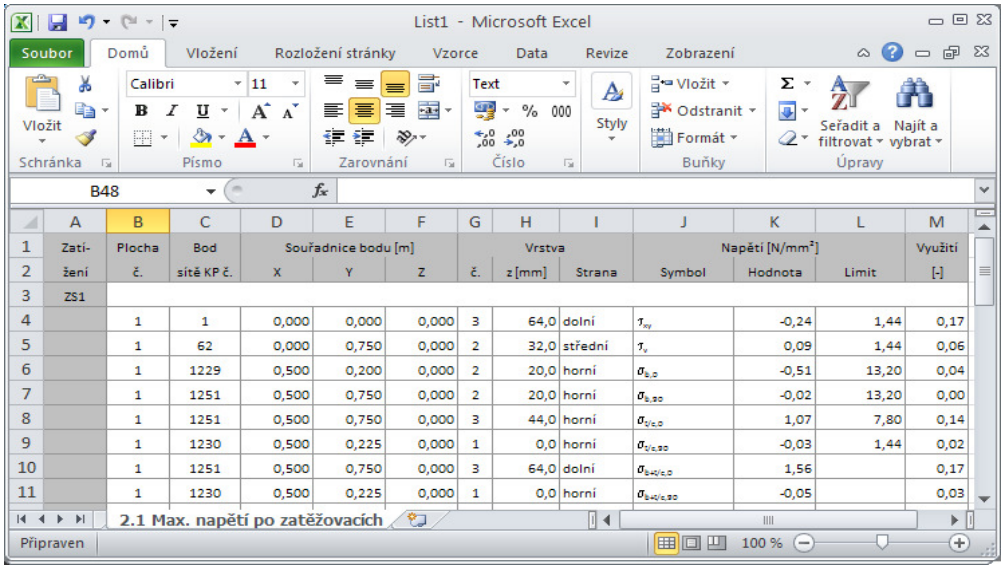
Soubor → **Exportovat tabulky…**.

Otevře se následující dialog pro export dat:



Obr. 7.6: Dialog *Export – MS Excel*

Jakmile vybereme požadované parametry, můžeme export zahájit kliknutím na tlačítko [OK]. Excel, resp. Calc nemusí běžet na pozadí, před exportem se automaticky spustí.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Zatí-	Plocha	Bod	Souřadnice bodu [m]				Vrstva			Napětí [N/mm²]		Využití
2	žení	č.	sítě KP č.	X	Y	Z	č.	z [mm]	Strana	Symbol	Hodnota	Limit	[-]
3	ZS1												
4		1	1	0,000	0,000	0,000	3	64,0	dolní	τ_{xy}	-0,24	1,44	0,17
5		1	62	0,000	0,750	0,000	2	32,0	střední	τ_{x}	0,09	1,44	0,06
6		1	1229	0,500	0,200	0,000	2	20,0	horní	$\sigma_{b,0}$	-0,51	13,20	0,04
7		1	1251	0,500	0,750	0,000	2	20,0	horní	$\sigma_{b,90}$	-0,02	13,20	0,00
8		1	1251	0,500	0,750	0,000	3	44,0	horní	$\sigma_{v/c,0}$	1,07	7,80	0,14
9		1	1230	0,500	0,225	0,000	1	0,0	horní	$\sigma_{v/c,90}$	-0,03	1,44	0,02
10		1	1251	0,500	0,750	0,000	3	64,0	dolní	$\sigma_{b+v/c,0}$	1,56		0,17
11		1	1230	0,500	0,225	0,000	1	0,0	horní	$\sigma_{b+v/c,90}$	-0,05		0,03

Obr. 7.7: Výsledky v MS Excelu: Tabulka 2.1 Max. napětí po zatěžovacích stavech

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

7.4 Klávesové zkratky

V jednotlivých tabulkách modulu RF-LAMINATE lze často používané funkce rychle vyvolat z klávesnice:

[F1]	Nápověda
[F2]	Následující tabulka
[F3]	Předchozí tabulka
[F7]	Výběr v tabulkách
[F8]	Kopírování posledního řádku v tabulce
[F9]	Kalkulačka
[Ctrl+2]	Zkopírování řádku v tabulce do následujícího řádku
[Ctrl+C]	Kopírování do schránky
[Ctrl+F]	Hledání v tabulce
[Ctrl+H]	Náhrada v tabulce
[Ctrl+I]	Vložení řádku do tabulky
[Ctrl+L]	Skok v tabulce na řádek se zadaným číslem
[Ctrl+N]	Založení nového případu
[Ctrl+R]	Smazání řádků v tabulce
[Ctrl+S]	Uložení dat
[Ctrl+V]	Vložení dat ze schránky
[Ctrl+X]	Vyjmutí z tabulky
[Ctrl+Y]	Vyprázdnění obsahu aktuálního řádku v tabulce
[Ctrl+Z]	Zpět (Undo)

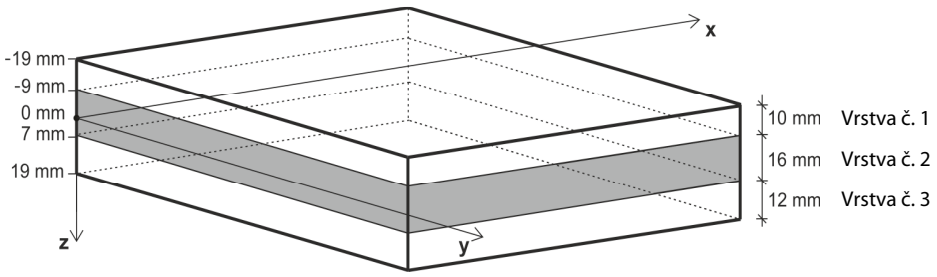
Tabulka 7.1: Klávesové zkratky

8. Příklady

V následující kapitole předkládáme několik příkladů.

8.1 Výpočet prvků matice tuhosti

Uvažujme desku tvořenou třemi vrstvami, které jsou zobrazené na obr. 8.1 a jejich materiálové charakteristiky jsou uvedené na obr. 8.2.



Obr. 8.1: Schéma vrstev

1.2 Materiálové charakteristiky - Ortotropní

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Vrstva č.	Označení materiálu	Tloušťka t [mm]	Směr ortotropie β [°]	Modul pružnosti [N/mm²] E_x	E_y	Smykový modul [N/mm²] G_{xz}	G_{yz}	G_{xy}	Poissonův součinitel μ_{xy}	μ_{yx}
1	Topolové a jehličnaté dřevo	10.0	0.00	8000.0	270.0	500.0	50.0	500.0	0.200	0.007
2	Jehličnaté dřevo C14	16.0	90.00	7000.0	230.0	440.0	44.0	440.0	0.200	0.007
3	Topolové a jehličnaté dřevo	12.0	0.00	8000.0	270.0	500.0	50.0	500.0	0.200	0.007

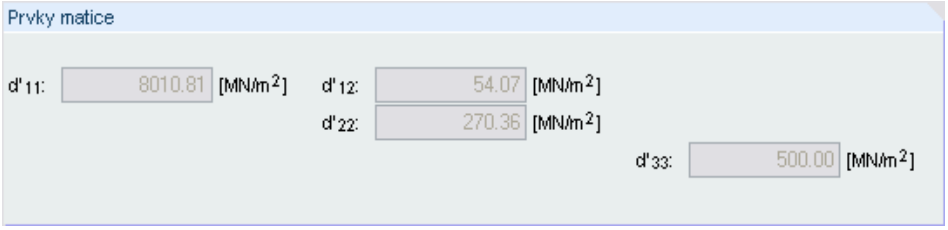
Obr. 8.2: Tabulka 1.2 *Materiálové charakteristiky*

Nejprve spočteme matice tuhosti jednotlivých vrstev

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{i;11} & d'_{i;12} & 0 \\ & d'_{i;22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{i;33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{E_{i;x}}{1-\mu_{i;xy}^2 \dfrac{E_{i;y}}{E_{i;x}}} & \dfrac{\mu_{i;xy} E_{i;y}}{1-\mu_{i;xy}^2 \dfrac{E_{i;y}}{E_{i;x}}} & 0 \\ & \dfrac{E_{i;y}}{1-\mu_{i;xy}^2 \dfrac{E_{i;y}}{E_{i;x}}} & 0 \\ \text{sym.} & & G_{i;xy} \end{bmatrix} \quad i = 1, \ldots, n \tag{8.1}$$

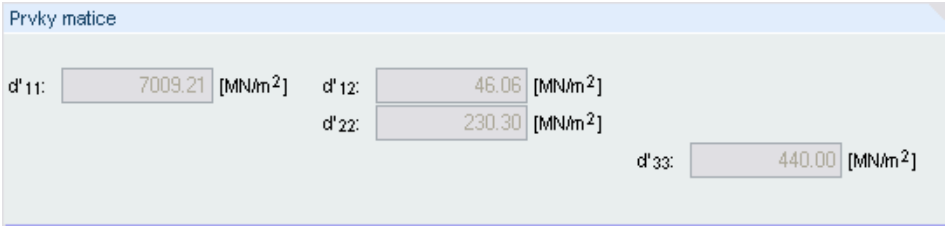
$$\mathbf{d}'_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{8000}{1-0.2^2 \dfrac{270}{8000}} & \dfrac{0.2 \cdot 270}{1-0.2^2 \dfrac{270}{8000}} & 0 \\ & \dfrac{270}{1-0.2^2 \dfrac{270}{8000}} & 0 \\ \text{sym.} & & 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8010.81 & 54.07 & 0 \\ 54.07 & 270.36 & 0 \\ 0 & 0 & 500.00 \end{bmatrix} \text{MN/m}^2$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.



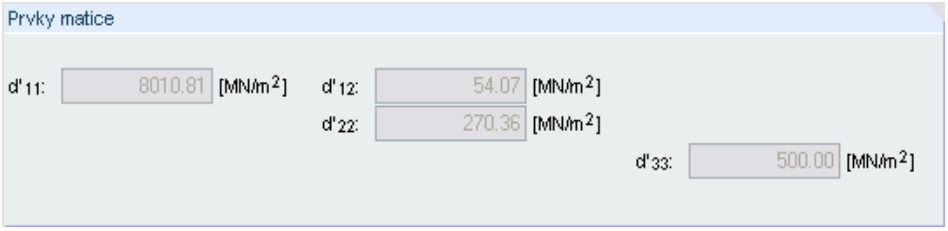
Obr. 8.3: Matice tuhosti vrstvy č. 1 z RF-LAMINATE

$$\mathbf{d}_2' = \begin{bmatrix} \dfrac{7000}{1-0.2^2\dfrac{230}{7000}} & \dfrac{0.2\cdot 230}{1-0.2^2\dfrac{270}{7000}} & 0 \\ & \dfrac{270}{1-0.2^2\dfrac{230}{7000}} & 0 \\ \text{sym.} & & 440 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7009.21 & 46.06 & 0 \\ 46.06 & 230.30 & 0 \\ 0 & 0 & 440.00 \end{bmatrix} \text{MN/m}^2$$

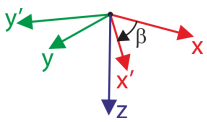


Obr. 8.4: Matice tuhosti vrstvy č. 2 z RF-LAMINATE

$$\mathbf{d}_3' = \begin{bmatrix} \dfrac{8000}{1-0.2^2\dfrac{270}{8000}} & \dfrac{0.2\cdot 270}{1-0.2^2\dfrac{270}{8000}} & 0 \\ & \dfrac{270}{1-0.2^2\dfrac{270}{8000}} & 0 \\ \text{sym.} & & 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8010.81 & 54.07 & 0 \\ 54.07 & 270.36 & 0 \\ 0 & 0 & 500.00 \end{bmatrix} \text{MN/m}^2$$



Obr. 8.5: Matice tuhosti vrstvy č. 3 z RF-LAMINATE



Nyní musíme natočit vrstvy do shodného souřadného systému x, y (lokálního souřadného systému plochy). Vrstvy č. 1 a 3 mají směr ortotropie $\beta = 0°$, proto platí

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{d}_1' = \begin{bmatrix} 8010.81 & 54.07 & 0 \\ 54.07 & 270.36 & 0 \\ 0 & 0 & 500.00 \end{bmatrix} \text{MN/m}^2$$

$$\mathbf{d}_3 = \mathbf{d}_3' = \begin{bmatrix} 8010.81 & 54.07 & 0 \\ 54.07 & 270.36 & 0 \\ 0 & 0 & 500.00 \end{bmatrix} \text{MN/m}^2$$

Protože vrstva č. 2 je otočena o úhel $\beta = 90°$, je nutné matici tuhosti vrstvy č. 2 transformovat do souřadného systému x, y.

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} d_{i;11} & d_{i;12} & d_{i;13} \\ & d_{i;22} & d_{i;23} \\ \text{sym.} & & d_{i;33} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3\times3;i}{}^{\mathrm{T}} \mathbf{d}_i' \mathbf{T}_{3\times3;i} \tag{8.2}$$

kde

$$\mathbf{T}_{3\times3;i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \text{kde } c = \cos(\beta_i),\ s = \sin(\beta_i) \tag{8.3}$$

Jednotlivé členy jsou pak

$$d_{i;11} = c^4 d_{i;11}' + 2c^2 s^2 d_{i;12}' + s^4 d_{i;22}' + 4c^2 s^2 d_{i;33}'$$

$$d_{i;12} = c^2 s^2 d_{i;11}' + s^4 d_{i;12}' + c^4 d_{i;12}' + c^2 s^2 d_{i;22}' - 4c^2 s^2 d_{i;33}'$$

$$d_{i;13} = c^3 s d_{i;11}' + c s^3 d_{i;12}' - c^3 s d_{i;12}' - c s^3 d_{i;22}' - 2c^3 s d_{i;33}' + 2c s^3 d_{i;33}'$$

$$d_{i;22} = s^4 d_{i;11}' + 2c^2 s^2 d_{i;12}' + c^4 d_{i;22}' + 4c^2 s^2 d_{i;33}'$$

$$d_{i;23} = c s^3 d_{i;11}' + c^3 s d_{i;12}' - c s^3 d_{i;12}' - c^3 s d_{i;22}' + 2c^3 s d_{i;33}' - 2c s^3 d_{i;33}'$$

$$d_{i;33} = c^2 s^2 d_{i;11}' - 2c^2 s^2 d_{i;12}' + c^2 s^2 d_{i;22}' + \left(c^2 - s^2\right)^2 d_{i;33}'$$

$$c = \cos 90° = 0,\ s = \sin 90° = 1$$

$$d_{2;11} = 0^4 \cdot 7009.21 + 2 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 46.06 + 1^4 \cdot 230.30 + 4 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 440 = 230.30 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2;12} = 0^2 \cdot 1^2 \cdot 7009.21 + 1^4 \cdot 46.06 + 0^4 \cdot 46.06 + 0^2 \cdot 1^2 \cdot 230.30 - 4 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 440 = 46.06 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2;13} = 0^3 \cdot 1 \cdot 7009.21 + 0 \cdot 1^3 \cdot 46.06 - 0^3 \cdot 1 \cdot 46.06 - 0 \cdot 1^3 \cdot 230.30 - 2 \cdot 0^3 \cdot 1 \cdot 440 + 2 \cdot 0 \cdot 1^3 \cdot 440 =$$
$$= 0 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2;22} = 1^4 \cdot 7009.21 + 2 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 46.06 + 0^4 \cdot 230.30 + 4 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 440 = 7009.21 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2;23} = 0 \cdot 1^3 \cdot 7009.21 + 0^3 \cdot 1 \cdot 46.06 - 0 \cdot 1^3 \cdot 46.06 - 0^3 \cdot 1 \cdot 230.30 + 2 \cdot 0^3 \cdot 1 \cdot 440 - 2 \cdot 0 \cdot 1^3 \cdot 440 =$$
$$= 0 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2;33} = 0^2 \cdot 1^2 \cdot 7009.21 - 2 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 46.06 + 0^2 \cdot 1^2 \cdot 230.30 + \left(0^2 - 1^2\right)^2 440 = 440.00 \text{ MN/m}^2$$

Celková planární matice tuhosti vrstvy č. 2 je pak

$$\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} 230.30 & 46.06 & 0 \\ 46.06 & 7009.21 & 0 \\ 0 & 0 & 440.00 \end{bmatrix} \text{MN/m}^2$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

8.1.1 Smykové spřažení vrstev je zohledněno

Globální matice tuhosti má tvar

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \tag{8.4}$$

Prvky matice tuhosti (ohyb)

$$D_{11} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;11} \qquad D_{12} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;12} \qquad D_{13} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;13}$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;22} \qquad D_{23} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;23}$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;33}$$

$$D_{11} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^3 - (-19\cdot10^{-3})^3}{3} 8010.81\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^3 - (-9\cdot10^{-3})^3}{3} 230.30\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^3 - (7\cdot10^{-3})^3}{3} 8010.81\cdot10^3 = 33.85 \text{ kNm}$$

$$D_{12} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^3 - (-19\cdot10^{-3})^3}{3} 54.07\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^3 - (-9\cdot10^{-3})^3}{3} 46.06\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^3 - (7\cdot10^{-3})^3}{3} 54.07\cdot10^3 = 0.24 \text{ kNm}$$

$$D_{13} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^3 - (-19\cdot10^{-3})^3}{3} 0\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^3 - (-9\cdot10^{-3})^3}{3} 0\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^3 - (7\cdot10^{-3})^3}{3} 0\cdot10^3 = 0 \text{ kNm}$$

$$D_{22} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^3 - (-19\cdot10^{-3})^3}{3} 270.36\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^3 - (-9\cdot10^{-3})^3}{3} 7009.21\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^3 - (7\cdot10^{-3})^3}{3} 270.36\cdot10^3 = 3.64 \text{ kNm}$$

$$D_{23} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^3 - (-19\cdot10^{-3})^3}{3} 0\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^3 - (-9\cdot10^{-3})^3}{3} 0\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^3 - (7\cdot10^{-3})^3}{3} 0\cdot10^3 = 0 \text{ kNm}$$

$$D_{33} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^3 - (-19\cdot10^{-3})^3}{3} 500\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^3 - (-9\cdot10^{-3})^3}{3} 440.00\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^3 - (7\cdot10^{-3})^3}{3} 500\cdot10^3 = 2.26 \text{ kNm}$$

Prvky matice tuhosti (účinky excentricity)

$$D_{16} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;11} \qquad D_{17} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;12} \qquad D_{18} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;13}$$

$$D_{27} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;22} \qquad D_{28} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;23}$$

$$D_{38} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;33}$$

$$D_{16} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^2 - (-19\cdot10^{-3})^2}{2} 8010.81\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^2 - (-9\cdot10^{-3})^2}{2} 230.30\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^2 - (7\cdot10^{-3})^2}{2} 8010.81\cdot10^3 = 124.49 \text{ kNm/m}$$

$$D_{17} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^2 - (-19\cdot10^{-3})^2}{2} 54.07\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^2 - (-9\cdot10^{-3})^2}{2} 46.06\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^2 - (7\cdot10^{-3})^2}{2} 54.07\cdot10^3 = 0.13 \text{ kNm/m}$$

$$D_{18} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^2 - (-19\cdot10^{-3})^2}{2} 0\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^2 - (-9\cdot10^{-3})^2}{2} 0\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^2 - (7\cdot10^{-3})^2}{2} 0\cdot10^3 = 0 \text{ kNm/m}$$

$$D_{27} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^2 - (-19\cdot10^{-3})^2}{2} 270.36\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^2 - (-9\cdot10^{-3})^2}{2} 7009.21\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^2 - (7\cdot10^{-3})^2}{2} 270.36\cdot10^3 = -107.82 \text{ kNm/m}$$

$$D_{28} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^2 - (-19\cdot10^{-3})^2}{2} 0\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^2 - (-9\cdot10^{-3})^2}{2} 0\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^2 - (7\cdot10^{-3})^2}{2} 0\cdot10^3 = 0 \text{ kNm/m}$$

$$D_{38} = \frac{(-9\cdot10^{-3})^2 - (-19\cdot10^{-3})^2}{2} 500\cdot10^3 + \frac{(7\cdot10^{-3})^2 - (-9\cdot10^{-3})^2}{2} 440.00\cdot10^3 + \\ + \frac{(19\cdot10^{-3})^2 - (7\cdot10^{-3})^2}{2} 500\cdot10^3 = 0.96 \text{ kNm/m}$$

Prvky matice tuhosti (membrána) [N/m]

$$D_{66} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;11} \qquad D_{67} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;12} \qquad D_{68} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;13}$$

$$D_{77} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;22} \qquad D_{78} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;23}$$

$$D_{88} = \sum_{i=1}^{n} t_i\, d_{i;33}$$

$$D_{66} = 10\cdot10^{-3}\cdot8010.81\cdot10^3 + 16\cdot10^{-3}\cdot230.30\cdot10^3 + 12\cdot10^{-3}\cdot8010.81\cdot10^3 = 179923 \text{ N/m}$$

$$D_{67} = 10\cdot10^{-3}\cdot54.07\cdot10^3 + 16\cdot10^{-3}\cdot46.06\cdot10^3 + 12\cdot10^{-3}\cdot54.07\cdot10^3 = 1927 \text{ N/m}$$

$$D_{68} = 10\cdot10^{-3}\cdot0\cdot10^3 + 16\cdot10^{-3}\cdot0\cdot10^3 + 12\cdot10^{-3}\cdot0\cdot10^3 = 0 \text{ N/m}$$

$$D_{77} = 10\cdot10^{-3}\cdot270.36\cdot10^3 + 16\cdot10^{-3}\cdot7009.21\cdot10^3 + 12\cdot10^{-3}\cdot270.36\cdot10^3 = 118095 \text{ N/m}$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

$$D_{78} = 10\cdot10^{-3}\cdot0\cdot10^{3}+16\cdot10^{-3}\cdot0\cdot10^{3}+12\cdot10^{-3}\cdot0\cdot10^{3} = 0\ \text{N/m}$$

$$D_{88} = 10\cdot10^{-3}\cdot500\cdot10^{3}+16\cdot10^{-3}\cdot440\cdot10^{3}+12\cdot10^{-3}\cdot500\cdot10^{3} = 18040\ \text{N/m}$$

Prvky matice tuhosti (smyk) [N/m]

Přesný postup výpočtu smykových prvků matice tuhosti nebude uveden, ale platí pro ně následující vztahy

$$\max_i\left(\frac{5}{6}G_{i;11}t_i\right) \le D_{44} \le \frac{5}{6}\max_i\left(G_{i;11}\right)\sum_{i=1}^{n}t_i \tag{8.5}$$

$$\max_i\left(\frac{5}{6}G_{i;22}t_i\right) \le D_{55} \le \frac{5}{6}\max_i\left(G_{i;22}\right)\sum_{i=1}^{n}t_i \tag{8.6}$$

kde

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} G_{i;11} & G_{i;12} \\ \text{sym.} & G_{i;22} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{2\times2;i}{}^{\mathrm{T}}\mathbf{G}_i'\mathbf{T}_{2\times2;i} \tag{8.7}$$

kde

$$\mathbf{G}_i' = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \text{ a } \mathbf{T}_{2\times2;i} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) \\ -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \tag{8.8}$$

Jednotlivé členy jsou pak

$$G_{i;11} = c^2G_{i;xz}+s^2G_{i;yz}$$

$$G_{i;12} = csG_{i;xz}-csG_{i;yz}$$

$$G_{i;22} = s^2G_{i;xz}+c^2G_{i;yz}\text{, kde } c=\cos(\beta_i),\ s=\sin(\beta_i)$$

Smykové tuhosti převzaté z RF-LAMINATE jsou následující

$$D_{44} = 5000.00\ \text{kN/m}$$

$$D_{55} = 5866.67\ \text{kN/m}$$

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{G}_1' = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{G}_3' = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_2' = \begin{bmatrix} 440 & 0 \\ 0 & 44 \end{bmatrix},\ c = \cos 90° = 0,\ s = \sin 90° = 1$$

$$G_{2;11} = 0^2\cdot440+1^2\cdot44 = 44\ \text{MPa}$$

$$G_{2;12} = 0\cdot1\cdot440-0\cdot1\cdot44 = 0\ \text{MPa}$$

$$G_{2;22} = 1^2\cdot440+0^2\cdot44 = 440\ \text{MPa}$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 44 & 0 \\ 0 & 440 \end{bmatrix}$$

$$\max\left(\frac{5}{6}500\cdot10;\frac{5}{6}44\cdot16;\frac{5}{6}500\cdot12\right) \le D_{44} \le \frac{5}{6}\max(500;44;500)\cdot(10+16+12)$$

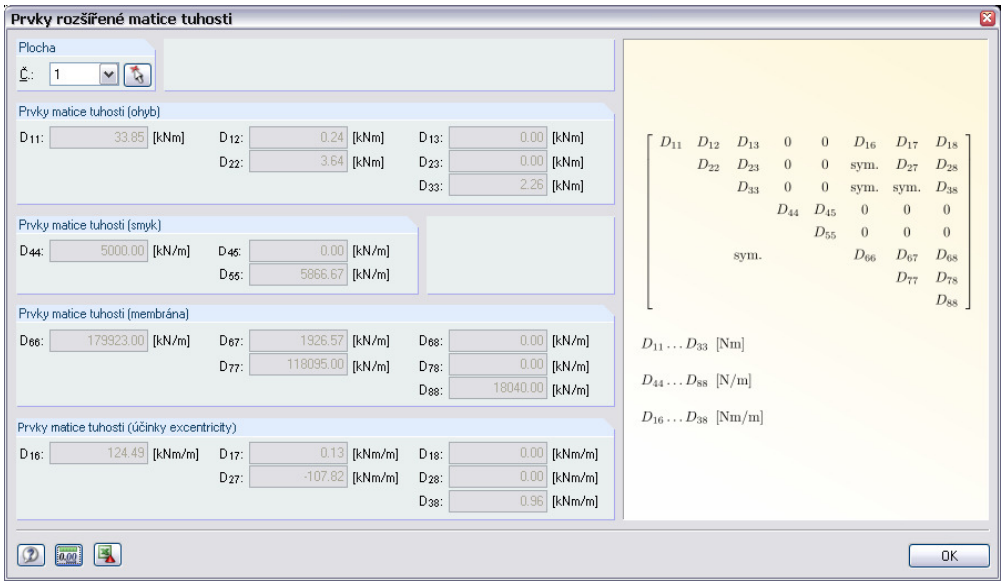
$$5000 \le 5000 \le 15833$$

$$\max\left(\frac{5}{6}50\cdot 10;\frac{5}{6}440\cdot 16;\frac{5}{6}50\cdot 12\right) \le D_{55} \le \frac{5}{6}\max(50;440;59)\cdot(10+16+12)$$

$$5866.67 \le 5866.67 \le 13933.33$$

Globální matice tuhosti

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 33.85 & 0.24 & 0 & 0 & 0 & 124.49 & 0.13 & 0 \\ & 3.64 & 0 & 0 & 0 & 0.13 & -107.82 & 0 \\ & & 2.26 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.96 \\ & & & 5000.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 5866.67 & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & 179923 & 1927 & 0 \\ & & & & & & 118095 & 0 \\ & & & & & & & 18040 \end{bmatrix}$$



Obr. 8.6: Dialog *Prvky rozšířené matice tuhosti* z RF-LAMINATE – se zohledněním smykového spřažení vrstev

8.1.2 Smykové spřažení vrstev není zohledněno

Protože platí, že úhly β_i jsou násobky $90°$, globální matice tuhosti má tvar

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \tag{8.9}$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Prvky matice tuhosti (ohyb) [Nm]

$$D_{11} = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^3}{12} d_{i;11} \qquad D_{12} = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^3}{12} d_{i;12}$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^3}{12} d_{i;22}$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^3}{12} d_{i;33}$$

$$\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} 8010.81 & 54.07 & 0 \\ 54.07 & 270.36 & 0 \\ 0 & 0 & 500.00 \end{bmatrix} \text{MN/m}^2$$

$$\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} 230.30 & 46.06 & 0 \\ 46.06 & 7009.21 & 0 \\ 0 & 0 & 440.00 \end{bmatrix} \text{MN/m}^2$$

$$\mathbf{d}_3 = \begin{bmatrix} 8010.81 & 54.07 & 0 \\ 54.07 & 270.36 & 0 \\ 0 & 0 & 500.00 \end{bmatrix} \text{MN/m}^2$$

$$D_{11} = \frac{0.010^3}{12} 8010.81 \cdot 10^3 + \frac{0.016^3}{12} 230.30 \cdot 10^3 + \frac{0.012^3}{12} 8010.81 \cdot 10^3 = 1.900 \text{ kNm}$$

$$D_{12} = \frac{0.010^3}{12} 54.07 \cdot 10^3 + \frac{0.016^3}{12} 46.06 \cdot 10^3 + \frac{0.012^3}{12} 54.07 \cdot 10^3 = 0.028 \text{ kNm}$$

$$D_{22} = \frac{0.010^3}{12} 270.36 \cdot 10^3 + \frac{0.016^3}{12} 7009.21 \cdot 10^3 + \frac{0.012^3}{12} 270.36 \cdot 10^3 = 2.454 \text{ kNm}$$

$$D_{33} = \frac{0.010^3}{12} 500 \cdot 10^3 + \frac{0.016^3}{12} 440.00 \cdot 10^3 + \frac{0.012^3}{12} 500 \cdot 10^3 = 0.264 \text{ kNm}$$

Prvky matice tuhosti (membrána) [N/m]

$$D_{66} = \sum_{i=1}^{n} t_i \, d_{i;11} \qquad D_{67} = \sum_{i=1}^{n} t_i \, d_{i;12}$$

$$D_{77} = \sum_{i=1}^{n} t_i \, d_{i;22}$$

$$D_{88} = \sum_{i=1}^{n} t_i \, d_{i;33}$$

$$D_{66} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 8010.81 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 230.30 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 8010.81 \cdot 10^3 = 179923 \text{ N/m}$$

$$D_{67} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 54.07 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 46.06 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 54.07 \cdot 10^3 = 1927 \text{ N/m}$$

$$D_{77} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 270.36 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 7009.21 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 270.36 \cdot 10^3 = 118095 \text{ N/m}$$

$$D_{88} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 440 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 = 18040 \text{ N/m}$$

Prvky matice tuhosti (smyk) [N/m]

$$D_{44} = \sum_{i=1}^{n} \frac{5}{6} G_{i;11} t_i \qquad D_{55} = \sum_{i=1}^{n} \frac{5}{6} G_{i;22} t_i$$

kde

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} G_{i;11} & G_{i;12} \\ \text{sym.} & G_{i;22} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{2\times2;i}^{\mathrm{T}} \mathbf{G}_i' \mathbf{T}_{2\times2;i}, \text{ kde } \mathbf{G}_i' = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \text{ a } \mathbf{T}_{2\times2;i} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) \\ -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix}$$

Jednotlivé členy jsou pak

$$G_{i;11} = c^2 G_{i;xz} + s^2 G_{i;yz}$$

$$G_{i;12} = csG_{i;xz} - csG_{i;yz}$$

$$G_{i;22} = s^2 G_{i;xz} + c^2 G_{i;yz}, \text{ kde } c = \cos(\beta_i),\ s = \sin(\beta_i)$$

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{G}_1' = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{G}_3' = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_2' = \begin{bmatrix} 440 & 0 \\ 0 & 44 \end{bmatrix},\ c = \cos 90° = 0,\ s = \sin 90° = 1$$

$$G_{2;11} = 0^2 \cdot 440 + 1^2 \cdot 44 = 44 \text{ MPa}$$

$$G_{2;12} = 0 \cdot 1 \cdot 440 - 0 \cdot 1 \cdot 44 = 0 \text{ MPa}$$

$$G_{2;22} = 1^2 \cdot 440 + 0^2 \cdot 44 = 440 \text{ MPa}$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 44 & 0 \\ 0 & 440 \end{bmatrix}$$

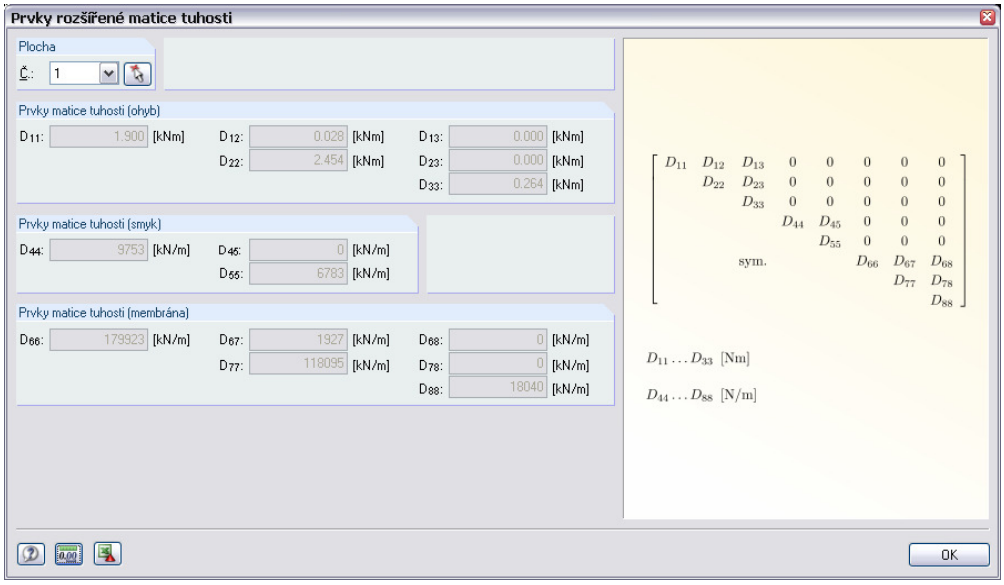
$$D_{44} = \frac{5}{6} 500 \cdot 10^3 \cdot 0.010 + \frac{5}{6} 44 \cdot 10^3 \cdot 0.016 + \frac{5}{6} 500 \cdot 10^3 \cdot 0.012 = 9753 \text{ kN/m}$$

$$D_{55} = \frac{5}{6} 50 \cdot 10^3 \cdot 0.010 + \frac{5}{6} 440 \cdot 10^3 \cdot 0.016 + \frac{5}{6} 50 \cdot 10^3 \cdot 0.012 = 6783 \text{ kN/m}$$

Globální matice tuhosti

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1.900 & 0.028 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2.454 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0.264 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 9753 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 6783 & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & 179923 & 1927 & 0 \\ & & & & & & 118095 & 0 \\ & & & & & & & 18040 \end{bmatrix}$$

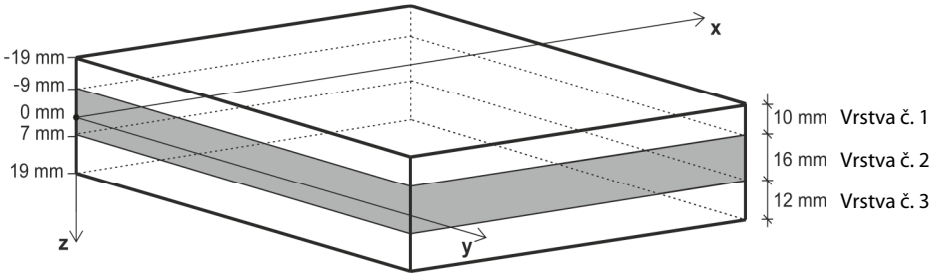
Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.



Obr. 8.7: Dialog *Prvky rozšířené matice tuhosti* z RF-LAMINATE – bez smykového spřažení vrstev

8.2 Výpočet napětí

Uvažujme desku z předchozího příkladu tvořenou třemi vrstvami s materiálovými charakteristikami uvedenými na obr. 8.9.



Obr. 8.8: Schéma vrstev

1.2 Materiálové charakteristiky - Ortotropní

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Vrstva č.	Označení materiálu	Tloušťka t [mm]	Směr ortotropie β [°]	Modul pružnosti [N/mm²] E_x	E_y	Smykový modul [N/mm²] G_{xz}	G_{yz}	G_{xy}	Poissonův součinitel μ_{xy}	μ_{yx}
1	Topolové a jehličnaté dřevo	10.0	0.00	8000.0	270.0	500.0	50.0	500.0	0.200	0.007
2	Jehličnaté dřevo C14	16.0	90.00	7000.0	230.0	440.0	44.0	440.0	0.200	0.007
3	Topolové a jehličnaté dřevo	12.0	0.00	8000.0	270.0	500.0	50.0	500.0	0.200	0.007

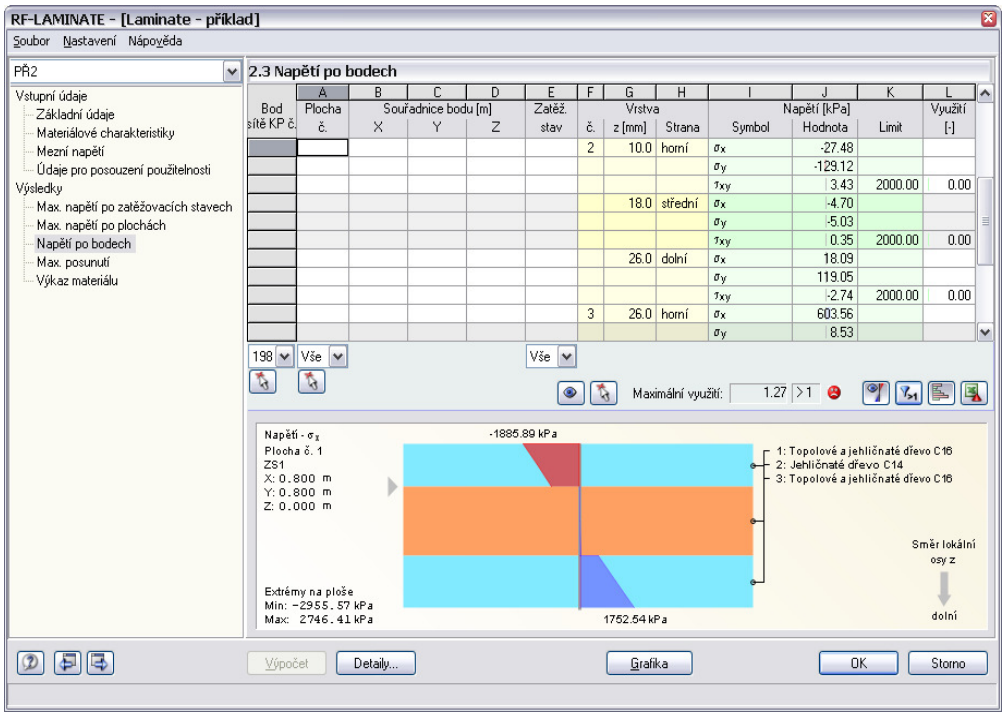
Obr. 8.9: Tabulka 1.2 *Materiálové charakteristiky*

V předchozím příkladu v kapitole 8.1 byl uveden výpočet členů matice tuhosti pro případ smykového spřažení i pro případ bez smykového spřažení vrstev. Nyní bude proveden výpočet napětí.

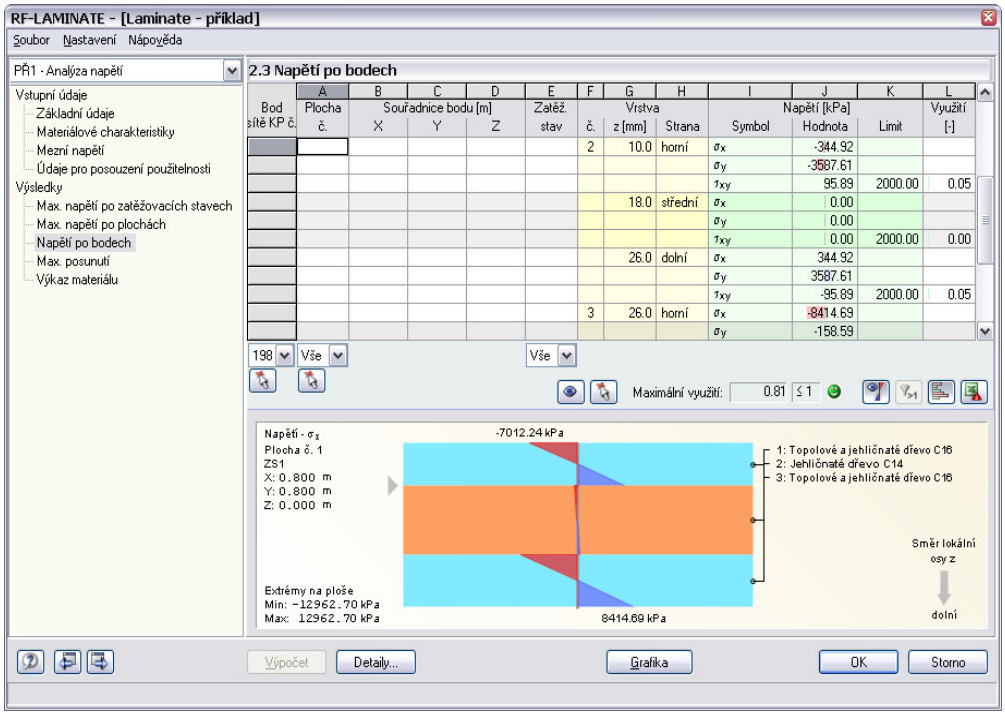
Deska o rozměrech 1.0 x 1.5 m je prostě podepřena a zatížena plošným zatížením o velikosti 5 kN/m^2.

8.2.1 Výpočet jednotlivých složek napětí

Metodou konečných prvků v RFEMu získáme napětí $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$. Na následujících obrázcích jsou zobrazeny hodnoty napětí v bodě o souřadnici [0.8, 0.8, 0], ve střední vrstvě.
V prvním případě jde o konstrukci, kde je zohledněno smykové spřažení vrstev, ve druhém případě bez smykového spřažení vrstev.



Obr. 8.10: Tabulka 2.3 *Napětí po bodech* – příklad se smykovým spřažením vrstev



Obr. 8.11: Tabulka 2.3 *Napětí po bodech* – příklad bez smykového spřažení vrstev

Protože výpočet jednotlivých složek napětí je stejný pro oba případy, bude zde uveden pouze případ se smykovým spřažením vrstev, tedy s následujícími hodnotami.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Bod	Strana	σ_x [kPa]	σ_y [kPa]	τ_{xy} [kPa]
x = 0.8 m, y = 0.8 m, vrstva č. 2	horní	-27.48	-129.12	3.43
	střední	-4.70	-5.03	0.35
	dolní	18.09	119.05	-2.74

Tabulka 8.1: Napětí ve vrstvě č. 2 v bodě [0.8;0.8]

Střední vrstva je natočena o úhel $\beta = 90°$

$$\sigma_{\text{b+t/c,0}} = \sigma_x \cos^2\beta + \tau_{xy}\sin 2\beta + \sigma_y \sin^2\beta$$

$$\sigma_{\text{b+t/c,0(horní)}} = -27.48\cos^2 90° + 3.43\cdot\sin(2\cdot 90°) - 129.12\sin^2 90° = -129.12 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b+t/c,0(střední)}} = -4.70\cos^2 90° + 0.35\cdot\sin(2\cdot 90°) - 5.03\sin^2 90° = -5.03 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b+t/c,0(dolní)}} = 18.09\cos^2 90° - 2.74\cdot\sin(2\cdot 90°) + 119.05\sin^2 90° = 119.05 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b+t/c,90}} = \sigma_x \sin^2\beta - \tau_{xy}\sin 2\beta + \sigma_y \cos^2\beta$$

$$\sigma_{\text{b+t/c,90(horní)}} = -27.48\sin^2 90° - 3.43\sin(2\cdot 90°) - 129.12\cos^2 90° = -27.48 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b+t/c,90(střední)}} = -4.70\sin^2 90° - 0.35\sin(2\cdot 90°) - 5.03\cos^2 90° = -4.70 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b+t/c,90(dolní)}} = 18.09\sin^2 90° - (-2.74)\sin(2\cdot 90°) + 119.05\cos^2 90° = 18.09 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{t/c,0}} = \frac{\sigma_{\text{b+t/c,0(horní)}} + \sigma_{\text{b+t/c,0(střední)}} + \sigma_{\text{b+t/c,0(dolní)}}}{3}$$

$$\sigma_{\text{t/c,0}} = \frac{-129.12 - 5.03 + 119.05}{3} = -5.03 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{t/c,90}} = \frac{\sigma_{\text{b+t/c,90(horní)}} + \sigma_{\text{b+t/c,90(střední)}} + \sigma_{\text{b+t/c,90(dolní)}}}{3}$$

$$\sigma_{\text{t/c,90}} = \frac{-27.48 - 4.70 + 18.09}{3} = -4.70 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b,0}} = \sigma_{\text{b+t/c,0}} - \sigma_{\text{t/c,0}}$$

$$\sigma_{\text{b,0(horní)}} = -129.12 - (-5.03) = -124.09 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b,0(střední)}} = -5.03 - (-5.03) = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b,0(dolní)}} = 119.05 - (-5.03) = 124.09 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b,90}} = \sigma_{\text{b+t/c,90}} - \sigma_{\text{t/c,90}}$$

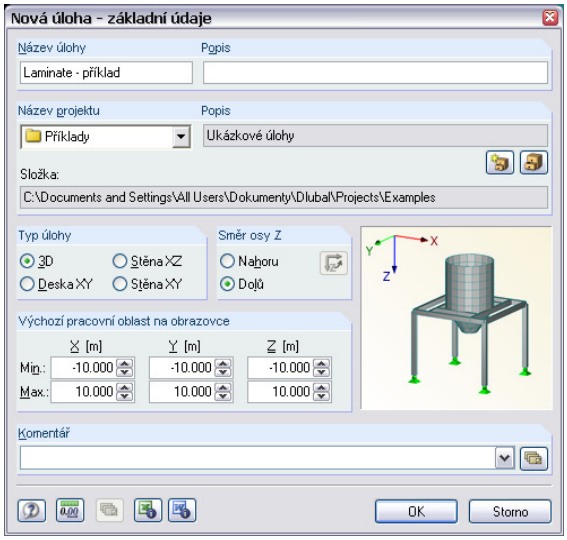
$$\sigma_{\text{b,90(horní)}} = -27.48 - (-4.70) = -22.78 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b,90(střední)}} = -4.70 - (-4.70) = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{b,90(horní)}} = 18.09 - (-4.70) = 22.78 \text{ kPa}$$

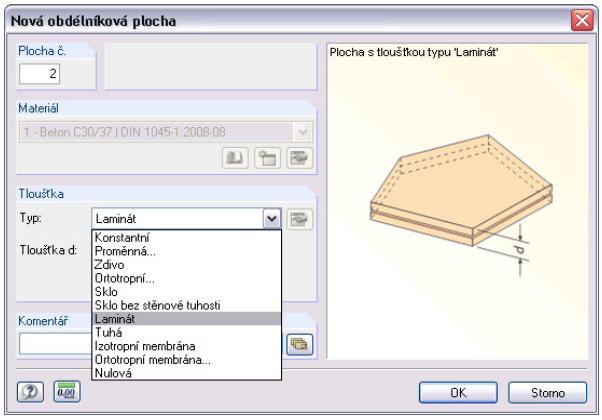
8.2.2 Postup výpočtu v RF-LAMINATE

Nejprve je zapotřebí v programu RFEM vytvořit *Novou úlohu*.



Obr. 8.12: Vytvoření nové úlohy

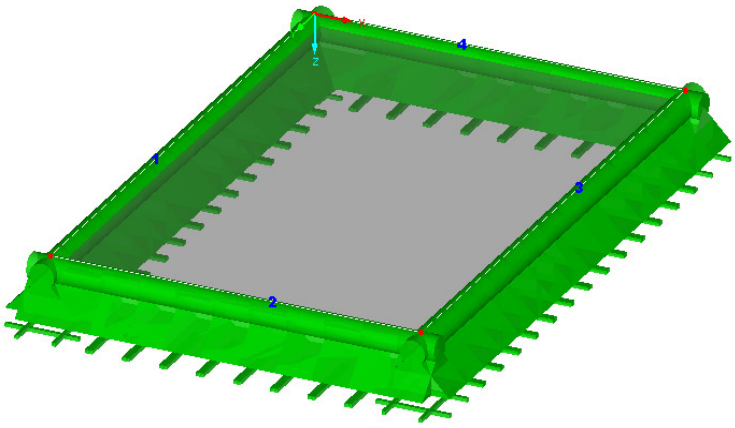
Po založení nové úlohy vytvoříme *Novou plochu*. Typ plochy zvolíme *Laminát* a rozměry desky jsou 1.0 x 1.5 m.



Obr. 8.13: Dialog *Nová obdélníková plocha*

Podpory definujeme podle obr. 8.14.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

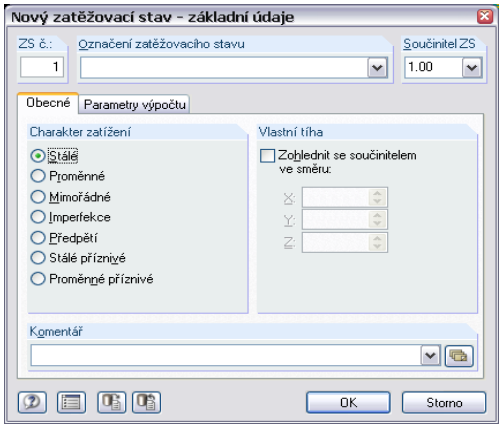


1.8 Liniové podpory

Podpora č.	A Na liniích č.	B Vztaž. systém	C Natočení β [°]	D Stěna v Z	E Podepření resp. pružina [kN/m²] uX	F uY	G uZ	H Vetknutí resp. pružina [kNm/rad/m] φX	I φY	J φZ	K Komentář
1	1,3	Globální		☐	☐	☒	☒	☒	☐	☒	
2	2,4	Globální		☐	☒	☐	☒	☐	☒	☒	
3											
4											

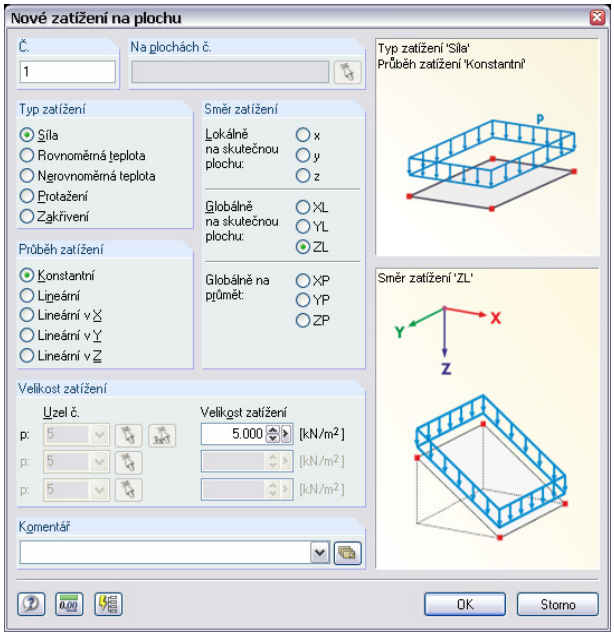
Obr. 8.14: Tabulka *Liniové podpory*

Nyní musíme vytvořit *Nový zatěžovací stav*.



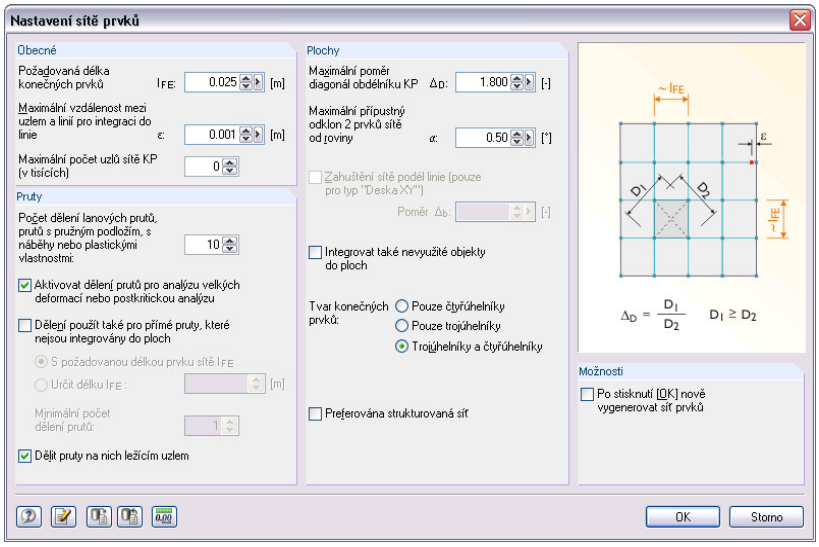
Obr. 8.15: Dialog *Nový zatěžovací stav – základní údaje*

Následně pak vyplníme dialog *Nové zatížení na plochu*.



Obr. 8.16: Dialog *Nové zatížení na plochu*

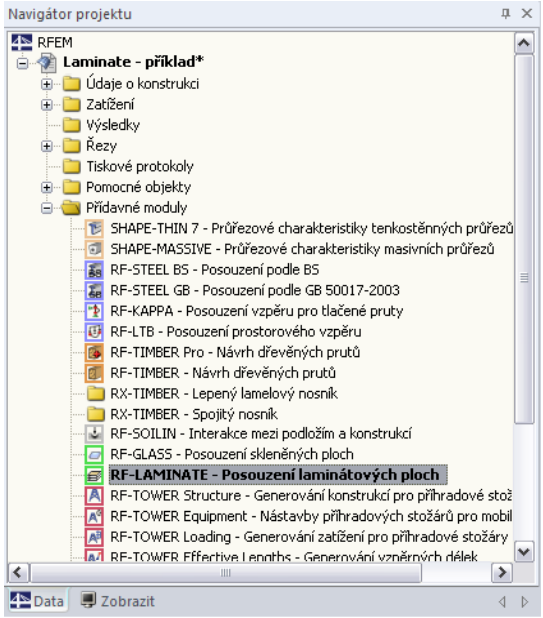
V dialogu *Nastavení sítě prvků* nastavíme délku konečných prvků na 25 mm.



Obr. 8.17: Dialog *Nastavení sítě prvků*

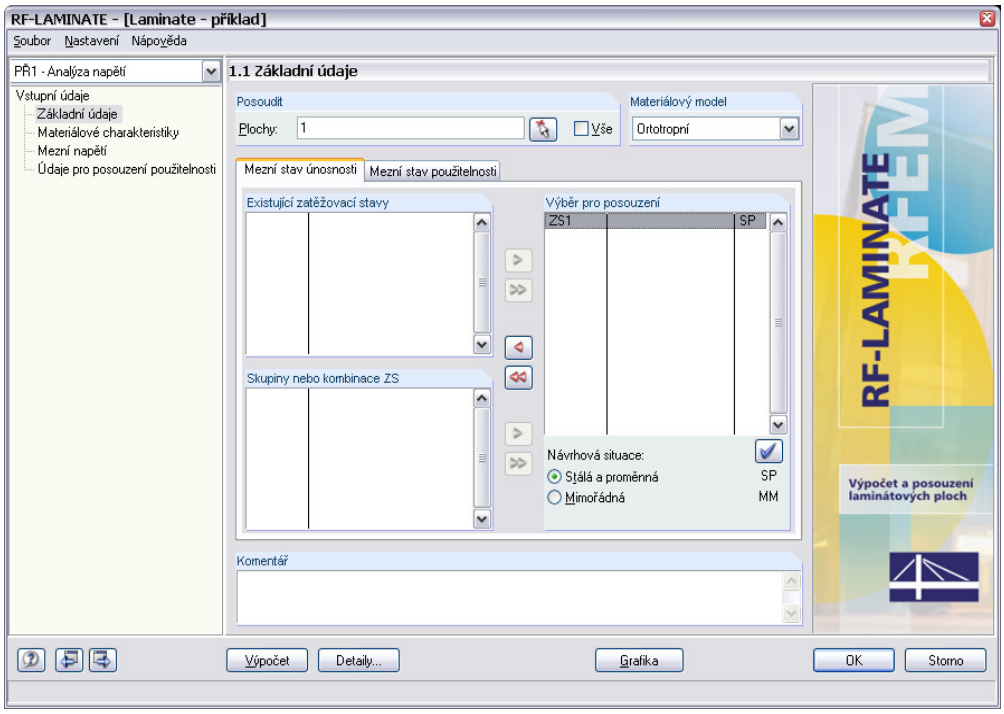
Nyní je již možné otevřít modul RF-LAMINATE a vyplnit jednotlivé vstupní tabulky.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.



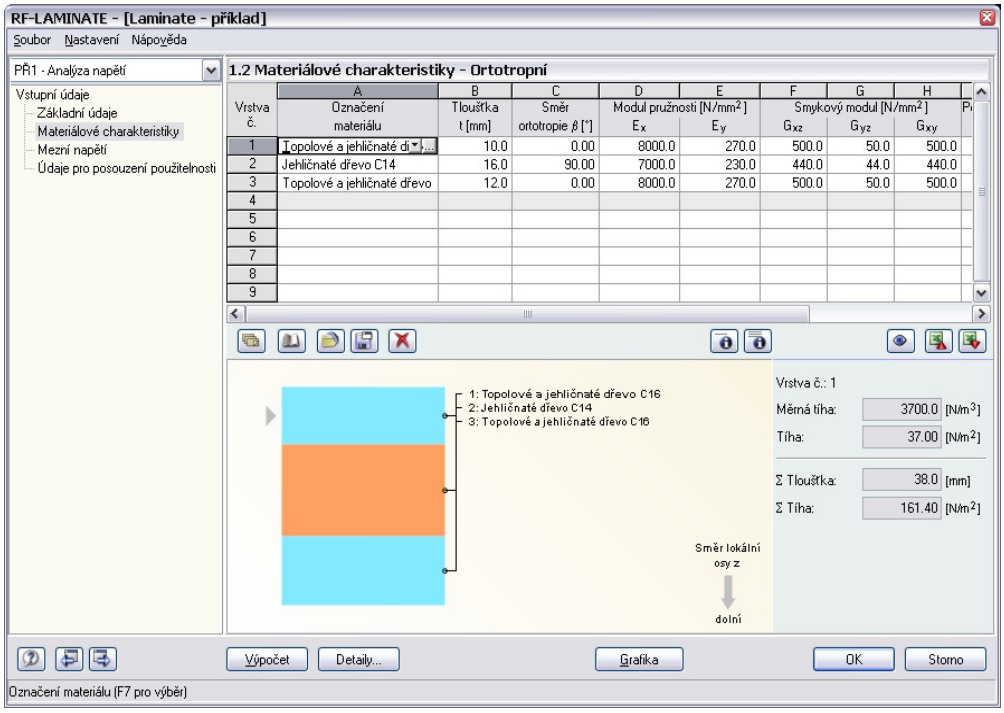
Obr. 8.18: Navigátor *Data*: *Přídavné moduly* → *RF-LAMINATE*

V tabulce 1.1 *Základní údaje* vybereme plochu č. 1. Materiálový model zvolíme Ortotropní. Pro posouzení vybereme ZS1.



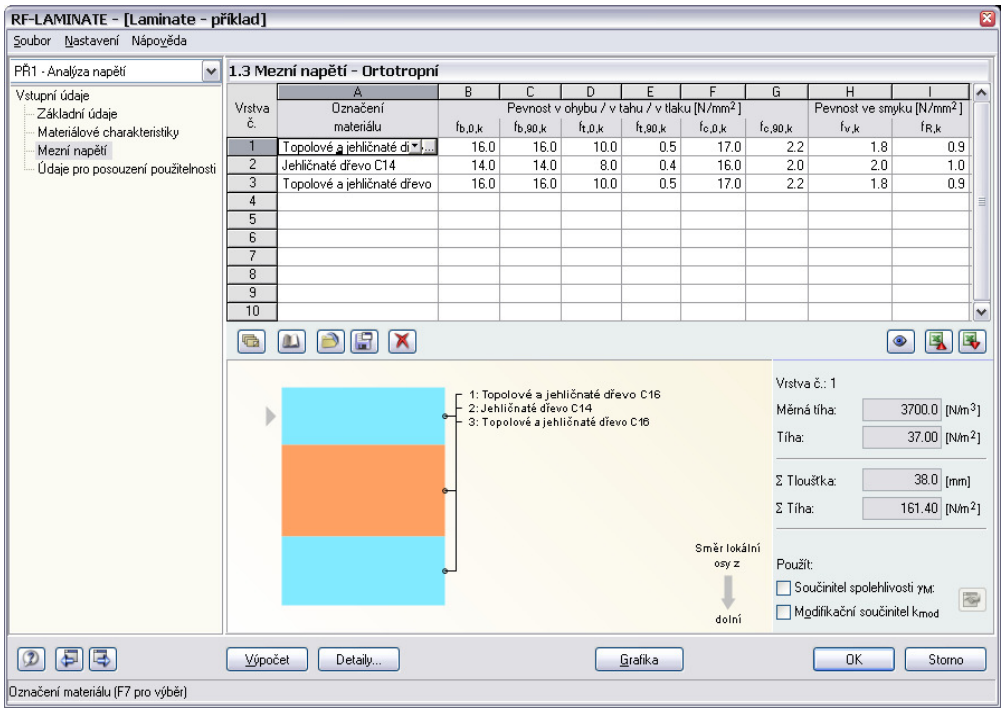
Obr. 8.19: Tabulka 1.1 *Základní údaje*

V tabulce 1.2 *Materiálové charakteristiky* vybereme jednotlivé vrstvy z databáze materiálů.



Obr. 8.20: Tabulka 1.2 *Materiálové charakteristiky*

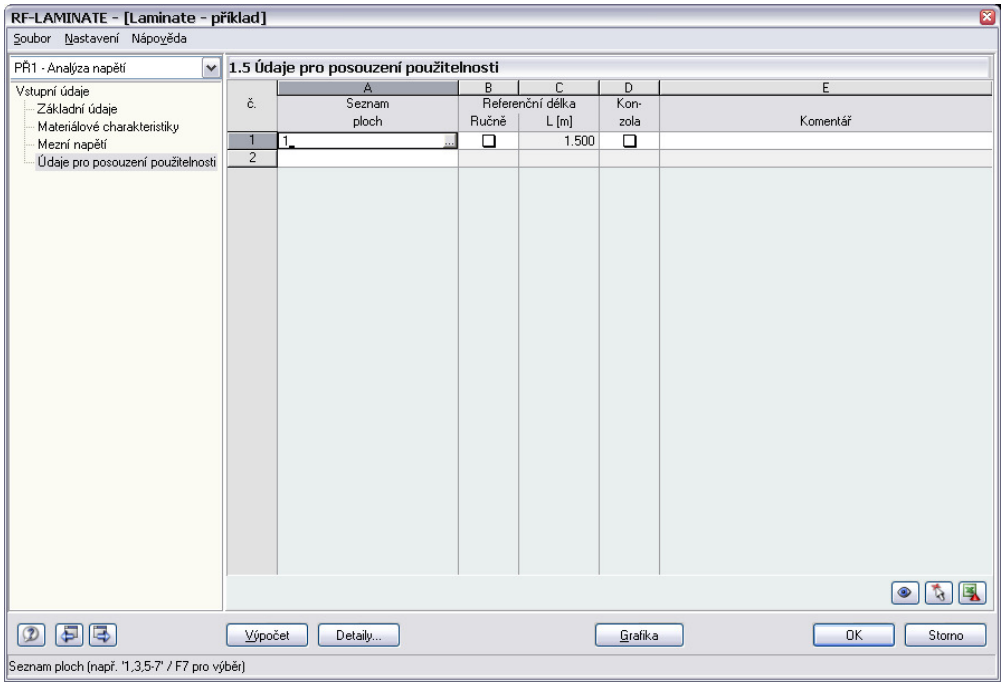
V následující tabulce1.3 *Mezní napětí* se z databáze materiálů automaticky převezmou charakteristické hodnoty pevností.



Obr. 8.21: Tabulka 1.3 *Mezní napětí*

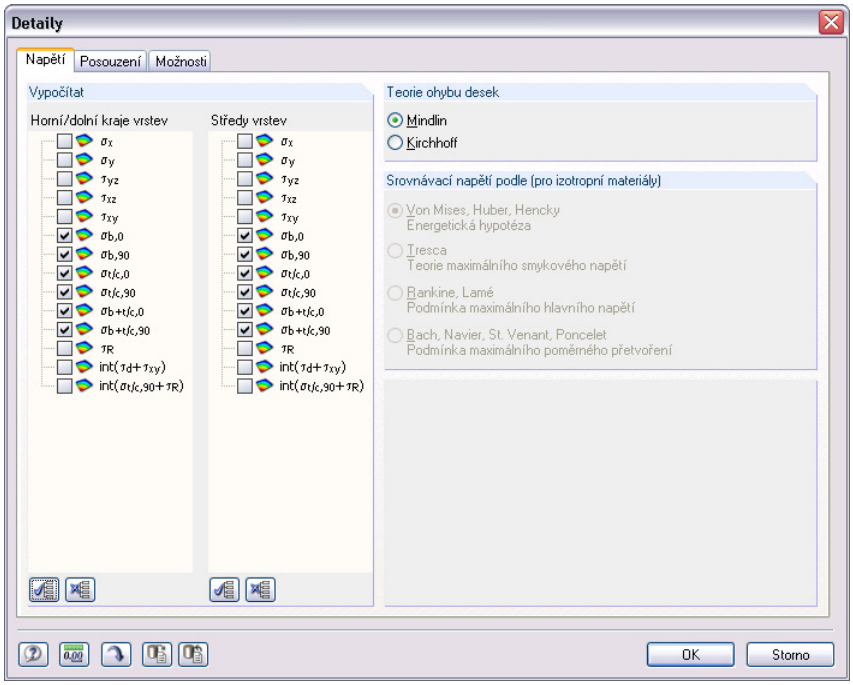
Do poslední vstupní tabulky vepíšeme do *seznamu ploch* plochu č. 1. Protože není zaškrtnuto políčko *Ručně*, automaticky se nám vyplní *Referenční délka* L.

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

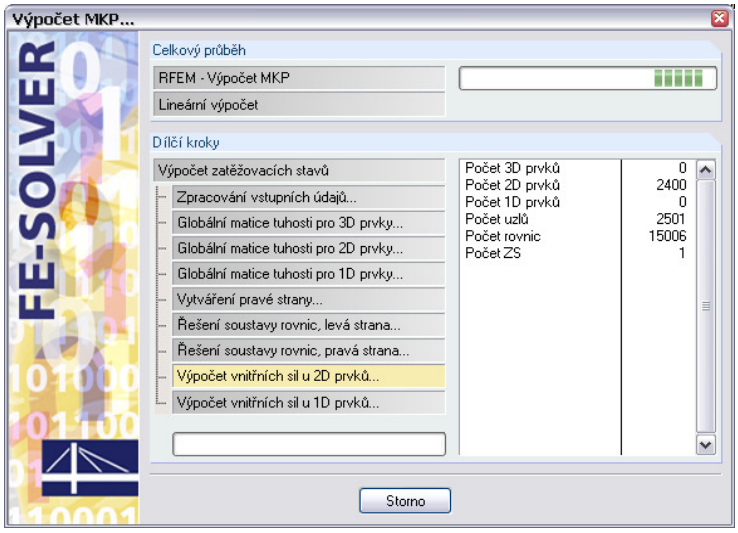


Obr. 8.22: Tabulka1.5 *Údaje pro posouzení použitelnosti*

V dialogu *Detaily* pak zkontrolujeme nastavení a spustíme výpočet.

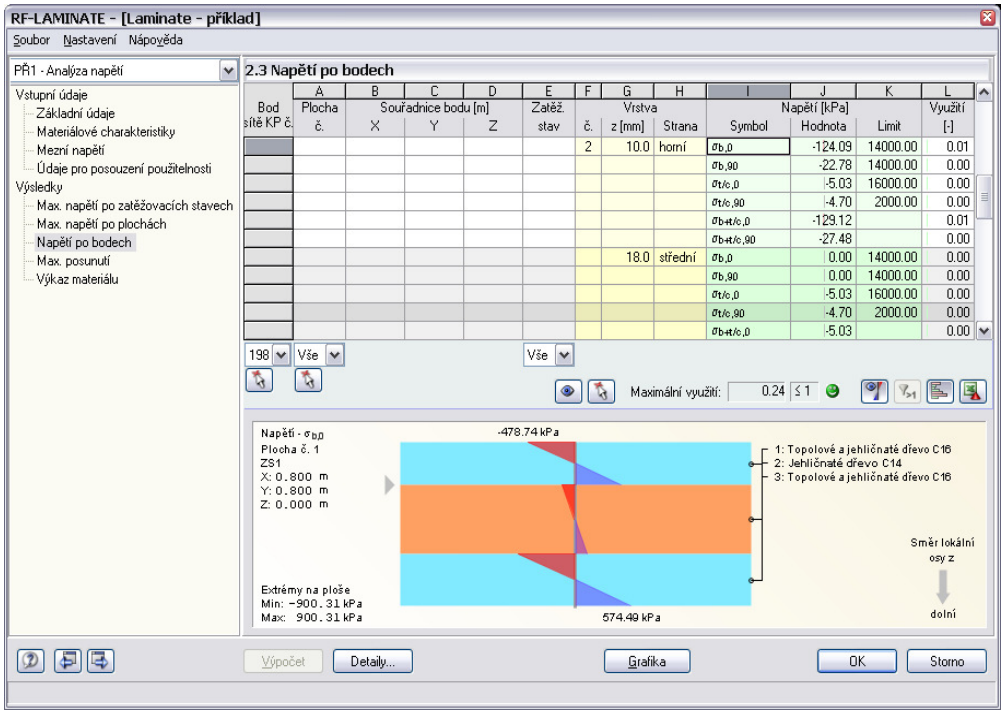


Obr. 8.23: Dialog *Detaily* – záložka *Napětí*



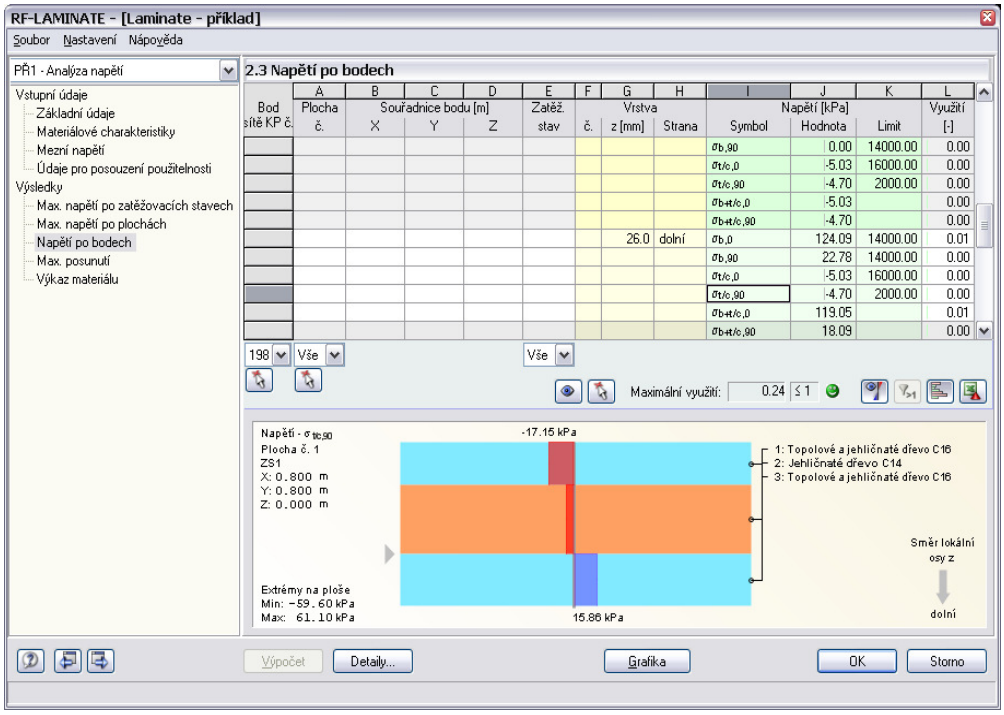
Obr. 8.24: Dialog *Výpočet MKP…*

Ve výsledkových tabulkách pak můžeme zkontrolovat hodnoty napětí a přesvědčit se, že se shodují s výpočtem uvedeným v předchozí kapitole.



Obr. 8.25: Dialog 2.3 *Napětí po bodech* 1– příklad

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

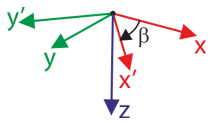


Obr. 8.26: Dialog 2.3 *Napětí po bodech* 2– příklad

9. Přílohy

9.1 Transformační vztahy

Shrňme vztahy potřebné pro transformaci napětí, přetvoření a matic tuhosti při rotaci souřadné soustavy x, y, z do souřadné soustavy x', y', z o úhel β. Připomeňme definici úhlu β



Veličiny vztažené k soustavě x, y, z, jako např. napětí, přetvoření a členy matic tuhosti, označme nečárkovaně, veličiny s soustavě x', y', z označme čárkovaně. Transformační vztahy pro rovinná napětí a přetvoření jsou následující

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \tau'_{xy} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{3\times3}^{-\mathrm{T}}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \sigma_{\mathrm{b+t/c,0}} \\ \sigma_{\mathrm{b+t/c,90}} \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \end{Bmatrix} \tag{9.1}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon'_x \\ \varepsilon'_y \\ \gamma'_{xy} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{3\times3}} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{9.2}$$

Matice tuhosti se transformuje podle vztahu

$$\mathbf{d} = \mathbf{T}_{2\times2}^{\mathrm{T}} \mathbf{d}' \mathbf{T}_{2\times2} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{d}' = \mathbf{T}_{2\times2}^{-\mathrm{T}} \mathbf{d} \mathbf{T}_{2\times2}^{-1} \tag{9.3}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ & d_{22} & d_{23} \\ \mathrm{sym.} & & d_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d}' = \begin{bmatrix} d'_{11} & d'_{12} & 0 \\ & d'_{22} & 0 \\ \mathrm{sym.} & & d'_{33} \end{bmatrix} \tag{9.4}$$

Transformační vztahy pro smyková napětí a přetvoření jsou následující

$$\begin{Bmatrix} \tau'_{xz} \\ \tau'_{yz} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2\times2}} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \tau_d \\ \tau_{\mathrm{R}} \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \tau'_{xz} \\ \tau'_{yz} \end{Bmatrix} \tag{9.5}$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma'_{xz} \\ \gamma'_{yz} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2\times2}} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \tag{9.6}$$

Matice tuhosti se transformuje podle vztahu

$$\mathbf{G} = \mathbf{T}_{2\times2}^{\mathrm{T}} \mathbf{G}' \mathbf{T}_{2\times2} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{G}' = \mathbf{T}_{2\times2} \mathbf{G} \mathbf{T}_{2\times2}^{\mathrm{T}} \tag{9.7}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ \mathrm{sym.} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}' = \begin{bmatrix} G'_{11} & 0 \\ 0 & G'_{22} \end{bmatrix} \tag{9.8}$$

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

A Literatura

[1] ALTENBACH, Holm ; ALTENBACH, Johannes; NAUMENKO, Konstantin. Ebene Flächentragwerke. Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten. [s.l.] : Springer Verlag, 2008. 491 s.

[2] DIN 1052. Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken : Allgemein Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau. [s.l.] : [s.n.], 2008. 239 s.

[3] ČSN 73 1702. Navrhování, výpočet a posuzování dřevěných stavebních konstrukcí : Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Praha : Český normalizační institut, Listopad 2007. 174 s.

[4] Huber M.T.: The theory of crosswise reinforced ferroconcrete slabs and its application to various constructional problems involving rectangular slabs, Der Bauingenieur, 1923, 4(12), 354-360 and 4(13), 392-395.

B Index

B

Bach ... 37

Bod rastru ... 39, 43

Bod sítě KP ... 39, 43

C

Charakteristická pevnost ... 26

D

Databáze ... 24

Databáze materiálů ... 23, 25

Desetinná místa ... 54

Detaily ... 20, 30

E

Export tabulek ... 25

Export výsledků ... 55

F

Filtr ... 48

G

Grafika ... 20, 25

H

Hybridní materiálový model ... 13

I

Import tabulek ... 25

Instalace ... 5

Izotropní - uživatelský materiálový model ... 13

Izotropní materiálový model ... 12

J

Jednotky ... 54

K

Kirchhoff ... 36

Klávesové zkratky ... 57

Kombinace účinků ... 22, 38

Komentář ... 20

L

Listování v dialozích ... 42

Listování v tabulkách ... 20

M

Materiálové charakteristiky ... 23

Materiálový model ... 9, 20

Matice tuhosti ... 58

Max. napětí po plochách ... 47

Max. napětí po zatěžovacích stavech ... 43

Max. posunutí ... 48

Mezní hodnoty ... 22

Mezní napětí ... 26, 44

Mindlin ... 36

MISES ... 37

Modifikační součinitel ... 26, 28, 38, 44

Možnosti ... 39

N

Napětí ... 31, 67

Napětí po bodech ... 47

Navigátor ... 20, 42

Návrhová situace ... 21, 38

Návrhový případ ... 53

O

Ortotropní - uživatelský materiálový model ... 12

Ortotropní materiálový model ... 9

P

Panel ... 7

Posoudit ... 20

Posouzení ... 38

Případ v RF-LAMINATE ... 53

Průhyb ... 22, 38

R

RANKINE ... 37

Referenční délka ... 29, 48

Řezy ... 51

S

Složky napětí ... 51

Smykové spřažení vrstev ... 13, 17, 39, 61

Součinitel spolehlivosti ... 21, 26, 38

Souřadnice ... 43

Spuštění modulu RF-LAMINATE ... 6

Spuštění výpočtu ... 40

Srovnávací napětí ... 37

Symboly ... 8

T

Tabulky ... 20

Program RF-LAMINATE © 2012 Ing. Software Dlubal s.r.o.

Teorie ohybu desek ... 36
Tisk zobrazení ... 51
Tresca ... 37
Třída trvání zatížení a třída provozu ... 27

U

Údaje pro posouzení použitelnosti ... 29
Ukončení modulu RF-LAMINATE ... 20, 42
Uživatelský profil ... 55

V

Vrstvené lepené desky bez stranového lepení ... 39
Výkaz materiálu ... 49
Výpočet ... 20, 30
Výsledky ... 40, 42
Výstupní protokol ... 51
Využití ... 44, 49

Z

Základní údaje ... 20
Zatěžovací stav ... 20, 21, 22, 27